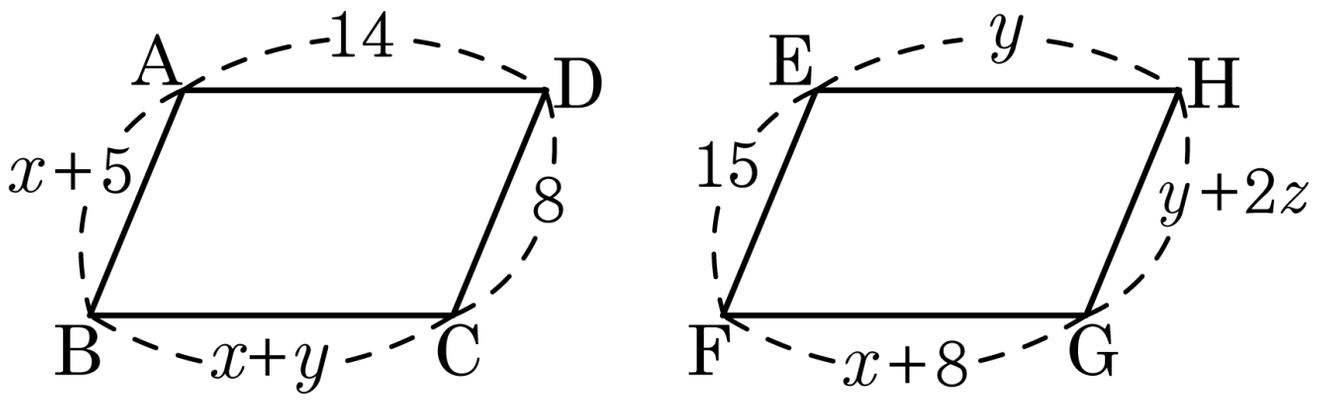
1. 다음 그림과 같이 두 개의 평행사변형이 있을 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

평행사변형의 대변의 길이는 서로 같다.

평행사변형 ABCD 에서는 $14 = x+y,\ x+5 = 8$

평행사변형 EFGH 에서는 $y = x+8,\ 15 = y+2z$

$x = 3,\ y = 11,\ z = 2$

$\therefore\ x+y+z = 16$

2. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 보이는 과정이다. ㄱ부터 ㄹ에 알맞은 것을 써넣어라.

대각선 BD 를 그으면
△ABD 와 △CDB 에서
∠ABD = (ㄴ) (엇각)
∠ADB = (ㄷ) (엇각)
(ㄹ)는 공통
따라서 △ABD = △CDB (ㅁ 합동)이므로
$\overline{AB}$ = (ㄱ), $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\overline{CD}$

▷ 정답: ∠CDB

▷ 정답: ∠CBD

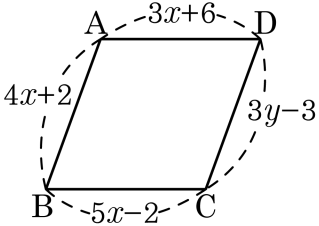
▷ 정답: $\overline{BD}$

▷ 정답: ASA

해설

대각선 BD 를 그으면
△ABD 와 △CDB 에서
∠ABD = (∠CDB) (엇각)··· (ㄴ)
∠ADB = (∠CBD) (엇각)··· (ㄷ)
($\overline{BD}$) 는 공통··· (ㄹ)
따라서 △ABD = △CDB (ASA 합동)이므로··· (ㅁ)
$\overline{AB}$ = ($\overline{CD}$) , $\overline{AD}$ = $\overline{BC}$ ··· (ㄱ)

3. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 정하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

▷ 정답: $y = 7$

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$3x + 6 = 5x - 2$, $2x = 8$ $\therefore x = 4$

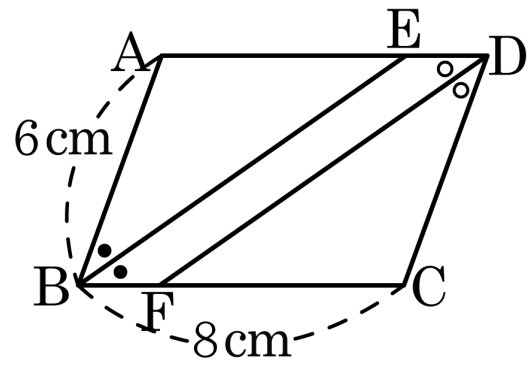
$4x + 2 = 3y - 3$

$16 + 2 = 3y - 3$

$3y = 21$

$\therefore y = 7$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle B, \angle D$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이는?



① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm

④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBF = \angle AEB$

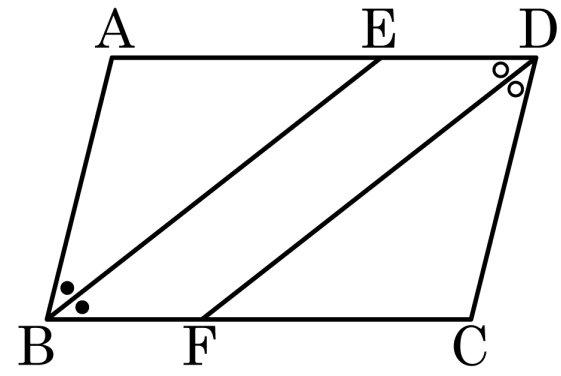
따라서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\angle EBF = \angle AEB$ 이므로

$\overline{AE} = \overline{AB} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 변 AD , BC 와 만나는 점을 각각 E , F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle B = \angle D$

② $\angle EBF = \angle FDE$

③ $\angle EDF = \angle DFC$

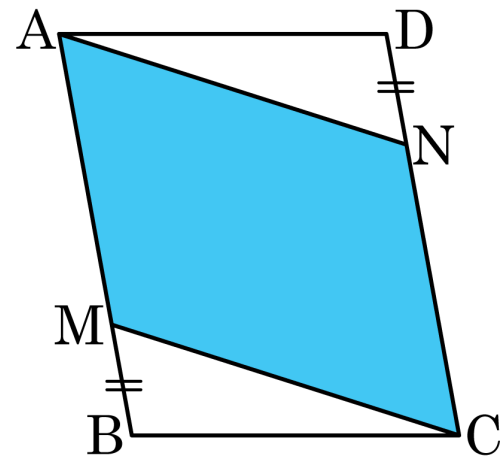
④ $\angle BFD = \angle DEB$

⑤ $\angle BAE = \angle DFB$

해설

$\triangle AEB$, $\triangle DFC$ 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle ABE = \angle FDC$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$ 이고 $\square EBFD$ 는 평행사변형이다.
⑤ $\angle BAE = \angle DFB$ 에서 $\angle BAE = \angle FCD$ 이지만 $\angle DFB \neq \angle FCD$ 이므로 옳지 않다.

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분이 나타내는 도형의 종류를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

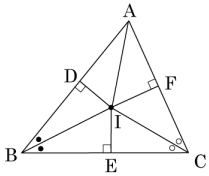
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AM} // \overline{NC}, \overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{BM} = \overline{DC} - \overline{DN} = \overline{NC}$

$\therefore \overline{AM} // \overline{NC}, \overline{AM} = \overline{NC}$

7. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. ㉠ ~ ㉢에 알맞은 것을 써 넣어라.



증명) ∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 I라 하면
ⅰ) $\overline{BI}$는 ∠B의 이등분선이므로
△BDI ≡ △BEI ∴ $\overline{ID} = \overline{IE}$
ⅱ) $\overline{CI}$는 ∠C의 (㉠)이므로 △CEI ≡ △CFI ∴ $\overline{IE}$ = (㉡)
ⅲ) $\overline{ID} = \overline{IE}$ = (㉡)
ⅳ) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 (㉢) = △FAI
∴ ∠DAI = ∠FAI
따라서 $\overline{AI}$는 ∠A의 이등분선이다.
따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

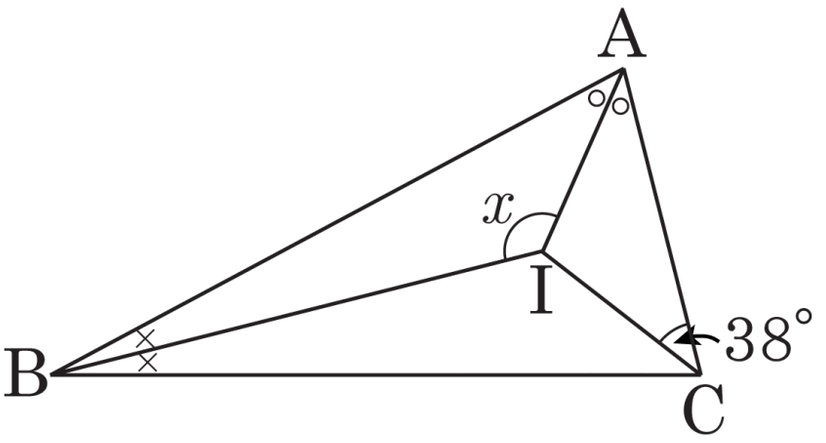
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 이등분선

해설

△DAI와 △FAI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)

8. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $128\,^\circ$

해설

$38\,^\circ + \angle IAB + \angle IBC = 90\,^\circ$이므로

$\angle IAB + \angle IBC = 90\,^\circ - 38\,^\circ = 52\,^\circ$

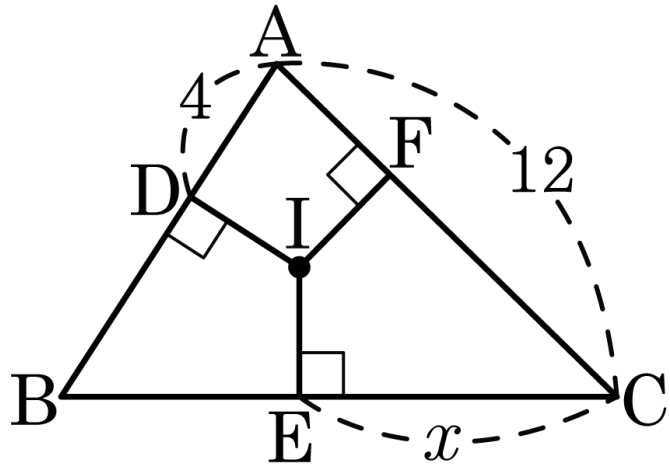
따라서 $\triangle IAB$에서

$\angle x = 180\,^\circ - (\angle IAB + \angle IBC)$

$= 180\,^\circ - 52\,^\circ$

$= 128\,^\circ$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



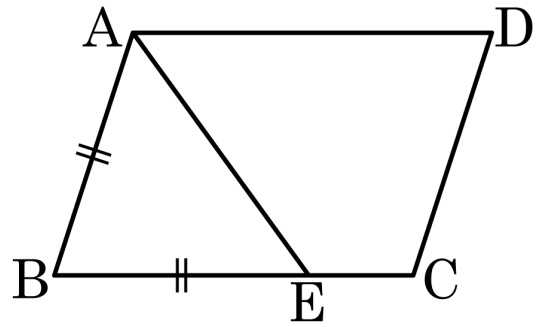
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$이다.
따라서 $4 + x = 12$이므로 $x = 8$이다.

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① $54°$ ② $56°$ ③ $58°$

④ $60°$ ⑤ $62°$

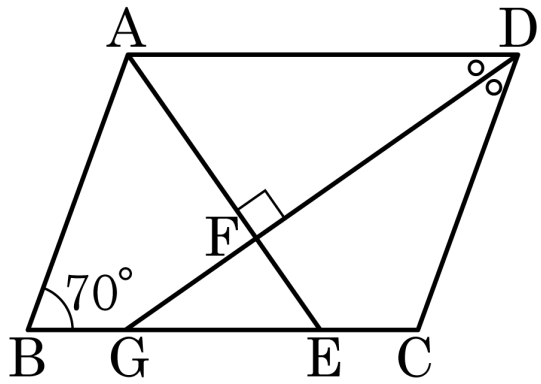
해설

$\angle B = 180° \times \frac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, 수선의 발을 F, $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 한다. $\angle B = 70°$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

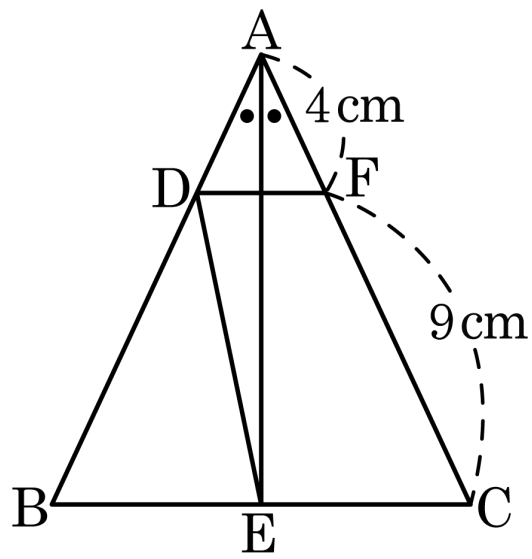
$\angle B = \angle D = 70°$ 이므로 $\angle ADG = \frac{1}{2}\angle D = 35°$

$\angle ADG = \angle DGE$ (엇각)

$\triangle FGE$ 에서

$\angle AEB = 180° - (90° + 35°) = 55°$

12. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} // \overline{BC}$, $\overline{DE} // \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 13cm

해설

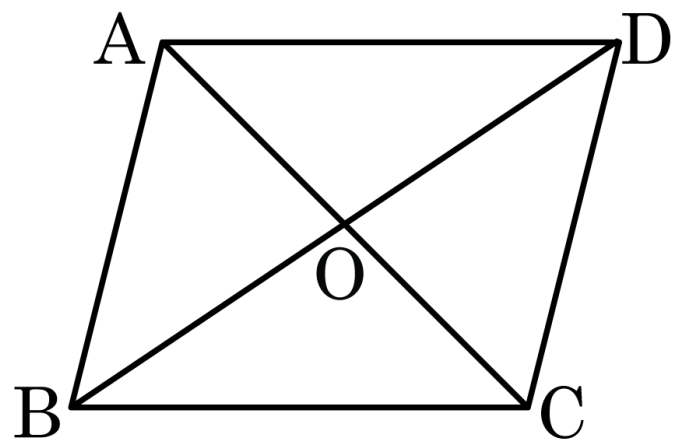
$\overline{DF} // \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} // \overline{FC}$ 이므로 $\square DECF$ 는 평행사변형이다.

$\overline{DE} // \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$

$\therefore$ $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AD} = \overline{DE} = 9$ (cm)

13. 다음 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$

② $\angle A = 90°$

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$

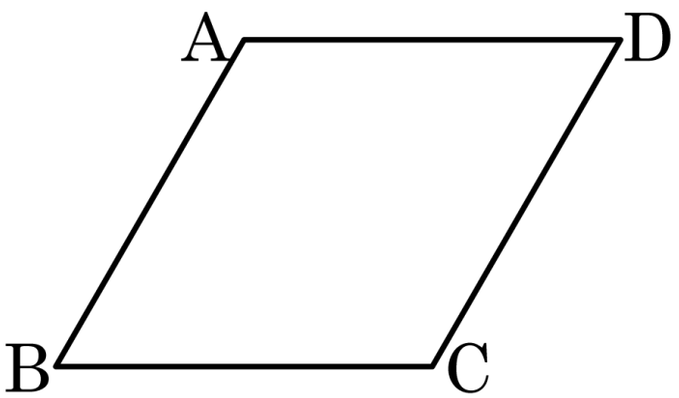
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면, 한 각이 $90°$이거나, 대각선의 길이가 같아야 한다.

14. 사각형 ABCD가 평행사변형이 될 수 있는 조건이 아닌 것은? (단, O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 120°$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

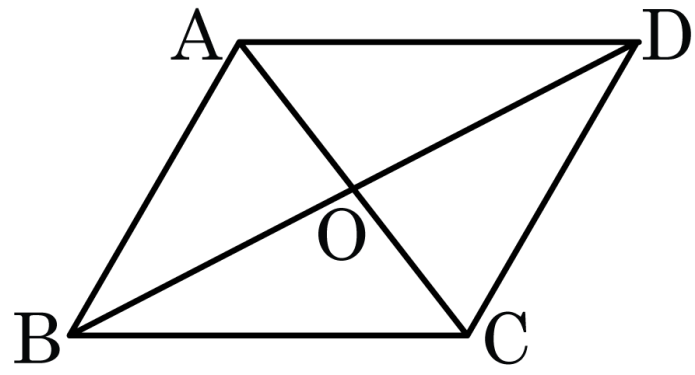
④ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$인 경우 $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

15. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$

② $\angle A = 90°$

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 직교하면 마름모이다.