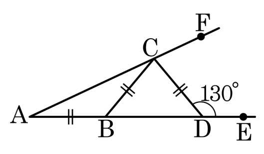
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 130°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기는?



① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$

④ $30°$ ⑤ $35°$

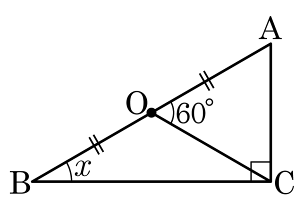
해설

$\angle CBD = \angle CDB = 50°$,

$\angle ABC = 180° - 50° = 130°$

$\therefore\ \angle CAB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

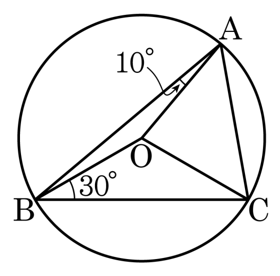


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$
삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로
$x + x = 60°$
$\therefore x = 30°$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$, $\angle OAC$의 크기는?

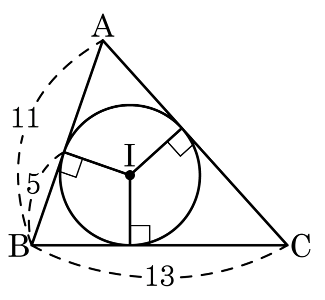


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90° - 40° = 50°$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



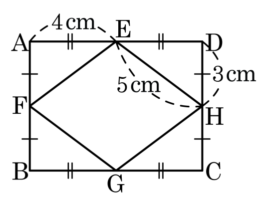
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

5. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



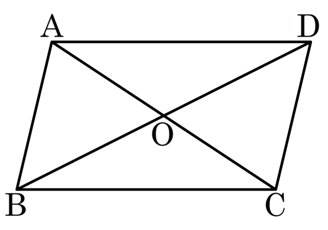
① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

6. 다음 중 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

해설

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

⑤ $\triangle AOD \equiv \triangle COB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CB}$

7. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① 정사각형은 마름모이며 사다리꼴이다.

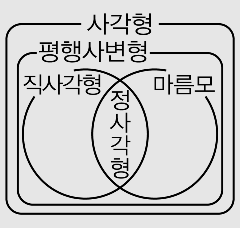
② 정사각형은 직사각형이며 평행사변형이다.

③ 정사각형은 평행사변형이며 사다리꼴이다.

④ 마름모는 평행사변형이며 사다리꼴이다.

⑤ 직사각형은 마름모이며 평행사변형이다.

해설



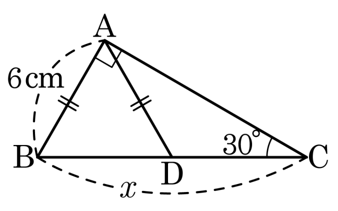
8. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 직사각형
④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

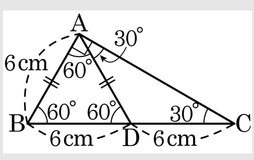
대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

9. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



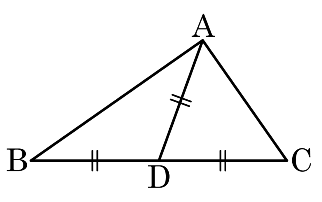
① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이면 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

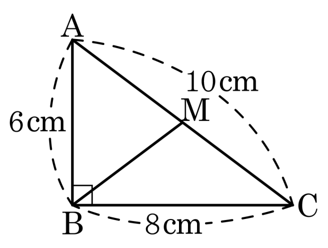


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90 °

해설
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 직각삼각형의 외심이다.

11. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2

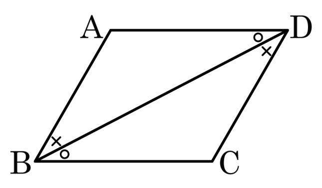
④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

12. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

[증명] 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$㉠

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS ② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS

③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA ④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA

⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

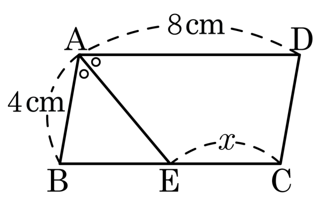
$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),

$\overline{DB}$는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동) 이다.

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 길이를 구하여라.



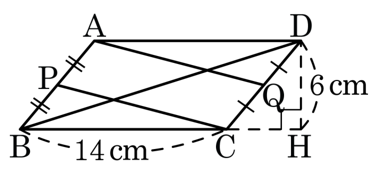
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $x = 8 - 4 = 4(\text{cm})$

14. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{AQ}$, $\overline{PC}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, □APNM 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 21 cm^2

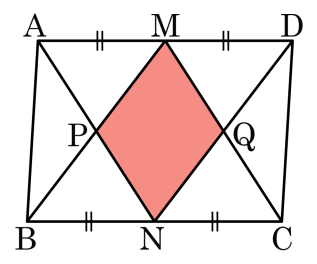
해설

$\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$ 와의 교점을 점 O 라고 하면

$\triangle AOM \equiv \triangle CON$

$$\therefore \square APNM = \triangle APC = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4}\times 14\times 6 = 21(cm^2)$$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라한다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 32cm^2 라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $8\ \text{cm}^2$

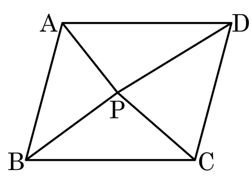
해설

$\triangle PAB = \triangle PNM$ 이고 $\triangle QMN = \triangle QCD$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 □PNQM 과 같다.

□PNQM 의 넓이는 전체 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이도 $\frac{1}{4}$ 이 된다.

$\frac{1}{4} \times 32 = 8(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAB$의 넓이가 $16\,cm^2$, $\triangle PCD$의 넓이가 $18\,cm^2$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

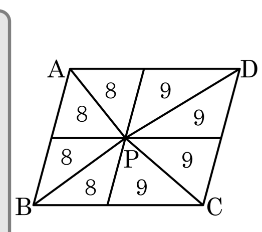
▷ 정답 : $68\,\underline{cm^2}$

해설

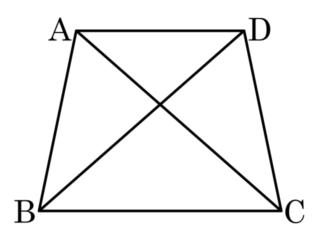
평행사변형의 넓이에서

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$
$= \frac{1}{2}\square ABCD$ 이므로

$16 + 18 = \frac{1}{2}\square ABCD$, $\square ABCD = 68\ (cm^2)$



17. 다음 그림처럼 사각형 ABCD가 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

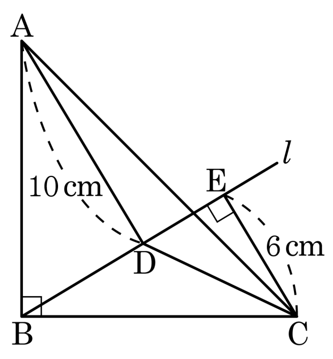
㉠ $2 \times \overline{AD} = \overline{BC}$	㉡ $\angle ABC = 2\angle ABD$
㉢ $\angle DBC = \angle ACD$	㉣ $\angle BAC = \angle CDB$
㉤ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$	

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉣ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이므로 $\angle BAC = \angle CDB$
㉤ $\overline{AB} = \overline{CD}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

18. 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?

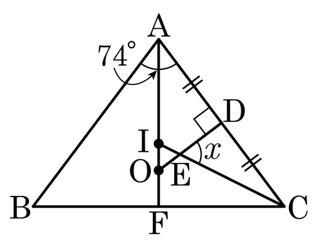


① 12cm^2　② 24cm^2　③ 30cm^2
④ 60cm^2　⑤ 90cm^2

해설

$\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$
직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.
삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62°　② 62.5°　③ 63°　④ 63.5°　⑤ 64°

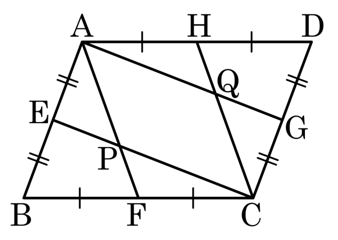
해설

$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$

$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



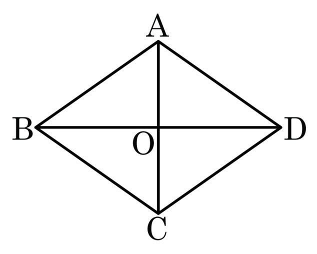
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉤, ㉢, ㉠　③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{GC}$이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} \,/\!/\, \overline{FC}$이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$이고 $\overline{PC} \,/\!/\, \overline{AQ}$이다. (㉠)

21. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?

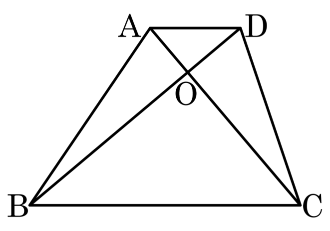


① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$　② $\overline{AC} = \overline{BD}$　③ $\overline{AB} = \overline{BC}$
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$　⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.
$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



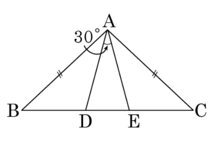
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 가 되도록 두 점 E, D 를 잡고 $\angle DAE = 30°$ 일 때, $\angle CAE$ 의 크기를 구하여라.



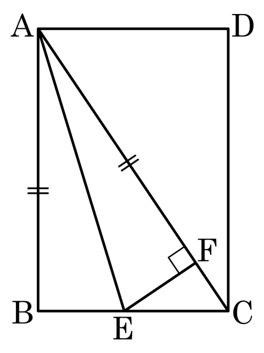
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 45°

해설

$\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle DAC = \angle ADE$
$\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle B = \angle C$
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\overline{AD} = \overline{EA}$, $\triangle ADE$는 이등변삼각형
$\therefore \angle ADE = (180° - 30°) \times \dfrac{1}{2} = 75°$
$\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle ADC = 75°$
$\angle CAE = 75° - 30° = 45°$

24. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 를 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 오도록 접고 만나는 점을 F 라 하자. $\angle\mathrm{AEB} = 73°$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{ECF}$ 를 구하여라.



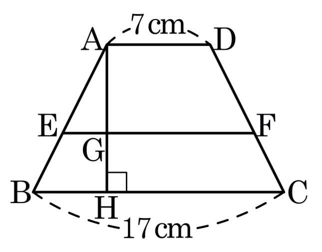
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 56 °

해설

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{AEF} = 73°$ 이고, $\triangle\mathrm{AEB}$ 에서 $\angle\mathrm{EAB} = 180° - 73° - 90° = 17°$ 이다.
$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{EAF} = 17°, \angle\mathrm{BAF} = 34°$ 이다. $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ECF} = 180° - 90° - 34° = 56°$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$이다. $\overline{AG}:\overline{GH}=3:2$이고 □AEFD와 □EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



① 10 cm ② 11 cm ③ 12 cm ④ 13 cm ⑤ 14 cm

해설

$\overline{AG}=3a$, $\overline{GH}=2a$라 하면

$(7+\overline{EF})\times 3a\times\frac{1}{2}=(\overline{EF}+17)\times 2a\times\frac{1}{2}$

$21+3\overline{EF}=2\overline{EF}+34$

$\overline{EF}=13$ (cm)