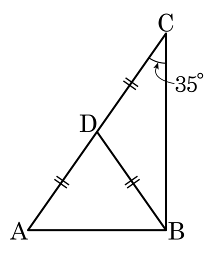
1. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle C = 35°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는 ?

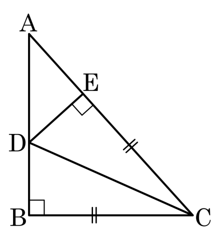


① $75°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $105°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = 35°$
또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이고
$\angle ADB = 35° + 35° = 70°$ 이므로
$\angle DAB = \angle DBA = 55°$
$\therefore \angle ABC = 35° + 55° = 90°$

2. $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)를 설명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$	㉡ $\angle DBC = \angle DEC$
㉢ $\overline{DB} = \overline{DE}$	㉣ $\angle DAE = \angle BDC$

▶ 답 :

▶ 답 :

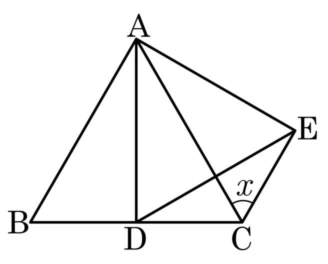
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$이다.
빗변의 길이 $\overline{CD}$는 공통된 변으로 같다.
$\overline{BC} = \overline{EC}$이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)이라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 정삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기는?



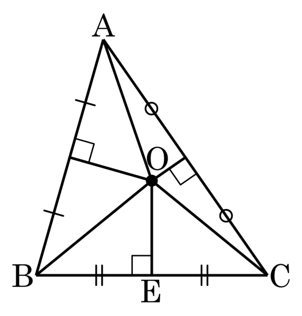
① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE}$
$\angle BAD = 60° - \angle DAC = \angle CAE$
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS합동) 이므로
$\angle x = \ ABD = 60°$

4. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



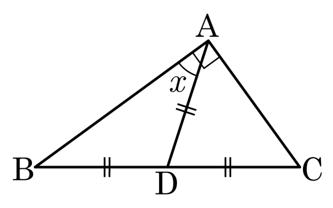
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$
② ㄴ. $\overline{OC}$
③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS
⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

5. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

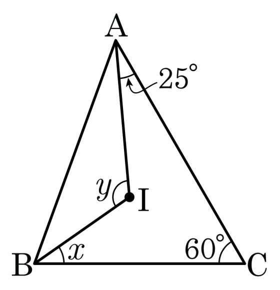


① 30°　　② 32°　　③ 34°　　④ 36°　　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$
$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$
$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$
$\angle BAD = \dfrac{2}{2+3}\times 90^\circ = \dfrac{2}{5}\times 90^\circ = 36^\circ$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

해설

ⅰ) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$
ⅱ) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$
$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

7. $\triangle$ABC 의 내접원의 지름의 길이가 18 이고 $\triangle$ABC 의 넓이가 63 일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이를 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

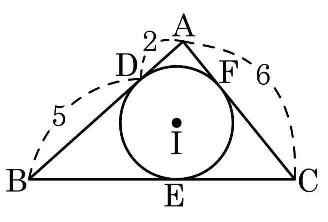
해설

지름이 18 이므로 반지름의 길이는 9 이다.

($\triangle$ABC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 9 \times$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이) $= 63$ 이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는 14 이다.

8. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?

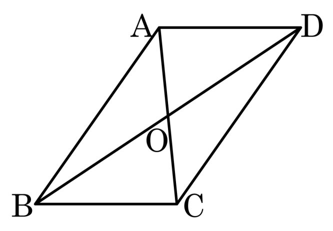


① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}}, \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}}, \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}} = 2\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}} = 5\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{CF}} = 4\mathrm{cm} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{EC}} = 5 + 4 = 9(\mathrm{cm})$

9. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$AOD 의 둘레가 22 이고, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BD} = 18$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는 ?



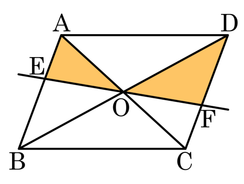
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\triangle$AOD 의 둘레는 $\overline{AO} + \overline{DO} + \overline{AD} = 5 + 9 + \overline{AD} = 22$, $\overline{AD} = 8$ 이다.

$\therefore\ \overline{BC} = 8$

10. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 두 삼각형의 넓이의 합을 구하여라.



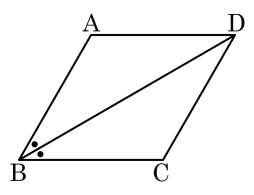
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{OAE} + \triangle\mathrm{ODF}$
$= \triangle\mathrm{OAE} + \triangle\mathrm{OBE}$
$= \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD}$ ($\because$ $\triangle\mathrm{OEB} \equiv \triangle\mathrm{OFD}$)
$= \frac{1}{4} \times 40 = 10\ (\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 사각형ABCD 가 평행사변형 이고,
$\angle ABD = \angle DBC$ 일 때, 사각형ABCD 에 해당하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

② 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

③ 정사각형이 된다.

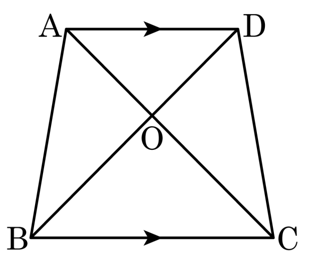
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle DBC = \angle ADB$ 이고, $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로
$\angle ABD = \angle BDC$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AD}$
$\triangle CBD$ 도 이등변삼각형이므로
$\overline{BC} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$
그러므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
따라서 마름모에 관한 ①, ⑤ 설명이 옳다.

12. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle ABD$의 넓이) = ($\triangle DCA$의 넓이)

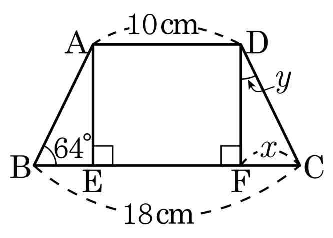
④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고 밑변 $\overline{AD}$는 공통이므로
($\triangle ABD$의 넓이) = ($\triangle DCA$의 넓이)

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 할 때, x, y 를 차례대로 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿ cm

▶ 답: ＿＿＿ °

▷ 정답: $x = 4$ cm

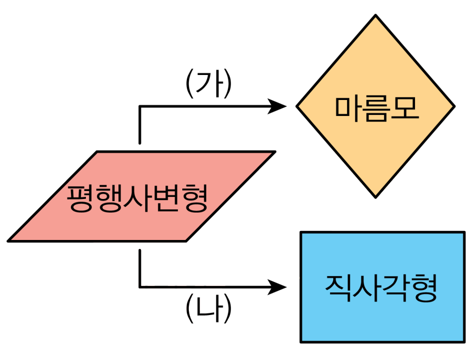
▷ 정답: $\angle y = 26$ °

해설

등변사다리꼴에서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로

$\overline{BE} = \overline{CF}$, $x = 4\text{cm}$, $\angle y = 26°$

14. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 ㈎를 붙이면 마름모가 되고, ㈏를 붙이면 직사각형이 된다. ㈎, ㈏에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?

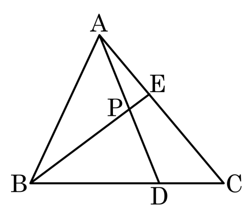


① ㈎ 이웃하는 대변의 길이가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.
② ㈎ 두 대각선의 길이가 같다. ㈏ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
③ ㈎ 이웃하는 두 각의 크기가 같다. ㈏ 한 내각의 크기가 직각이다.
④ ㈎ 한 내각의 크기가 직각이다. ㈏ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
⑤ ㈎ 두 대각선이 서로 수직이다. ㈏ 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

15. 다음 그림 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이다. $\triangle ABP$ 의 넓이가 $10\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



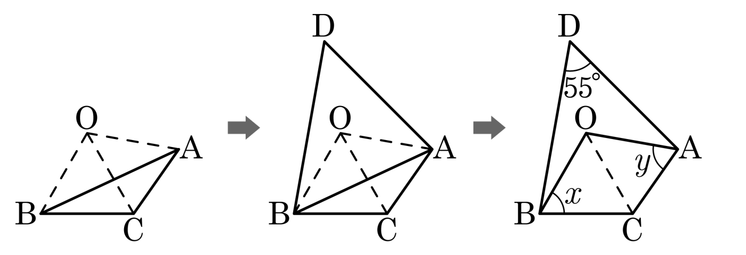
① $\frac{112}{5}\,cm^2$ ② $\frac{113}{4}\,cm^2$ ③ $\frac{125}{3}\,cm^2$
④ $\frac{123}{11}\,cm^2$ ⑤ $\frac{133}{7}\,cm^2$

해설

$\triangle ABD = 10 \times \frac{5}{2} = 25$

$\therefore \ \triangle ABC = 25 \times \frac{5}{3} = \frac{125}{3}$

16. 점 O 를 외심으로 하는 $\triangle$ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 $\triangle$ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



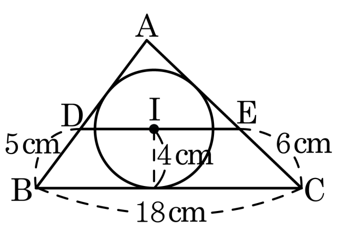
▶ 답 : °

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

17. 점 I 는 △ABC 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 58 cm^2

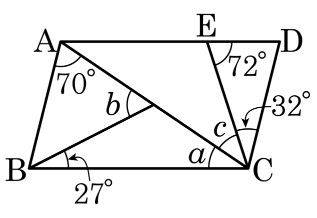
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11+18)\times4\times\frac{1}{2} = 58(cm^2)$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 133 °

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle c = 70^{\circ} - 32^{\circ} = 38^{\circ}$

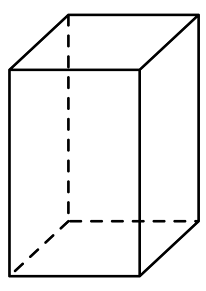
$\angle\mathrm{EDC} = 180^{\circ} - 72^{\circ} - 32^{\circ} = 76^{\circ} = \angle\mathrm{ABC}$

$\angle a = 180^{\circ} - 70^{\circ} - 76^{\circ} = 34^{\circ}$

$\angle b = \angle a + 27^{\circ} = 34^{\circ} + 27^{\circ} = 61^{\circ}$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^{\circ} + 61^{\circ} + 38^{\circ} = 133^{\circ}$

19. 직육면체의 네 꼭짓점을 이어서 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



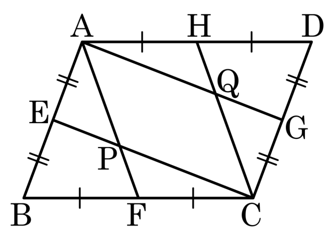
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

각 면이 평행사변형인 것은 6 개이다.
윗면의 점 2 개, 아랫면의 점 2 개이므로 만들어지는 평행사변형은 6 개이다.
따라서 평행사변형 개수는 12 개이다.

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

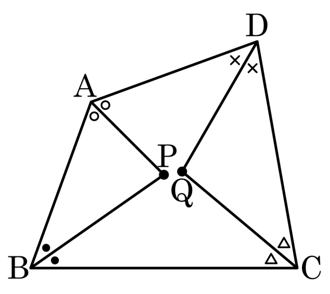
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$이다. (㉠)

21. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

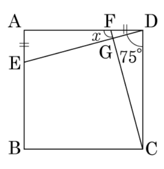


① 90° ② 150° ③ 180° ④ 210° ⑤ 240°

해설

$\angle PAB = a$, $\angle PBA = b$, $\angle DCQ = c$, $\angle CDQ = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360^\circ \therefore\ a + b + c + d = 180^\circ$
$\triangle ABP$ 와 $\triangle DQC$ 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360^\circ$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180^\circ$

22. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\overline{AE} = \overline{FD}$, $\angle CDG = 75°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 105 °

해설

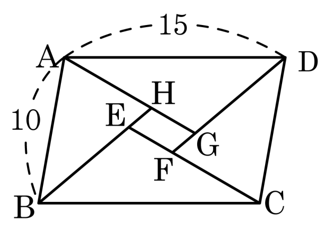
$\triangle ADE$ 와 $\triangle DCF$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{FD}$ 이고 $\angle A = \angle D = 90°$ 이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle DCF$(SAS 합동)

$\angle EDA = \angle FCD = 15°$ 이다.

$\angle DEA = 75°$, $\angle EGF = \angle CGD = 180° - 15° - 75° = 90°$ 이므로

$\angle x = 360° - 90° - 90° - 75° = 105°$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$, $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 일 때, □EFGH의 둘레를 구하면?

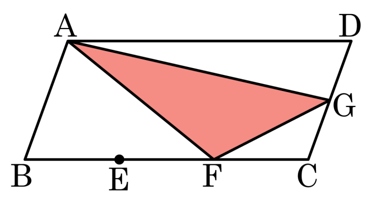


① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$\angle A + \angle B = 180°$ 이므로 $\angle EAB + \angle EBA = 90°$, $\angle AEB = 90°$ 이다.
따라서 □EFGH는 직사각형이다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$ 이므로 $\overline{EH} : 15 = 1 : 3$, $\overline{EH} = 5$
$\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{EF} : 10 = 1 : 2$, $\overline{EF} = 5$ 이다.
따라서 직사각형 중 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이고, 둘레는 $2(5+5) = 20$ 가 된다.

24. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$ ② $40\,\text{cm}^2$ ③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$ ⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

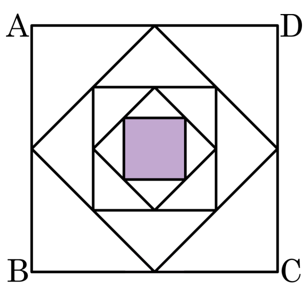
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림은 정사각형 ABCD 의 변의 중점을 잡아 계속해서 작은 정사각형을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이가 $8\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $128\,\mathrm{cm}^2$

해설

정사각형을 그릴 때마다 넓이는 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

$8 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128\ (\mathrm{cm}^2)$