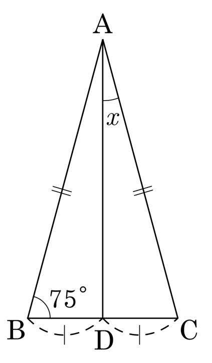
1. 다음 그림과 같이 $\angle B = 75°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$일 때, x의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 15°

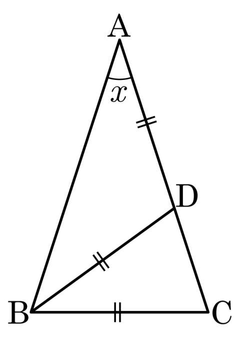
해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변 삼각형이므로 $\angle C = 75°$

선분 AD는 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A와 밑변의 중점 D를 잇는 선분이므로
$\angle ADC = 90°$

$\triangle ADC$에서
$\angle x = 180° - (90° + 75°) = 15°$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

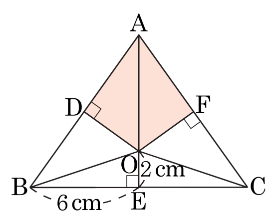


① $30°$　② $32°$　③ $34°$　④ $36°$　⑤ $38°$

해설

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle ABD = x°$ 이고
$\angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$
또한 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle BDC = \angle BCD = 2\angle x$
$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = \angle BCD = 2\angle x$
따라서 $\triangle ABC$ 의 내각의 합을 이용하면
$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$
$\therefore \angle x = 36°$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\triangle ABC = 50\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\square ADOF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 19 cm^2

해설

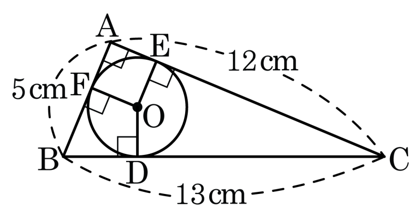
$\triangle OBE = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\mathrm{cm}^2)$

또한, $\triangle OBE \equiv \triangle OCF$, $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$, $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$(RHS 합동) 이므로

$$\begin{aligned} \triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25(\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19(\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?

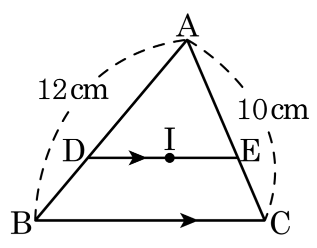


① $2\pi\,\text{cm}^2$　② $4\pi\,\text{cm}^2$　③ $9\pi\,\text{cm}^2$
④ $16\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $25\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면,
$\overline{\text{AF}} = \overline{\text{AE}} = x$, $\overline{\text{BF}} = \overline{\text{BD}} = 5 - x$,
$\overline{\text{CE}} = \overline{\text{CD}} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\text{cm}^2$

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

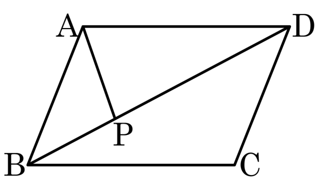


① 20cm ② 21cm ③ 22cm ④ 23cm ⑤ 24cm

해설

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10=22(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{DP} = 1 : 2$ 이다. $\square ABCD = 24cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 8 cm^2

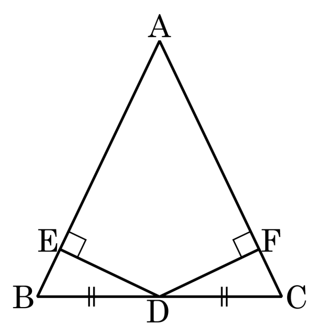
해설

$\triangle ABD = \frac{24}{2} = 12(cm^2)$

$\triangle ABP$, $\triangle APD$ 는 높이가 같고, $\triangle ABP : \triangle APD = 1 : 2$ 이다.

따라서 $\triangle APD = 8cm^2$ 이다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

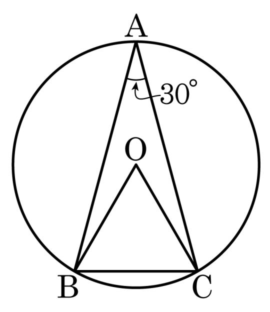
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

8. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

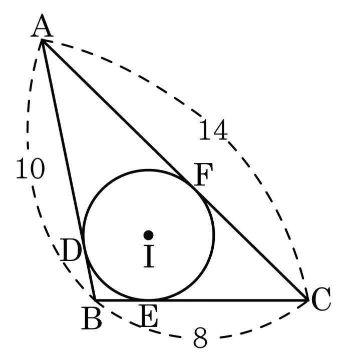


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30^\circ = 60^\circ$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times 3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

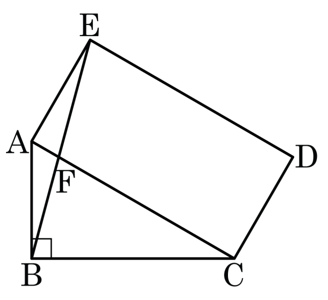
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14-x+8-x = 10$ 이므로 $22-2x = 10, 12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{ cm})$

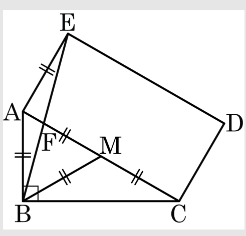
10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

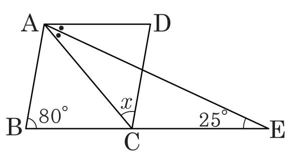
▷ 정답 : 15°

해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.
$\therefore\ \angle AEB = \frac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{DAC}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $50°$

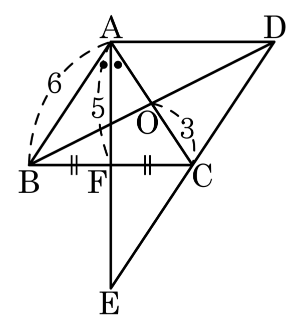
해설

$\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{DAE} = \angle \mathrm{AEC} = 25°$(엇각)

즉, $\angle \mathrm{DAC} = 2\angle \mathrm{DAE} = 2 \times 25° = 50°$ 이고
$\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{ACB} = 50°$(엇각)

평행사변형이므로
$\angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{C} = 180°$
따라서 $80° + 50° + \angle x = 180°$
$\therefore \ \angle x = 50°$

12. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$일 때, $\triangle ACE$의 둘레를 구하면?

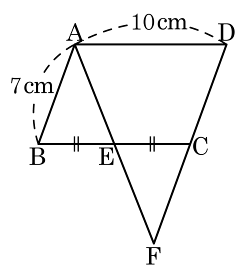


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$이다.
따라서 $\triangle ACE$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}, \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$

14. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

① $\overline{AB}=\overline{CD},\ \overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

② $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC},\ \angle A=\angle B=90^{\circ}$

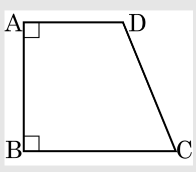
③ $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$

④ $\overline{AB}=\overline{CD},\ \overline{AD}=\overline{BC}$

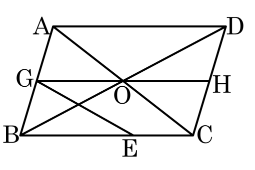
⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD},\ \overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②


15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이 각각 G, H 이다. $\triangle$GBE 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?

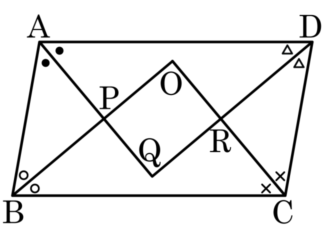


① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

$\triangle$GBE 는 $\triangle$OBE 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.
또한 $\triangle$OBE 와 $\triangle$OEC 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2 : 1$ 이므로 넓이의 비도 $2 : 1$ 이다.
따라서 $\triangle$OEC 의 넓이는 a 이고, $\triangle$OBC 의 넓이는 $3a$ 이다.
$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는
$4 \times \triangle\mathrm{OBC} = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

16. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　　② 마름모　　③ 등변사다리꼴

④ 직사각형　　⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

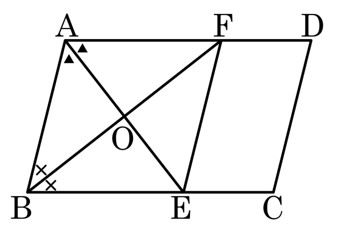
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

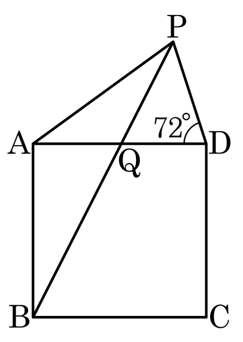
17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



① 직사각형　② 마름모　③ 정사각형
④ 등변사다리꼴　⑤ 사다리꼴

해설
$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

18. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{AD} = \overline{AP}$이고 $\angle ADP = 72°$일 때, $\angle AQB$의 크기를 구하여라.



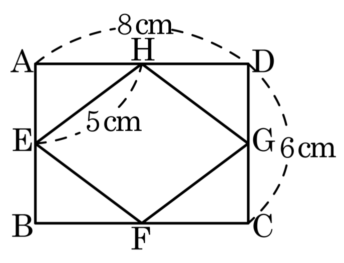
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 63°

해설

$\angle APD = \angle ADP = 72°$
$\angle PAD = 180° - 72° \times 2 = 36°$
$\angle PAB = 36° + 90° = 126°$
$\angle APQ = (180° - 126°) \div 2 = 27°$
$\angle AQB = 27° + 36° = 63°$

19. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EH}//\overline{FG}$

② $\overline{EF}=5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

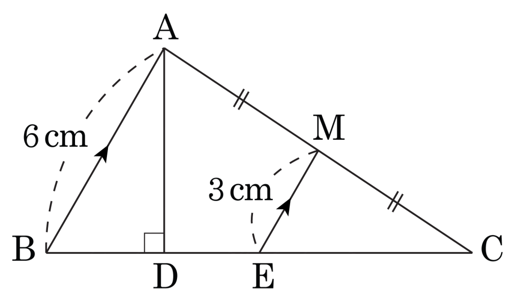
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$(6\times 8)-4\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)=48-24=24(\text{cm}^2)$

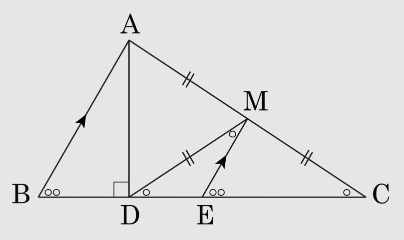
20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$에 평행한 선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

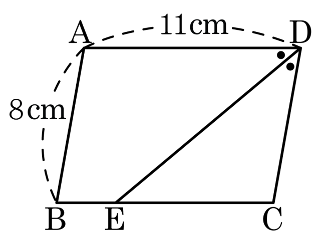
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$

따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

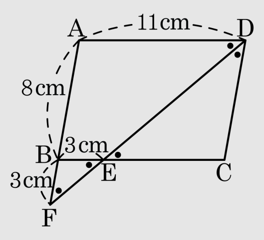
$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

21. 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADE = \angle CDE$일 때, $\overline{BE}$의 길이는?



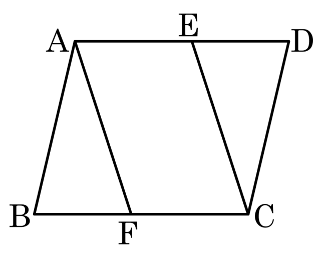
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하면
$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\mathrm{cm})$이다.

22. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



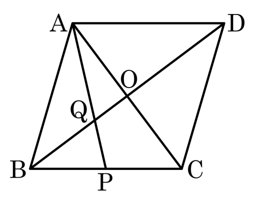
[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$
[결론] □AFCE는 평행사변형
[증명] □ABCD에서
$\overline{AE}=\frac{1}{2}\boxed{}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$㉠
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AFCE 는 평행사변형이다.

① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}$와 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$ 에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

23. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $120\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 점 P, $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2 : 1$ 일 때, □QPCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 120 = 30(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}$

$= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\mathrm{cm}^2)$

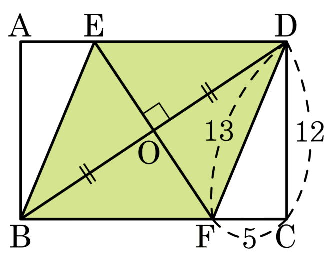
$\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square\mathrm{QPCO} = \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO} = 15 + 5$

$= 20(\mathrm{cm}^2)$

24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

$\triangle \mathrm{OEB}$ 와 $\triangle \mathrm{OED}$ 에서

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{OD}$, $\angle \mathrm{EOB} = \angle \mathrm{EOD} = 90°$, $\angle \mathrm{ODE} = \angle \mathrm{OBF}$ 이므로

$\triangle \mathrm{OED} \equiv \triangle \mathrm{OFB}$ (ASA합동)

$\therefore\ \overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$

□EBFD 의 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로

□EBFD 는 마름모이다.

$\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{FD}} = \overline{\mathrm{ED}} = 13$

□EBFD 의 밑변을 $\overline{\mathrm{BF}}$ 라 하면 높이는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 같으므로 넓이는

$13 \times 12 = 156$ 이다.

25. 다음 중 평행사변형은 모두 몇 개인가?

직사각형, 사다리꼴, 정사각형, 등변사다리꼴, 마름모

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

평행사변형이 되는 것은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.