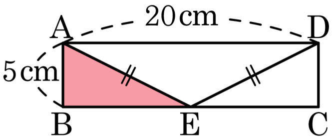
1. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC = \angle DCE = 90°$ $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

2. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

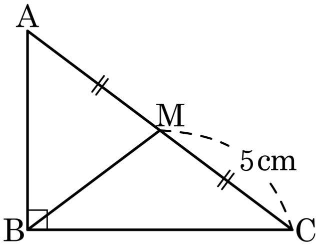
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA =$ (①) $\cdots\cdots$ ㉠
> (②) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
> (③) $= \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$　　② $\overline{OP}$　　③ $\angle OAP$
④ RHS　　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA =$ ($\angle POB$) $\cdots\cdots$ ㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이고 점 M이 삼각형의 외심일 때, $\overline{BM}$ 의 길이는?

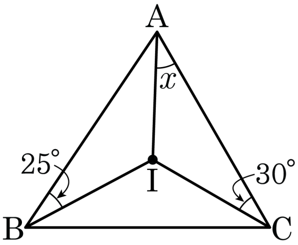


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$ 이다,
따라서 $\overline{CM} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{CM} = \overline{BM} = 5\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

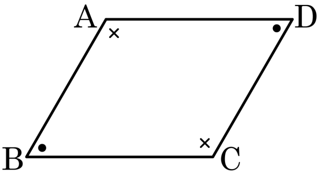
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

5. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서

$\angle A = \angle C = a$

$\angle B = \angle D = b$라 하면

$2a + 2b = 360°$

$\therefore\ a + b = 180°$

동측내각의 합이 $\boxed{}$이므로

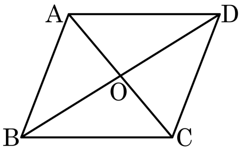
$\therefore\ \overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC},\ \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

① $45°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $180°$ ⑤ $360°$

해설

동측내각의 합이 $180°$이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 24 였다. $\triangle COD$ 의 넓이는?



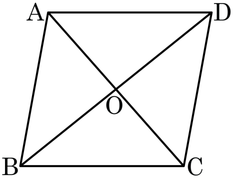
① 6
② 12
③ 24
④ 48
⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle ABO$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$, $\triangle OAD$ 의 넓이가 같으므로

$\triangle OCD = \dfrac{1}{2} \times \triangle ABC = 12$ 이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직이등분하고 한 내각의 크기가 90° 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

8. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

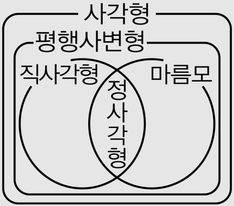
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

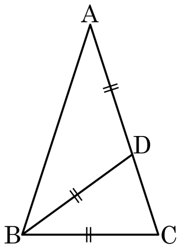
④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설



9. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad}^{\circ}$

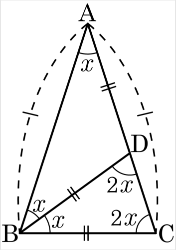
▷ 정답 : $\underline{36^{\circ}}$

해설

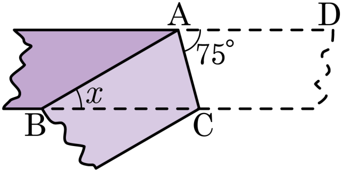
$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$라고 하면

$2\angle x + \angle x + \angle x + \angle x = 180^{\circ}$, $5\angle x = 180^{\circ}$

$\therefore \angle x = 36^{\circ}$

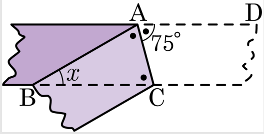


10. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle CAD = 75°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



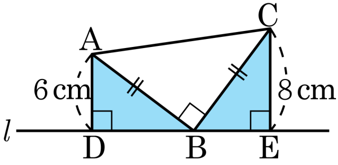
① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설



$\angle DAC = \angle CAB = 75°$ (종이 접은 각)
$\angle DAC = \angle ACB = 75°$ (엇각)
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 $75°$이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \angle x = 180° - 75° - 75° = 30°$

11. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{AD}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm^2

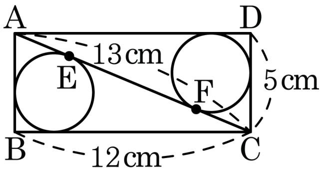
▷ **정답 :** $48\,\mathrm{cm}^2$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BCE}$ ($\because$ $\angle\mathrm{ABD} + 90^\circ + \angle\mathrm{CBE} = 180^\circ$, $\angle\mathrm{BCE} + \angle\mathrm{CBE} + 90^\circ = 180^\circ$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{CE}}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.

$$2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) = 48(\mathrm{cm}^2)$$

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

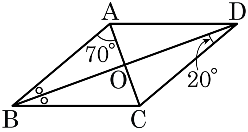
$(13 - x) + (5 - x) = 12 \cdots$ ㉠

$\therefore x = 3(\text{cm})$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 3(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF} = 13 - (3 + 3) = 7(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



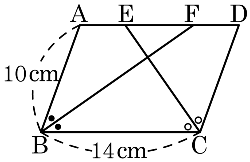
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}}=10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}}=14\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



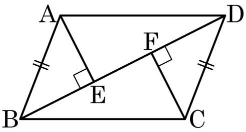
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AB}}=10\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{DE}}=10\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{ED}}-\overline{\mathrm{EF}}=14\ (\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{EF}}=10+10-14=6\ (\mathrm{cm})$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AE}//\overline{CF}$ ㉡ $\overline{AF}=\overline{CF}$

㉢ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ ㉣ $\angle EAF=\angle ECF$

㉤ $\overline{AE}=\overline{CF}$ ㉥ $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

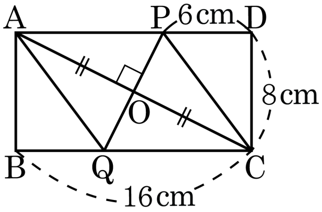
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동)이므로

㉡ $\overline{AE}=\overline{CF}$

㉥ $\overline{BE}=\overline{FD}\neq\overline{EF}$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{\ \mathrm{cm}^2}$

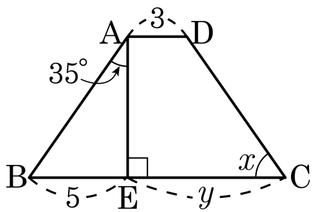
해설

□AQCP 는 마름모이므로

$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$$\begin{aligned}\square AQCP &= \square ABCD - 2\triangle ABQ \\ &= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \\ &= 128 - 48 = 80(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$, $\angle BAE = 35°$일 때, $\angle DCB = x°$, $\overline{CE} = y$이다. $x + y$의 값을 구하여라.



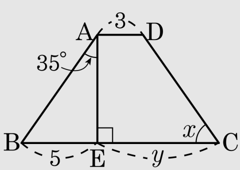
▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\angle A + \angle C = 180°$이므로 $\angle A = 35° + 90° = 125°$이고, $\angle x = 180° - 125° = 55°$이다.

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

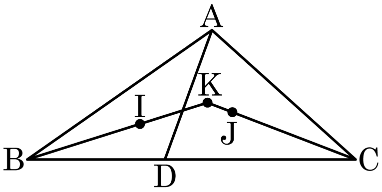


$\triangle ABE$와 $\triangle DCH$는 RHA 합동이므로 $\overline{BE} = \overline{CH}$ 이다.

$\therefore y = 5 + 3 = 8$

$\therefore \; x + y = 55 + 8 = 63$

18. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 141.5°

해설

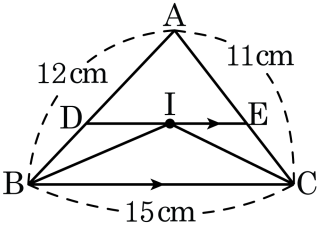
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

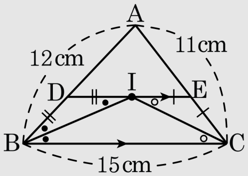
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

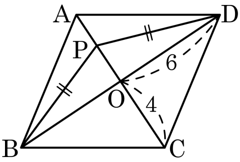
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(\text{cm})$



20. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP}=\overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



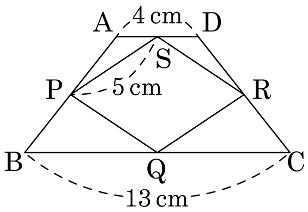
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO}=\overline{DO}$ 이고 $\overline{BP}=\overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)
$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
$\overline{BP}=\overline{DP}$ 이고,
$\angle APB=\angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB=\angle PAD$ 이다.
따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD=90°$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times6\times4=48$ 이다.

21. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 각 변의 중점을 S, P, Q, R 이라 할 때, □SPQR 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

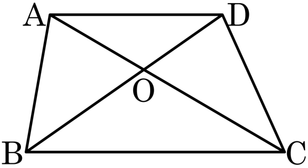
▷ **정답 :** 20 cm

해설

등변사다리꼴의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모가 된다.

따라서 마름모는 네 변의 길이가 같으므로
□SPQR 의 둘레의 길이는 $5 \times 4 = 20(\mathrm{cm})$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이다. $\triangle AOD = 10\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{125}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

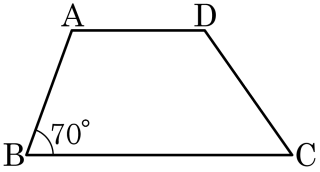
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 10\text{cm}^2 : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = \dfrac{45}{2}\text{cm}^2$

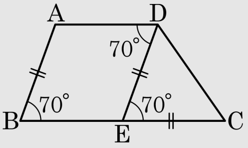
□ABCD $= \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO = 10 + 15 + 15 + \dfrac{45}{2} = \dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{AD}$일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.



① $105°$　② $110°$　③ $115°$　④ $120°$　⑤ $125°$

해설

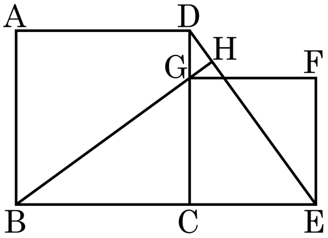


$\overline{AB}//\overline{DE}$인 $\overline{DE}$를 그으면 □ABED는 평행사변형이고 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{EC}$이다.

$\angle EDC=(180°-70°)\div 2=55°$

$\therefore \angle D=70°+55°=125°$

24. 다음 그림에서 □ABCD, □GCEF가 정사각형이고 $\overline{BG}$의 연장선이 $\overline{DE}$와 만나는 점을 H라고 할 때, ∠BHE의 크기로 알맞은 것은?



① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

△GBC ≡ △EDC (SAS 합동)

∴ ∠GBC = ∠EDC

△EDC에서 ∠EDC + ∠DEC = 90°

∠GBC + ∠DEC = 90°이므로

∠GHE = 90° = ∠BHE

25. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 마름모

④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설

마름모는 이웃하는 두변의 길이가 같고, 대각선이 수직이다.