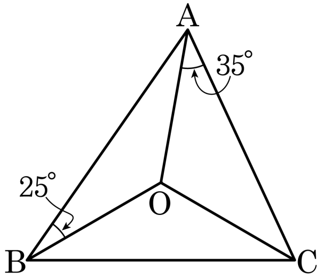
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



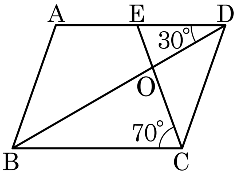
① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCO = 70°$, $\angle EDO = 30°$ 일 때, $\angle DOC$ 의 크기는?



① 80° ② 85° ③ 90°

④ 95° ⑤ 100°

해설

$\angle BCO = \angle DEO$ (엇각)

$\triangle DEO$ 에서 $\angle DOC$ 는 한 외각이므로

$\angle DOC = \angle DEO + \angle EDO = 70° + 30° = 100°$

3. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

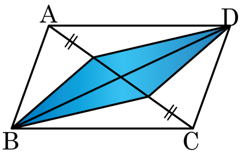
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면

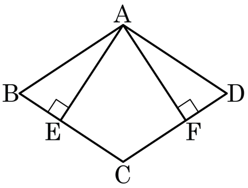
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.

그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

5. 마름모 ABCD 에서 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 의 합동조건으로 적합한 것은 ?



① SSS 합동 ② ASA 합동

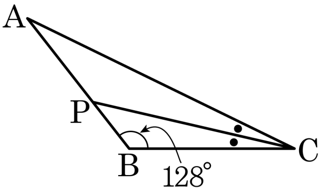
③ SAS 합동 ④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B = 128°$ 이고 $\angle BCP = \angle ACP$ 일 때, $\angle CPB$ 의 크기는?



① 39°　　② 40°　　③ 41°　　④ 42°　　⑤ 43°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

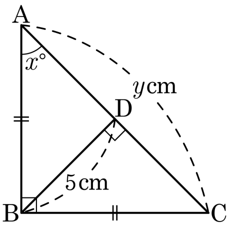
$\angle BCA = \frac{1}{2}(180° - 128°) = 26°$

또 $\angle BCP = \angle ACP$ 이므로

$\angle BCP = \angle ACP = \frac{1}{2} \times 26° = 13°$

$\therefore \angle CPB = 26° + 13° = 39°$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$이고 $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$일 때, x의 값과 y의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▶ 답 : ____cm

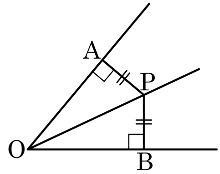
▷ 정답 : $x = 45°$

▷ 정답 : $y = 10\,\text{cm}$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$이므로 $x = 45$
$\triangle ADB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동)이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
$\triangle ADB$, $\triangle CDB$가 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = 5\,(\text{cm})$이므로 $y = 10$이다.

8. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AO} = \overline{BO}$	㉡ $\angle APO = \angle BPO$
㉢ $\angle AOB = \angle APB$	㉣ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
㉤ $\angle AOP = \angle BOP$	㉥ $\overline{OA} = \overline{OP}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

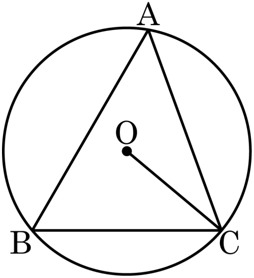
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) 이다.
㉢ $\angle AOB \neq \angle APB$
㉥ $\overline{OA} \neq \overline{OP}$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

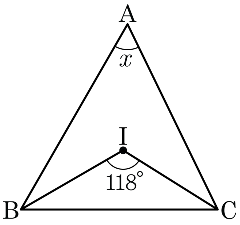
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,

$\angle BOC = 100°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 50°$

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 118°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

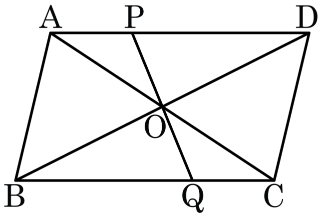
▷ 정답 : 56°

해설

$$90° + \frac{1}{2}\angle x = 118°$$

$\therefore \angle x = 56°$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OA} = \overline{OC}$

② $\overline{OB} = \overline{OC}$

③ $\overline{OP} = \overline{OQ}$

④ $\overline{OD} = \overline{OB}$

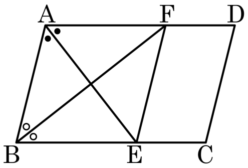
⑤ $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$

해설

$\overline{AO} = \overline{OC}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle OAP = \angle OCQ$이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$이다.

또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$이다.

12. 다음 그림의 □ABCD는 평행사변형이다. 점 A, B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, □ABEF 의 둘레는?



① 25cm ② 26cm ③ 27cm ④ 28cm ⑤ 29cm

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $2\bullet + 2\circ = 180°$ 이고, $\bullet + \circ = 90°$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{BF}$ 이다.

따라서 □ABEF 는 마름모이다.

$\overline{CD} = \overline{AB} = \overline{EF} = \overline{BE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4 \times 7 = 28(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 중 정사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 마름모

② 한 내각이 90° 인 등변사다리꼴

③ 두 대각선의 길이가 서로 같은 마름모

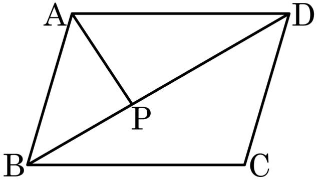
④ 두 대각선이 직교하는 직사각형

⑤ 두 대각선이 직교하는 평행사변형

해설

①, ⑤는 마름모

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 70cm^2 이고 $\overline{\text{BP}} : \overline{\text{PD}} = 2 : 3$ 이다. $\triangle\text{ABP}$ 의 넓이는?



① 5cm^2
② 10cm^2
③ 14cm^2
④ 21cm^2
⑤ 25cm^2

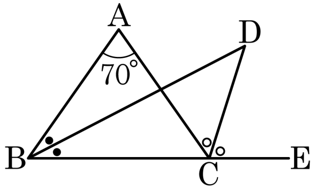
해설

$$\triangle\text{ABD} = \frac{70}{2} = 35(\text{cm}^2) = \triangle\text{ABP} + \triangle\text{ADP}$$

$$2 : 3 = \triangle\text{ABP} : \triangle\text{APD}$$

$$\therefore\ \triangle\text{ABP} = 35 \times \frac{2}{5} = 14(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 하자. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $35°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

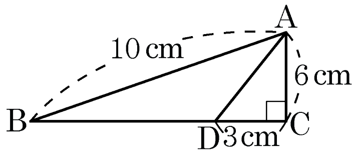
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned} \angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5° \end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35° \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면

$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFD = \angle ACD = 90°$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\angle FAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$

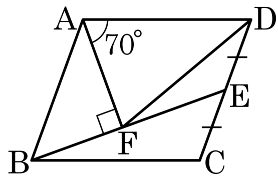
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$$

$$\therefore \overline{BD} = 5\ (\text{cm})$$

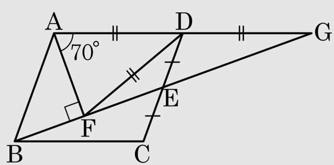
17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle\mathrm{DAF} = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{DFE} = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

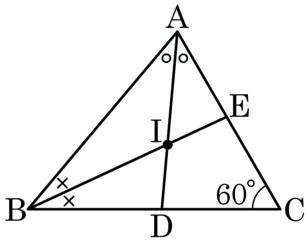
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{GDE}$(ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$,
$\triangle\mathrm{AFG}$ 는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{DF}}$
$\therefore\ \angle\mathrm{DFE} = 90^\circ - \angle\mathrm{DFA} = 90^\circ - \angle\mathrm{DAF} = 20^\circ$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②

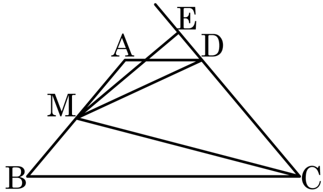
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

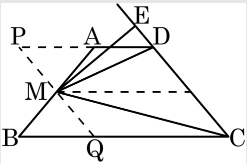
19. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle\mathrm{CME} = 18$, $\triangle\mathrm{EMD} = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

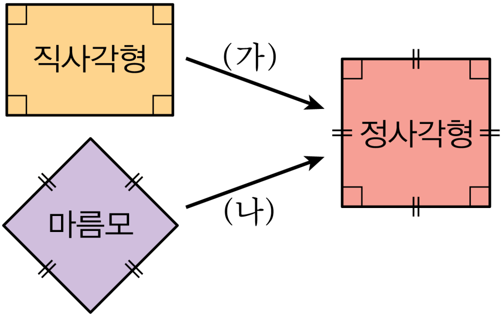
$\triangle\mathrm{PMA} \equiv \triangle\mathrm{MBQ}$ (ASA 합동)

따라서 $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이는 $\square\mathrm{PQCD}$ 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned}\square\mathrm{PQCD} &= 2\triangle\mathrm{DMC}\\ &= 2(\triangle\mathrm{CME} - \triangle\mathrm{EMD})\\ &= 24\end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

20. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 90°이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

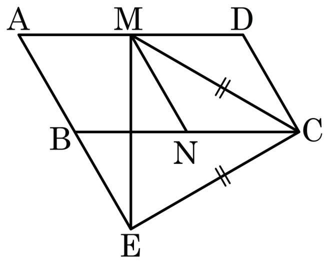
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AB}$ 의 연장선과 꼭짓점 C 에서 내린 수선과의 교점을 E 라고 한다. $\overline{CM} = \overline{CE}$, $\angle AEM = a$ 일 때, $\angle EBN$ 의 크기를 a 로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2a$

해설

점 N 은 직각삼각형 BCE 의 외심이므로

$\overline{BN} = \overline{EN} = \overline{CN}$

$\overline{AM} // \overline{BN}$, $\overline{AM} = \overline{BN}$ 이므로, $\overline{AB} // \overline{MN}$

$\overline{AE} // \overline{MN}$ 이므로 $\angle AEM = \angle NME = a$ (엇각)

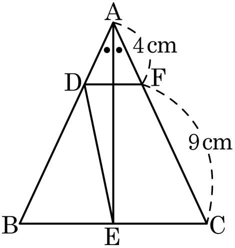
$\overline{MN} = \overline{BN} = \overline{EN}$ 이므로 $\angle NEM = \angle NME = a$

$\therefore\ \angle NEA = 2a$

$\overline{BN} = \overline{EN}$ 이므로 $\angle EBN = \angle NEA = 2a$

따라서 $\angle EBN = 2a$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} // \overline{BC}$, $\overline{DE} // \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 13cm

해설

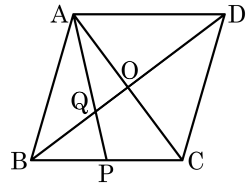
$\overline{DF} // \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} // \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다.

$\overline{DE} // \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$

$\therefore$ $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AD} = \overline{DE} = 9$ (cm)

23. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $120\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 중점을 점 P, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 일 때, $\square$QPCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

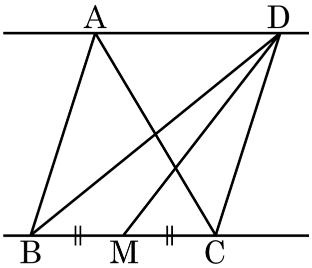
해설

$$\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 120 = 30(\mathrm{cm}^2)$$
$$\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}$$
$$= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\mathrm{cm}^2)$$

$\overline{AQ} : \overline{QP} = 2 : 1$ 이므로

$$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\mathrm{cm}^2)$$
$$\therefore\ \square\mathrm{QPCO} = \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO} = 15 + 5$$
$$= 20(\mathrm{cm}^2)$$

24. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$이고 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\triangle DMC = 15\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



① $10\,cm^2$ ② $15\,cm^2$ ③ $20\,cm^2$

④ $25\,cm^2$ ⑤ $30\,cm^2$

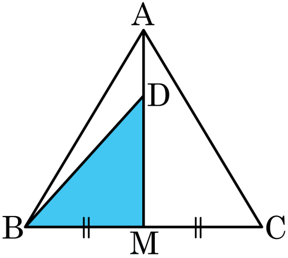
해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로

$\triangle DBC = 2\triangle DMC = 2 \times 15 = 30\,(cm^2)$

$\triangle DBC = \triangle ABC = 30\,(cm^2)$

25. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이고 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DM}} = 1 : 2$이다. $\triangle\mathrm{ABC} = 60$일 때, $\triangle\mathrm{DBM}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DM}} = 1 : 2$이므로 $\triangle\mathrm{DBM} = 2\triangle\mathrm{ABD}$이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABM} = 3\triangle\mathrm{ABD}$

또, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$이므로 $\triangle\mathrm{ABM} = \triangle\mathrm{ACM}$이다.

따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = 6\triangle\mathrm{ABD}$이므로 $60 = 6\triangle\mathrm{ABD}$이다.

$\therefore \triangle\mathrm{ABD} = 10$

$\therefore \triangle\mathrm{DBM} = 2\triangle\mathrm{ABD} = 2 \times 10 = 20$