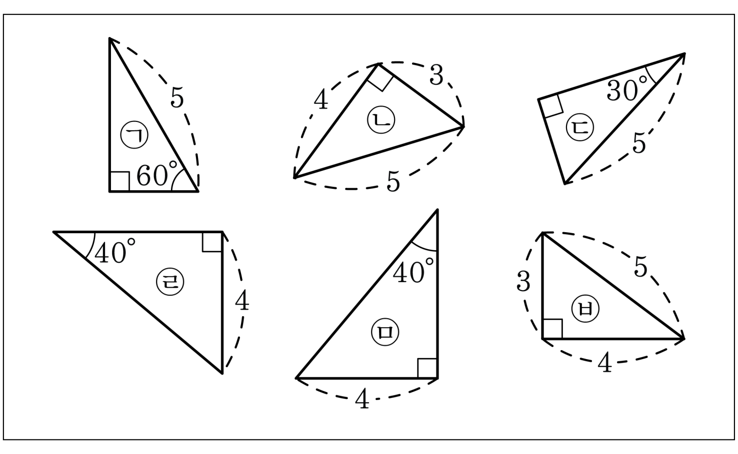
1. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?

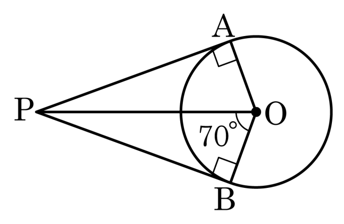


① ㉠과 ㉡ ② ㉠과 ㉢ ③ ㉡과 ㉤
④ ㉡과 ㉥ ⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

2. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?

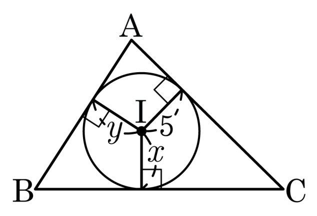


① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $140°$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동) 이므로
$\angle POA = 70°$
$\therefore \angle APB = 40°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답：

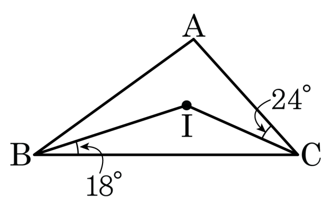
▷ 정답： 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 96 °

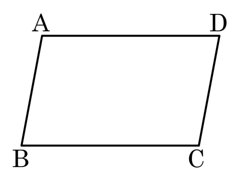
해설

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = 18°$, $\angle ICB = 24°$

$\therefore \angle A = 180° - 2(18° + 24°) = 96°$

5. 다음 중 다음 □ABCD 가 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle A + \angle B = 180°$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$

해설

③ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

6. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명하는 과정이다. 이 중 <u>틀린</u> 것은?

[가정] □ABCD 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명]
㉠ $\overline{BC}$ 의 연장선 위의 한 점을 E 라 하면
㉡ $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$ 이므로
㉢ $\angle A = \angle C$
㉣ $\angle B = \angle DCE$(동위각), $\angle D = \angle DCE$(엇각)
㉤ $\therefore \ \angle B = \angle C$

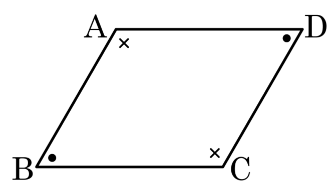
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $\therefore \ \angle B = \angle C \to \therefore \ \angle B = \angle D$ 로 바뀌어야 한다.

7. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

① $45°$　② $60°$　③ $90°$　④ $180°$　⑤ $360°$

해설

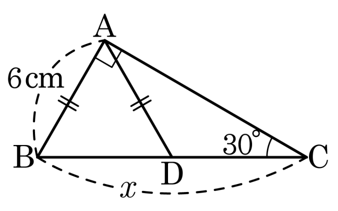
동측내각의 합이 $180°$ 이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

8. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

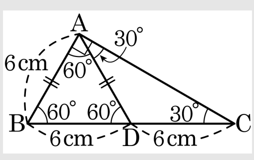
해설
대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

9. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



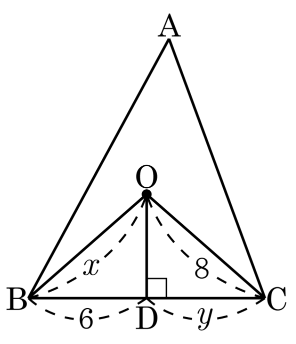
① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

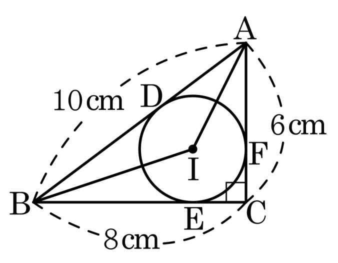


① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로
$x=8,\ y=6,\ x+y=14$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① $4cm^2$ ② $6cm^2$ ③ $8cm^2$

④ $10cm^2$ ⑤ $12cm^2$

해설

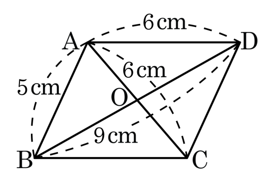
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$\begin{aligned}(\triangle ABC\text{의 넓이}) &= \frac{1}{2}\times 8\times 6\\ &= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)\\ &= 24\end{aligned}$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$(\triangle IAB\text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$

12. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle$OBC 와 $\triangle$OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



① 11 cm, 12 cm
② 12.5 cm, 12.5 cm
③ 12 cm, 13 cm
④ 13.5 cm, 12.5 cm
⑤ 13 cm, 13 cm

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

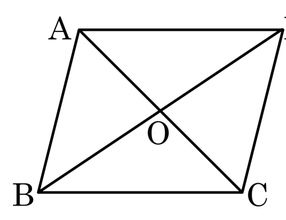
$\triangle$OBC 의 둘레는

$\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{BC}=4.5+3+6=13.5(\mathrm{cm})$

$\triangle$OCD 의 둘레는

$\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}=3+4.5+5=12.5(\mathrm{cm})$

13. □ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

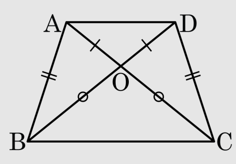
③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,cm$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,cm$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,cm$

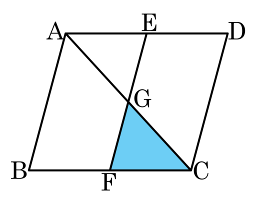
해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



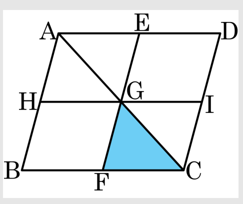
⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 AD, BC 의 중점이고, 빗금 친 삼각형의 넓이는 15 cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 90 cm^2　② 100 cm^2　③ 110 cm^2
④ 120 cm^2　⑤ 130 cm^2

해설



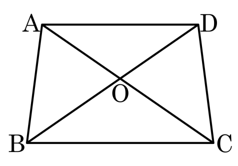
다음 그림에서 삼각형 AGE 와 삼각형 CGF 는 합동이다. 따라서 점 G 는 변 EF 의 중점이다. 점 G 를 지나고 AD 에 평행한 선분 HI 를 그으면 변 EF 와 HI 에 의해 평행사변형은 합동인 네 개의 평행사변형으로 나누어진다. 평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로 색칠한 삼각형의 넓이는 전체 평행사변형 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 $8 \times 15 = 120$ (cm^2) 이다.

15. 다음 중 정사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 마름모
② 한 내각이 90° 인 등변사다리꼴
③ 두 대각선의 길이가 서로 같은 마름모
④ 두 대각선이 직교하는 직사각형
⑤ 두 대각선이 직교하는 평행사변형

해설
①, ⑤는 마름모

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

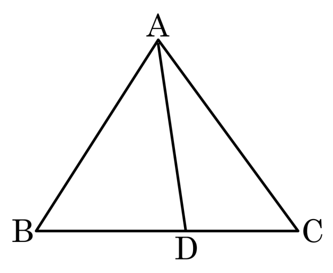


① $\overline{AB} = \overline{DC}$
② $\angle ABC = \angle DCB$
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$
④ $\overline{AD} = \overline{DC}$
⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC = \triangle DCB$ (SAS합동) 이고 $\triangle OAD$는 이등변삼각형이다.

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 $70cm^2$이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?

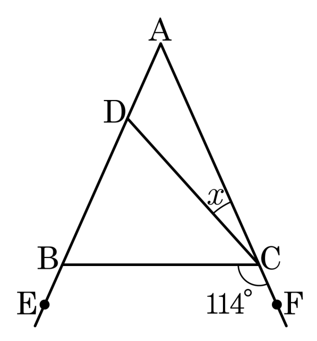


① $15cm^2$　② $20cm^2$　③ $25cm^2$
④ $30cm^2$　⑤ $35cm^2$

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $= 70 \times \frac{3}{4+3} = 30(cm^2)$

18. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?

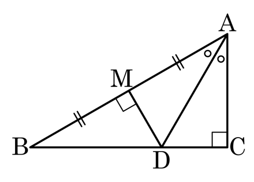


① $18°$ ② $24°$ ③ $30°$ ④ $36°$ ⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$
$\triangle CDB$ 에서
$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$
따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



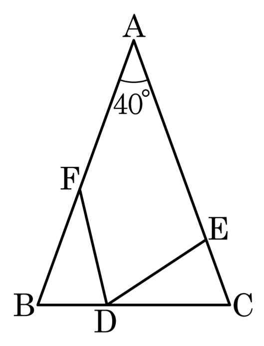
▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: $30°$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)
이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.
$\angle B + \angle A = 90°$이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

20. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ 위의 점이고, $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\angle \mathrm{A} = 40°$ 일 때, $\angle \mathrm{FDE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ $\underline{°}$

▷ 정답 : 70 $\underline{°}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로

$\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C} = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이므로

$\triangle \mathrm{FBD} \equiv \triangle \mathrm{DCE}$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle \mathrm{BFD} = \angle \mathrm{CDE}$, $\angle \mathrm{BDF} = \angle \mathrm{CED}$

$\angle \mathrm{FDE}$ 의 크기를 x 라 하면

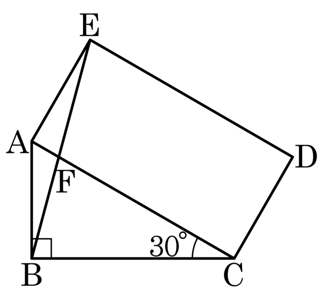
$x + \angle \mathrm{CDE} = 70° + \angle \mathrm{BFD}$ 이고

$\angle \mathrm{BFD} = \angle \mathrm{CDE}$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle \mathrm{FDE} = 70°$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



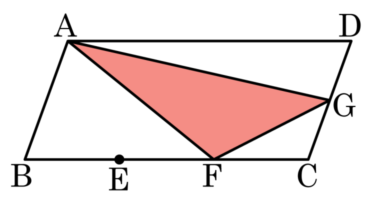
▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 $240\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 삼등분점을 E, F, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 G라 할 때, $\triangle\mathrm{AFG}$ 의 넓이는?



① $20\,\mathrm{cm}^2$　② $40\,\mathrm{cm}^2$　③ $60\,\mathrm{cm}^2$

④ $80\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $100\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{ABF}$ 와 $\triangle\mathrm{AFC}$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABF} : \triangle\mathrm{AFC} = 2:1$

$\triangle\mathrm{ABF} = \frac{2}{3} \times \triangle\mathrm{ABC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD} = 80(\mathrm{cm}^2)$

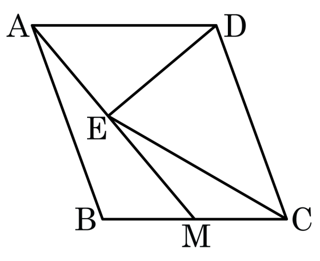
마찬가지 방법으로 $\triangle\mathrm{DFC} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC}$

$\triangle\mathrm{FCG} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{DFC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC} = \frac{1}{12}\square\mathrm{ABCD} = 20(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{AGD} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ACD} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = 60(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle\mathrm{AFG} = \square\mathrm{ABCD} - \triangle\mathrm{ABF} - \triangle\mathrm{AGD} - \triangle\mathrm{FCG} = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\mathrm{cm}^2)$

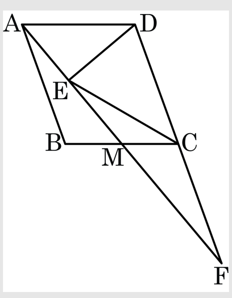
23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

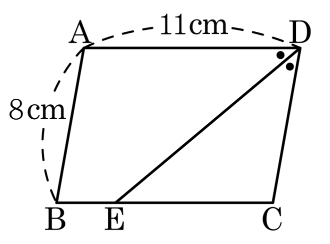


위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.
또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로
$\therefore\ \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40°\end{aligned}$$

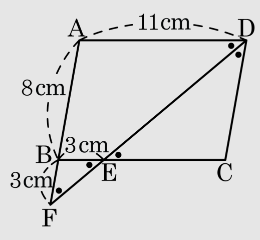
$\angle DCM = 180° - \angle B = 180° - 110° = 70°$
$\therefore\ \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70° - 40° = 30°$

24. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADE = \angle CDE$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



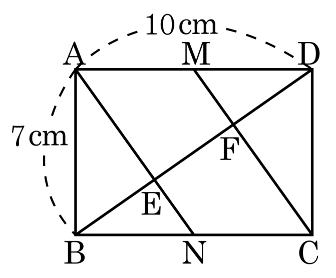
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 F 라 하면
$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$ 이다.

25. 오른쪽 그림에서 □ABCD는 직사각형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$일 때, □ENCF의 넓이는?

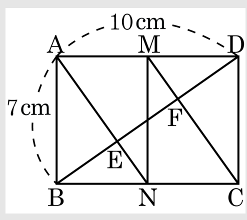


① $\frac{33}{2}\,\text{cm}^2$　② $17\,\text{cm}^2$　③ $\frac{35}{2}\,\text{cm}^2$

④ $18\,\text{cm}^2$　⑤ $\frac{37}{2}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle MNC \equiv \triangle ABN$ 이므로



$\square ANCM = \triangle ANM + \triangle MNC$

$= \triangle ANM + \triangle ABN = \square ABNM$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 7 = 35\ (\text{cm}^2)$

$\therefore \square ENCF = \frac{1}{2}\square ANCM = \frac{35}{2}\ (\text{cm}^2)$