1. 다음 분수 중 무한소수인 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{5}{9}$	㉡ $\frac{13}{25}$	㉢ $\frac{7}{18}$	㉣ $\frac{6}{45}$	㉤ $\frac{12}{60}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

기약분수로 고친 후, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 것이 유한소수

㉠ $\frac{5}{9} = \frac{5}{3 \times 3}$ ㉢ $\frac{7}{18} = \frac{7}{2 \times 3^2}$ ㉣ $\frac{6}{45} = \frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$

2. $\frac{1}{42} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 7 ③ 14 ④ 16 ⑤ 21

해설

$\frac{1}{42} \times A = \frac{1}{2 \times 3 \times 7} \times A$ 이므로 3 과 7 을 약분할 수 있으려면 A 는 21 의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 21 이다.

3. $x - 0.\dot{5} = \frac{1}{2}$ 에서 x 의 값을 소수로 나타내어라.

① 1 ② 1.05 ③ $1.0\dot{5}$ ④ $1.0\dot{5}$ ⑤ $1.00\dot{5}$

해설

$$x - 0.\dot{5} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} + 0.\dot{5} = \frac{1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{19}{18} = 1.0\dot{5}$$

4. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.123123\cdots = 0.\dot{1}2\dot{3}$

② $23.2626\cdots = 2\dot{3}.2\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}415\dot{1}$

④ $0.2343434\cdots = 0.2\dot{3}\dot{4}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}\dot{7}1$

해설

② $23.2626\cdots = 23.\dot{2}\dot{6}$

③ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}41\dot{5}$

⑤ $3.3571571\cdots = 3.3\dot{5}7\dot{1}$

따라서 옳은 것은 ①, ④ 이다.

5. 다음 순환소수 $1.4\dot{3}\dot{5}$를 분수로 나타내려고 한다. $x = 1.4\dot{3}\dot{5}$라 할 때, 필요한 식은?

① $10x - x$ ② $100x - x$ ③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$ ⑤ $1000x - 10x$

해설

$x = 1.4\dot{3}\dot{5} = 1.4353535\cdots$ 이므로 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 10x$이다.

6. 다음 중 가장 큰 수는?

① $5.\dot{2}7\dot{4}$ ② $5.27\dot{4}$ ③ $5.2\dot{7}\dot{4}$

④ 5.274 ⑤ $5.27\dot{4}\dot{0}$

해설

① $5.\dot{2}7\dot{4} = 5.274274\cdots$

② $5.27\dot{4} = 5.27444\cdots$

③ $5.2\dot{7}\dot{4} = 5.27474\cdots$

④ 5.274

⑤ $5.27\dot{4}\dot{0} = 5.274040\cdots$

이므로 ③ > ② > ① > ⑤ > ④이다.

7. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{5}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{5}{9}$

$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{25}{45}$

$18 < 5x < 25$

$\frac{18}{5} < x < 5$

$\therefore x = 4$

8. $0.\dot{6}$ 에 어떤 수 a 를 곱하였더니 $2.\dot{6}$ 이 되었다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$0.\dot{6} \times a = 2.\dot{6}$

$\frac{6}{9} \times a = \frac{24}{9}$

$\therefore a = 4$

9. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x, $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$\frac{22}{111} = 0.\dot{1}9\dot{8}$

$x = 198$

$\frac{7}{3} = 2.\dot{3}$

$y = 3$

$\therefore x + y = 201$

10. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.\dot{9}) \times \dfrac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$(999.\dot{9} - 99.\dot{9}) = 1000 - 100 = 900$

$b = 900 \times \dfrac{13}{100 \times a} = \dfrac{9 \times 13}{a}$

$b = \dfrac{9 \times 13}{a}$ 은 1 보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3 이다.

$\therefore\ x - y = 36$

11. 다음은 $0.\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{99}$ 임을 이용하여 $5.\dot{1}\dot{6}$ 을 분수로 고치는 과정을 나타낸 것이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$
\begin{aligned}
5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\
&= 5 + 0.161616\cdots \\
&= 5 + \square \times 0.\dot{0}\dot{1} \\
&= 5 + \square \times \frac{1}{99} \\
&= \frac{\square}{99}
\end{aligned}
$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 16

▷ 정답: 16

▷ 정답: 511

해설

$$
\begin{aligned}
5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\
&= 5 + 0.161616\cdots = 5 + 16 \times 0.\dot{0}\dot{1} \\
&= 5 + 16 \times \frac{1}{99} = \frac{511}{99}
\end{aligned}
$$

12. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 모든 순환소수는 유리수이다.

㉡ 모든 유리수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.

㉢ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

㉣ 모든 유한소수는 유리수이다.

㉤ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.
㉢ 기약분수를 소수로 고치면 유한소수이거나 순환소수가 된다.
㉤ 0은 제외한다.

13. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a , n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125}=\frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3\times 5^3}=\frac{16}{10^3}$

$\therefore a=16$, $n=3$

$\therefore a+n=16+3=19$

14. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 1 보다 작은 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, $a+b$ 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로

$\frac{a}{2\times5\times7}$ 가 1 보다 작은 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7 의 배수 중 70 미만인 수

$(a,\ b) = (7,\ 10), (14,\ 5), (35,\ 2)$

따라서 $a+b$ 는 최대 37 , 최소 17 이므로 합은 54 이다.

15. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.