1. 다음 두 다항식 A, B에 대하여 $A-B$를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy,\ B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A-B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$

④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

3. 다항식 $(x^2+2x-3)(3x^2+x+k)$의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k의 값은?

① -3　② 0　③ 3　④ 6　⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$-3x+2kx=15x$

$\therefore\ k=9$

4. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다. ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다. ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다. ㉣ x^3 의 계수는 3이다. ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢
② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

5. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B$, $A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$, $Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$ ② $x^4y^2 - xy^5$ ③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$ ⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

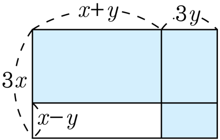
$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

6. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$

$=3x^2+12xy-x^2+y^2$

$=2x^2+12xy+y^2$

7. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

8. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$$
$$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$$
$\therefore$ 6차 다항식

9. 사차식 $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$을 이차식 A로 나누었더니 몫이 $x^2 - 2$이고 나머지가 $4x - 5$일 때, 이차식 A를 구하면?

① $3x^2 - 2$ ② $3x^2 - 1$ ③ $3x^2$

④ $3x^2 + 1$ ⑤ $3x^2 + 2$

해설

검산식 : $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

10. 다항식 $2x^2+5ax-a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x+3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x+a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2+2ax-2a^2$

② x^2-a^2

③ $2x^2+3ax+a^2$

④ $2x^2-3ax-a^2$

⑤ $2x^2+ax-a^2$

해설

$2x^2+5ax-a^2=P(x)(x+3a)+2a^2$ 이므로

$P(x)(x+3a)=2x^2+5ax-3a^2$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2+5ax-3a^2$ 을 $x+3a$ 로 나눈 몫이므로

$P(x)=2x-a$

$$\begin{aligned} \therefore\ (x+a)P(x) &= (x+a)(2x-a) \\ &= 2x^2+ax-a^2 \end{aligned}$$

11. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

12. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

13. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$이고, $a = \sqrt{3} + 1$일 때, $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3}$의 값을 구하면?

① $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}$　② $\dfrac{4+\sqrt{3}}{4}$　③ $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{4}$

④ $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

해설

(i) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$에서 $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 3$

$\therefore\ x^2 - 2\sqrt{2}x = 1$

(ii) $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3} = a^{x^2-2\sqrt{2}x-3} = a^{-2}$

$$= \frac{1}{a^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

14. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$ 를 $x^2 + x - 1$ 로 나누면
즉, $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times$ 몫-3
$x^2 + x - 1 = 0$
$\therefore\ x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.
$x^2 = -x + 1$

$$\begin{aligned} x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\ &= x(-x+1)^2 - 5x \\ &= x^3 - 2x^2 - 4x \\ &= x(-x+1) - 2(-x+1) - 4x \\ &= -x^2 - x - 2 \\ &= -(x^2 + x) - 2 \\ &= -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

15. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$을 간단히 하면?

① 4^8+3^8　② $4^{15}-3^{15}$　③ $4^{15}+3^{15}$

④ $4^{16}-3^{16}$　⑤ $4^{16}+3^{16}$

해설

$$
\begin{aligned}
&(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^8-3^8)(4^8+3^8)\\
&=4^{16}-3^{16}
\end{aligned}
$$

16. 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle ABC$에 대하여 $a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$에서 $a^2-ab+b^2=ac+bc-c^2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

즉, $\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

17. $x^2+x+1=0$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$에서 양변을 x로 나누면

$$x+\frac{1}{x}=-1$$

$$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=-1-3\cdot(-1)=2$$

18. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c)$
$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를
각각 a, b, c라 하면 대각선의 길이는
$\sqrt{a^2+b^2+c^2} = 28$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 28^2 \cdots$ ㉠
또, 모든 모서리의 길이의 합은 176이므로
$4(a+b+c) = 176$
$\therefore\ a+b+c = 44 \cdots$ ㉡
이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$이므로
$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \cdots$ ㉢
따라서 ㉠, ㉡을 ㉢에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152이다.

19. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy$, $xy=1$
$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

20. 다항식 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x^2+1)=x^4+5x^2+3$을 만족시킨다. $f(x^2-1)$을 구한 것은?

① x^4+5x^2+1　② x^4+x^2-3　③ x^4-5x^2+1

④ x^4+x^2+3　⑤ 답 없음

해설

$x^2+1=t$라 하면 $x^2=t-1$

주어진 식에 대입하면

$f(t)=(t-1)^2+5(t-1)+3$

$\therefore\ f(t)=t^2+3t-1$

$$\begin{aligned} f(x^2-1) &= (x^2-1)^2+3(x^2-1)-1 \\ &= x^4+x^2-3 \end{aligned}$$