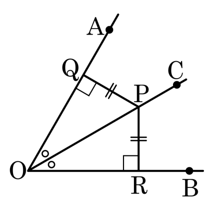
1. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그런 것이다. 다음 중 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

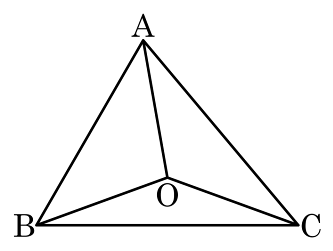
④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 보이려는 것이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (①)
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle POQ \equiv \triangle POR$
(RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

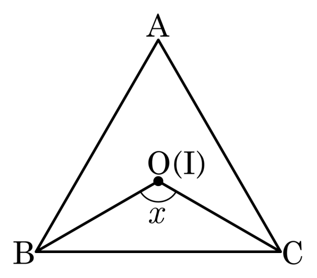


① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle ACB = 360° \times \dfrac{5}{(5+6+7)} \times \dfrac{1}{2} = 50°$

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 (　　) 이고, $\angle BOC = (\quad)^\circ$ 이다.

① 직각삼각형, 90　② 직각삼각형, 120

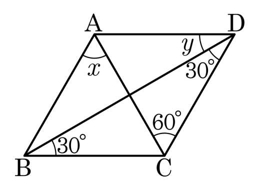
③ 이등변삼각형, 60　④ 정삼각형, 90

⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
$\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.
따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

4. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



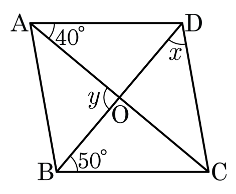
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $x = 60°$, $y = 30°$ 이다.
$\angle x + \angle y = 60° + 30° = 90°$ 이다.

5. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{DAO} = 40°$ 이고, $\angle \mathrm{OBC} = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : $140\underline{°}$

해설

평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이고, $\angle \mathrm{DAO} = \angle \mathrm{OCB} = 40°$ 이고, $\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{OBC} = 50°$ 이므로 $\angle \mathrm{AOD} = 90°$ 이다.
$\angle \mathrm{AOD} = 90°$ 이므로 □ABCD 는 마름모이고 △BCD 는 이등변 삼각형이고, $\angle x = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 50° + 90° = 140°$ 이다.

6. 다음 설명하는 사각형은 어떤 사각형인가?

㉠ 네 변의 길이가 모두 같다. ㉡ 네 내각의 크기가 모두 같다. ㉢ 두 대각선의 길이가 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형
④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이와 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분한다.

7. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사다리꼴이다.

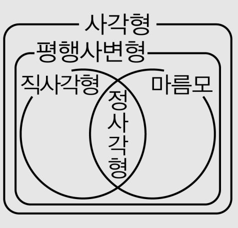
② 마름모는 직사각형이다.

③ 직사각형이면서 마름모인 것은 정사각형이다.

④ 정사각형은 마름모이다.

⑤ 평행사변형이면서 마름모인 것은 사다리꼴이다.

해설

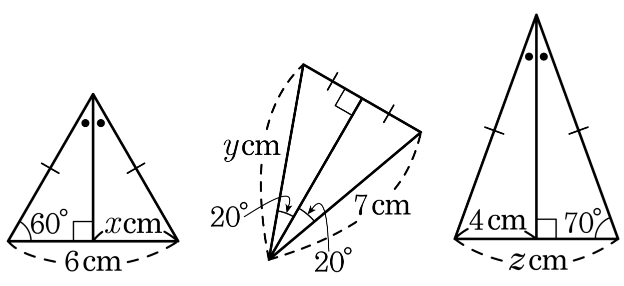


8. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 평행사변형 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형
④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설
① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

9. 다음과 같이 모양이 서로 다른 이등변삼각형 3개가 있다. 이때, $x+y+z$의 값은 ?

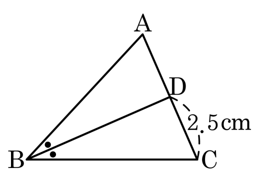


① 18cm ② 19cm ③ 20cm ④ 21cm ⑤ 22cm

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$x = 3(\text{cm})$
$y = 7(\text{cm})$
$z = 4 + 4 = 8(\text{cm})$
$\therefore\ x + y + z = 3 + 7 + 8 = 18(\text{cm})$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm ② 4.4cm ③ 4.6cm

④ 4.8cm ⑤ 5cm

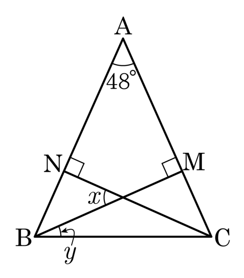
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 48°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 72°　　② 76°　　③ 80°

④ 84°　　⑤ 88°

해설

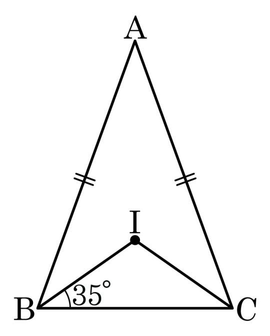
$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$(RHA 합동)

$\triangle BMC$ 에서, $\angle MCB = 66°$, $y = 24°$,

$\angle MCN = 66° - 24° = 42°$ $\therefore$ $x = 180° - (42° + 90°) = 48°$

따라서 $\angle x + \angle y = 48° + 28° = 72°$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고, $\angle IBC = 35°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?

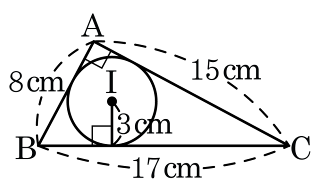


① $108°$ ② $109°$ ③ $110°$ ④ $111°$ ⑤ $112°$

해설

점 I가 삼각형 세 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 35°$이고, $\angle ABC = 70°$이다.
$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 70°$이다.
$\angle A = 180° - 70° - 70° = 40°$이다.
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이므로
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 40° = 110°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 $3\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

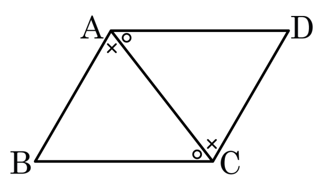
▷ 정답 : $60\,\mathrm{cm}^2$

해설

반지름이 3, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 17, \overline{AC} = 15$ 이므로

$(\triangle ABC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times (8 + 17 + 15) = 60\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

14. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



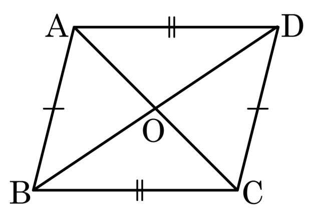
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} /\!/ \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　② ㄴ : $\overline{AC}$　③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$　⑤ ㅁ : SAS

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

15. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



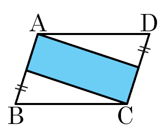
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$ ⋯㉣
$\angle ACB = \boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

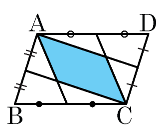
① ㄱ : $\overline{AB}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS　⑤ ㅁ : $\angle CAD$

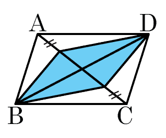
해설

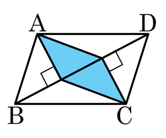
△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

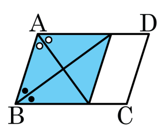
16. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

①,②,③,④ : 평행사변형
⑤ 마름모

17. 다음 그림은 □ABCD 의 변 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{AC}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$ 가 되게 점 E 를 잡은 것이다. □ABCD 의 넓이가 $30\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABE 의 넓이는?

① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $25\,\mathrm{cm}^2$
④ $30\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $60\,\mathrm{cm}^2$

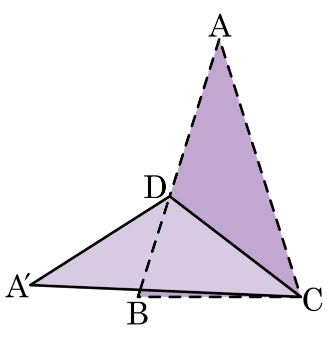
해설

$\overline{\mathrm{AC}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 △ACD = △ACE 이다.

△ABE = △ABC + △ACE
= △ABC + △ACD
= □ABCD

∴ △ABE = $30(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



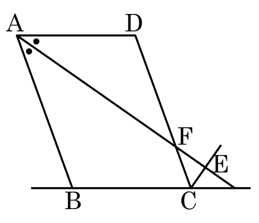
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle ACD = 35°$
$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$
($\because$ $\triangle ABC$는 이등변삼각형)
$\therefore$ $\angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 의 내각의 이등분선과 $\angle$C 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle$AEC = (　　　)$^\circ$ 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle \mathrm{BAE} = a$

$\angle \mathrm{DCE} = b$ 라 하면

$\angle \mathrm{B} = 2b$ 이고

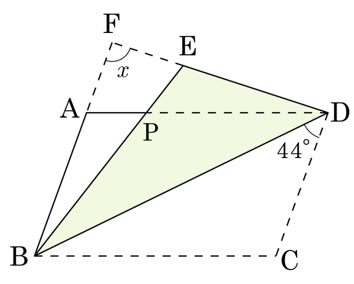
$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{B} = 180^\circ$ 이므로

$a + b = 90^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{BAF} = \angle \mathrm{CFE} = a$

$\therefore \angle \mathrm{AEC} = 180^\circ - (a + b) = 90^\circ$

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 $\triangle DBC$가 $\triangle DBE$로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $\angle BDC = 44^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 92°

해설

BD를 따라 접었으므로

$\angle CDB = \angle BDE = 44^\circ$(접은각)

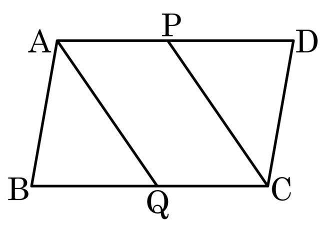
평행사변형에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로

$\angle CDB = \angle DBA = 44^\circ$(엇각)

따라서 $\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로

$\angle x = 180^\circ - 44^\circ \times 2 = 92^\circ$

21. $\overline{AD} = 80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?

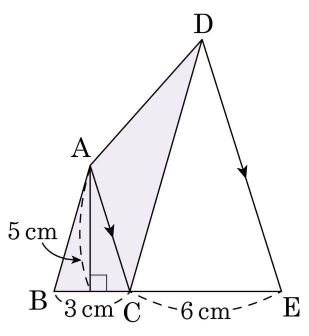


① 6 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후
④ 9 초 후　⑤ 10 초 후

해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면
$3x = 7(x-4)$
$3x = 7x - 28,\ 4x = 28\ \therefore x = 7$(초)

22. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 BC 의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{45}{2}\,\underline{\text{cm}^2}$

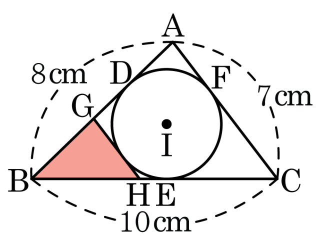
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACE \\ &= \triangle ABE \end{aligned}$$

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 9 \times 5 = \frac{45}{2}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고, $\overline{\mathrm{GH}}$ 는 원 I 에 접한다.
이 때, $\triangle$GBH 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



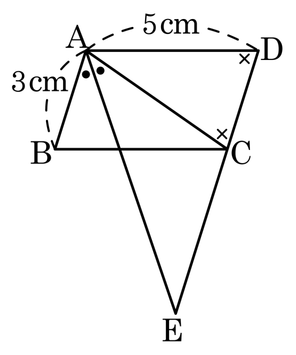
▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = x, \overline{\mathrm{CE}} = y, \overline{\mathrm{AF}} = z$ 라고 하면 $x + y = 10$, $y + z = 7$,
$z + x = 8$ 에서
$x + y + z = 12.5$
$\overline{\mathrm{BD}} = 12.5 - 7 = 5.5$
따라서 $\triangle$GBH 의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{\mathrm{BD}} = 11$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = \angle ADC$ 이고 변 DC 의 연장선과 $\angle BAC$ 의 이등분선의 교점을 E 라 한다. $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{AD} = 5cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 10cm ③ 12cm ④ 14cm ⑤ 16cm

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3cm$ 이고, $\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$ 이므로

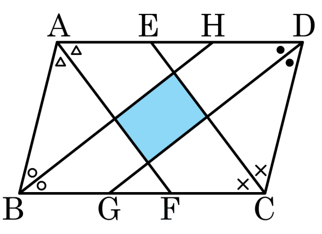
$\therefore \angle BAE = \angle CEA = \angle CAE$ 이다.

$\angle ACD = \angle ADC$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AD} = \overline{AC} = 5cm$

$\angle CAE = \angle CEA$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{CE} = 5cm$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = 3 + 5 = 8(cm)$

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.

③ 두 대각선이 직교한다.

④ 두 대각선의 길이가 같다

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은
$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이다.
직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.