

1. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

2. 다음은 ‘두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?

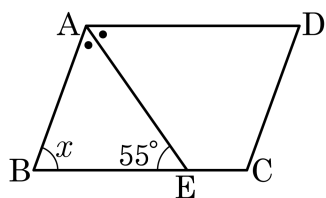
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 $\square ABCD$ 에서
 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
 $\angle AOB = \angle COD$ (ㄱ)
 따라서, $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ (SAS 합동)
 $\angle OAB =$ ㄴ 이므로
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \cdots \textcircled{㉠}$
 마찬가지로 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ 에서
 $\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
 $\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의하여 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$
 ② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$
 ③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$
 ④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$
 ⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

3. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 ∠x의 크기는?

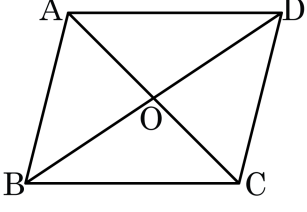


- ① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\bullet = 55^\circ$,
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $x = 70^\circ$ 이다.

4. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형이 아닌 것은? (단, O 는 두 대각선이 만나는 점이다.)

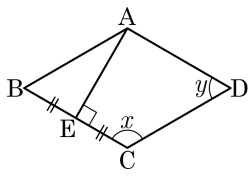


- ① $\overline{OA} = 5\text{cm}, \overline{OB} = 7\text{cm}, \overline{OC} = 5\text{cm}, \overline{OD} = 7\text{cm}$
- ② $\angle A = 77^\circ, \angle B = 103^\circ, \angle C = 77^\circ$
- ③ $\overline{AB} = 5\text{cm}, \overline{BC} = 7\text{cm}, \overline{CD} = 5\text{cm}, \overline{DA} = 7\text{cm}$
- ④ $\angle OAB = 30^\circ, \angle OCD = 30^\circ, \overline{AB} = 5\text{cm}, \overline{CD} = 5\text{cm}$
- ⑤ $\overline{AB} // \overline{CD}, \overline{AD} = 7\text{cm}, \overline{BC} = 7\text{cm}$

해설

- ① 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ③ 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ④ 평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{AE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이고, $\angle C = \angle x$, $\angle D = \angle y$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?

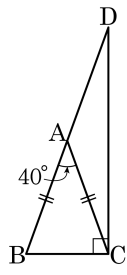


- ① 40° ② 50° ③ 60°
 ④ 70° ⑤ 80°

해설

$\angle x + \angle y = 180^\circ$ 이고, $\angle ABC = \angle y$ 이고, $\overline{AC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이다. $\triangle AEB \cong \triangle AEC$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE = \angle y$ 이므로 $x = 2y$ 이다. 따라서 $3y = 180^\circ$, $\angle y = 60^\circ$ 이고 $\angle x = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$, $\angle x - \angle y = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



- ① 20° ② 22° ③ 24° ④ 26° ⑤ 28°

해설

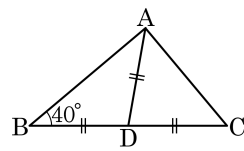
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

$\triangle BCD$ 에서

$$\angle BDC = 180^\circ - (70^\circ + 90^\circ) = 20^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



- ① 75° ② 80° ③ 85° ④ 90° ⑤ 95°

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAD = 40^\circ$$

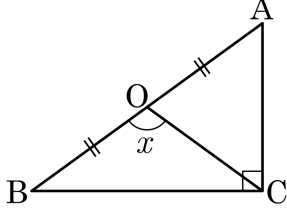
$$\angle CDA = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

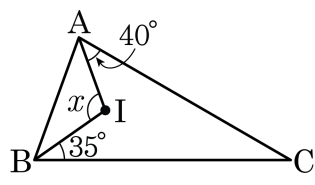
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

9. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

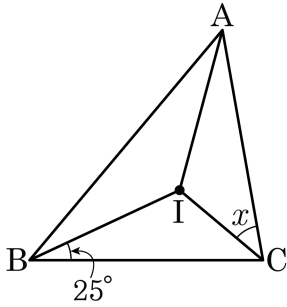


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle IBC = 25^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



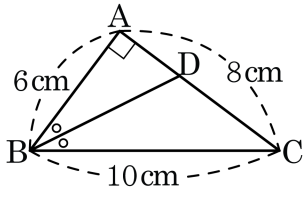
▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle B$ 이고,
점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 각의 이등분선의 교점이다.
 $\therefore \angle x = (180^\circ - 25^\circ \times 4) \div 2 = 40^\circ$

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



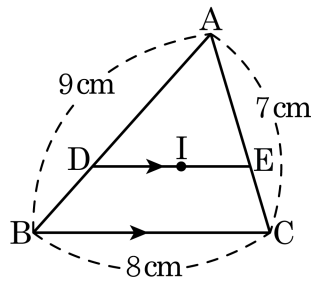
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\triangle ABD \cong \triangle EBD$ (RHA합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이다.
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED} = x\text{cm}$ 라 하면
 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = x = 3\text{cm}$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

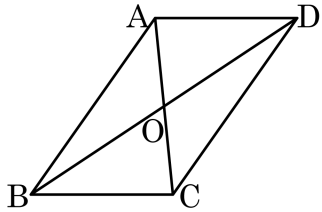


- ① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC}$
 따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\triangle AOD$ 의 둘레가 22 이고, $\overline{AC} = 10$, $\overline{BD} = 18$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는 ?



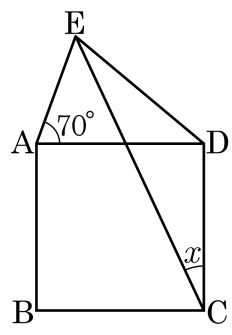
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\triangle AOD$ 의 둘레는 $\overline{AO} + \overline{DO} + \overline{AD} = 5 + 9 + \overline{AD} = 22$, $\overline{AD} = 8$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = 8$

14. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle EAD = 70^\circ$, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

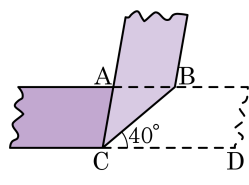


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\triangle DAE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle EDA = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$ 이다.
 $\triangle CDE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = (180^\circ - 40^\circ - 90^\circ) \div 2 = 25^\circ$ 이다.

15. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40^\circ$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 100_

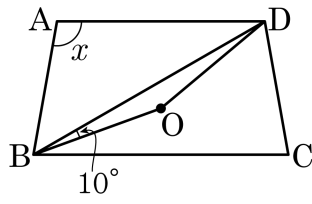
해설

$$\angle BCD = \angle BCA = 40^\circ$$

$$\angle BCD = \angle ABC = 40^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

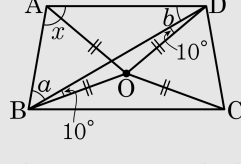


▶ 답: 1

▶ 정답 : 100°

해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$
 $\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10^\circ$
 $\therefore \angle DOB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10^\circ$
 $\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10^\circ$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10^\circ$
따라서 사각형 $OBAD$ 의 합은 360° 이므로

따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로
 $\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$

$$\begin{aligned} & \angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB \\ &= (a + 10^\circ) + (a + 10^\circ + b + 10^\circ) + (b + 10^\circ) + 160^\circ \end{aligned}$$

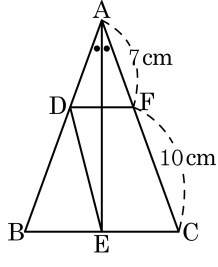
$$= 2a + 2b + 200^\circ$$

$$= 360^\circ$$

$$\therefore a + b = 80^\circ$$

$$\therefore \angle A = a + b + 20^\circ = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하
 여라.



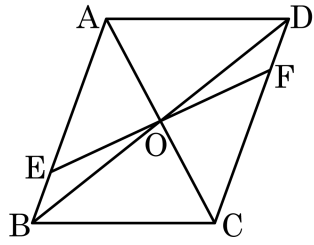
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \parallel \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \parallel \overline{FC}$ 이므로 $\square DECF$ 는 평행사변형이다.
 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
 따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = 10$ (cm)

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $AE : EB = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?

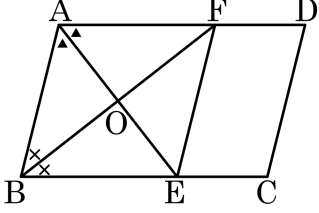


- ① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$
 $\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3} \triangle AEO = 6$
 $\triangle AOB = 6 + 18 = 24$
 $\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$ 는 각각 $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선이다. 이 때, $\square ABEF$ 는 어떤 사각형인가?



- ① 직사각형

② **마름모**

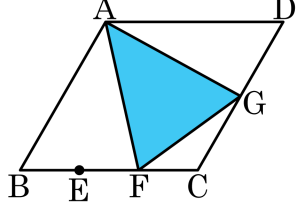
③ 정사각형
- ④ 등변사다리꼴

⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 120cm^2 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분 점을 E, F, $\overline{CD}$ 의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 40cm^2

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2 : 1$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2 : 1$

$$\triangle ABF = \frac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 40(\text{cm}^2)$$

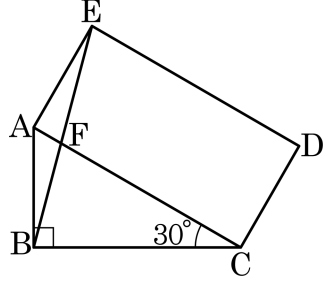
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 10(\text{cm}^2)$$

$$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 40(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle ABC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle EFA$ 의 크기를 구하여라.

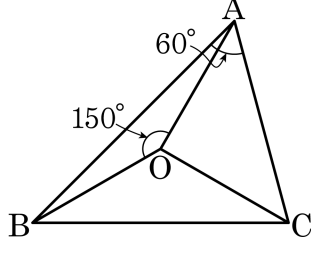


- ① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\angle BAC = 60^\circ$
 $\overline{AB}$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.
 $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE}$
 $\angle EAB = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$
 $\angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$
 $\angle BFC = \angle EFA = 180^\circ - (90^\circ - 15^\circ) - 30^\circ = 75^\circ$

22. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 60^\circ$, $\angle AOB = 150^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



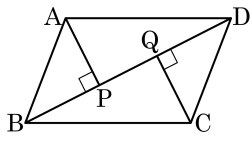
▶ 답 : °

▷ 정답 : 45°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120^\circ$ 이고,
 점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
 $\triangle OBC$ 는 $\angle OBC = \angle OCB$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OBC = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 에서 $\triangle OAB$ 는 $\angle OAB = \angle OBA$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OBA = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$
 $\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45^\circ$

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 16\text{cm}$, $\overline{QD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

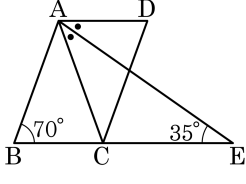
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{BP} = \overline{DQ} = 9 \text{ (cm)}$

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 16 - 9 = 7 \text{ (cm)}$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\angle DAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, $\angle B = 70^\circ$, $\angle E = 35^\circ$ 이다. $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

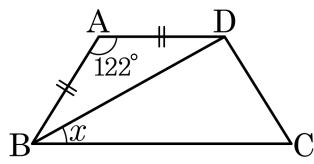
$$\angle DAE = \angle AEC = 35^\circ (\text{엇각})$$

$$\angle DAC = \angle ACB = 70^\circ (\text{엇각})$$

$$\angle DCB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BAD = 122^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 29°

해설

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \angle DCB = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ \text{이다.} \\ \angle BAD &= 122^\circ \text{이고, } \triangle ABD \text{가 이등변삼각형이므로} \\ \angle ABD &= \angle ADB = 29^\circ \text{이다.} \\ \therefore \angle x &= 58^\circ - 29^\circ = 29^\circ\end{aligned}$$