1. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.

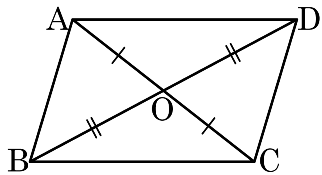
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

2. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$인 □ABCD에서
△OAB와 △OCD에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{\text{ㄱ}}$)
따라서, △OAB ≡ △OCD (SAS 합동)
$\angle OAB = \boxed{\text{ㄴ}}$이므로
$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 △OAD ≡ △OCB에서
$\angle OAD = \angle OCB$이므로
$\therefore \overline{AD} \,//\, \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAB

② ㄱ : 엇각, ㄴ : ∠OAD

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠ODA

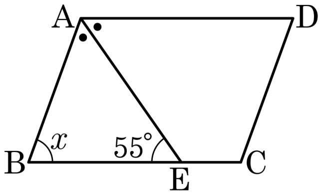
④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : ∠OAD

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : ∠OCD

3. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 ∠x의 크기는?

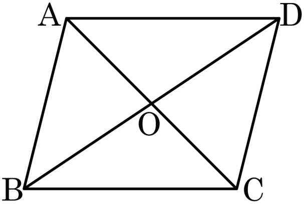


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 • = 55°,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

4. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은? (단, O 는 두 대각선이 만나는 점이다.)



① $\overline{OA}=5\text{cm},\ \overline{OB}=7\text{cm},\ \overline{OC}=5\text{cm},\ \overline{OD}=7\text{cm}$

② $\angle A=77°,\ \angle B=103°,\ \angle C=77°$

③ $\overline{AB}=5\text{cm},\ \overline{BC}=7\text{cm},\ \overline{CD}=5\text{cm},\ \overline{DA}=7\text{cm}$

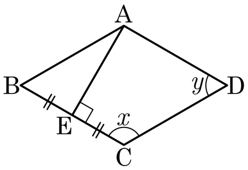
④ $\angle OAB=30°, \angle OCD=30°,\ \overline{AB}=5\text{cm},\ \overline{CD}=5\text{cm}$

⑤ $\overline{AB}//\overline{CD},\ \overline{AD}=7\text{cm}, \overline{BC}=7\text{cm}$

해설

① 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에 대하여 $\overline{AE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이고, $\angle C = \angle x$, $\angle D = \angle y$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



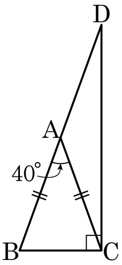
① 40°　② 50°　③ 60°

④ 70°　⑤ 80°

해설

$\angle x + \angle y = 180°$ 이고, $\angle ABC = \angle y$ 이고, $\overline{AC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이다. $\triangle AEB \equiv \triangle AEC$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE = \angle y$ 이므로 $x = 2y$ 이다. 따라서 $3y = 180°, \angle y = 60°$ 이고 $\angle x = 2 \times 60° = 120°, \angle x - \angle y = 120° - 60° = 60°$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}\perp\overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설

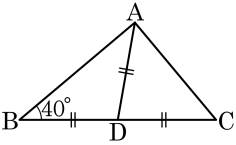
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle BCD$ 에서

$\angle BDC=180°-(70°+90°)=20°$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① $75°$ ② $80°$ ③ $85°$ ④ $90°$ ⑤ $95°$

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 40°$

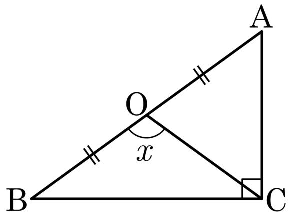
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

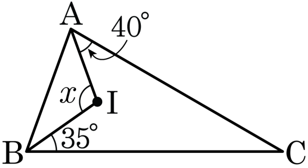
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90° = \frac{3}{5} \times 90° = 54°$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OB} = \overline{OC})$ $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 $180°$ 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

9. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



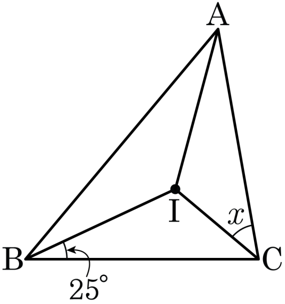
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고. $\angle IBC = 25°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



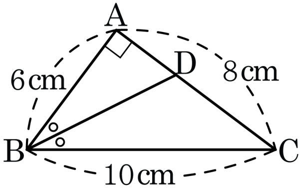
▶ 답 : ________°

▷ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle B$이고,
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 각의 이등분선의 교점이다.
$\therefore\ \angle x = (180° - 25° \times 4) \div 2 = 40°$

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

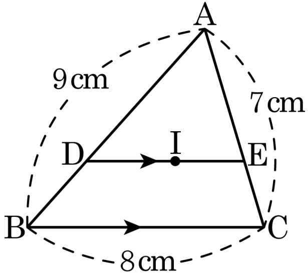
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$(RHA합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED} = x\text{cm}$ 라 하면

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$ 이다.

따라서 $\overline{AD} = x = 3\text{cm}$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

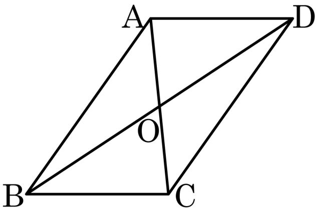


① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$AOD 의 둘레가 22 이고, $\overline{AC}=10$, $\overline{BD}=18$일 때, $\overline{BC}$의 길이는 ?



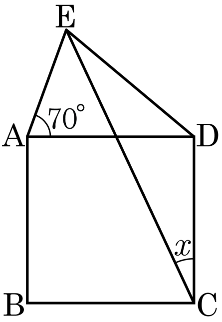
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\triangle$AOD 의 둘레는 $\overline{AO}+\overline{DO}+\overline{AD}=5+9+\overline{AD}=22$, $\overline{AD}=8$ 이다.

$\therefore\ \overline{BC}=8$

14. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 70°$, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

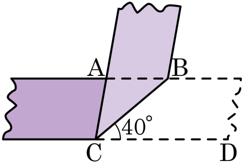


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

□ABCD 는 정사각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 △DAE 는 이등변삼각형이므로 $\angle EDA = 180° - 70° - 70° = 40°$ 이다.
△CDE 는 이등변삼각형이므로
$\angle x = (180° - 40° - 90°) \div 2 = 25°$ 이다.

15. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 100°

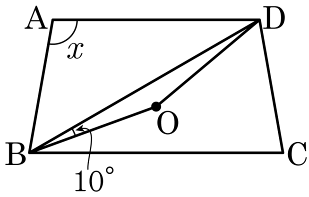
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABD 와 $\triangle$BDC 의 외심이다. $\angle$OBD $= 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

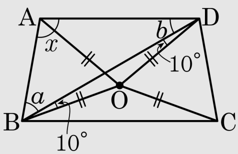
▷ 정답 : 100 °

해설

점 O 는 $\triangle$BDC 의 외심이므로 $\overline{\text{OB}} = \overline{\text{OD}}$

$\triangle$ODB 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OBD $= 10°$

$\therefore\ \angle$DOB $= 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle$ABD 의 외심이므로 $\overline{\text{OB}} = \overline{\text{OA}} = \overline{\text{OD}}$ 이고 $\angle$ABD $=$ a, $\angle$ADB $= b$ 라 하면

$\triangle$ABO 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OAB $= a + 10°$

$\triangle$ADO 도 이등변삼각형이므로 $\angle$OAD $= b + 10°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로

$\angle$OBA $+ \angle$BAD $+ \angle$ADO $+ \angle$DOB

$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$

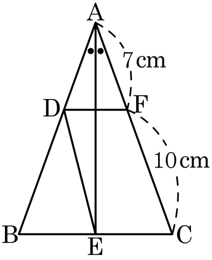
$= 2a + 2b + 200°$

$= 360°$

$\therefore\ a + b = 80°$

$\therefore\ \angle$A $= a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

17. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} \,//\, \overline{BC}$, $\overline{DE} \,//\, \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



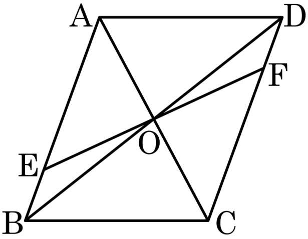
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \,//\, \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \,//\, \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다.
$\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{DE} = 10\ (\mathrm{cm})$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

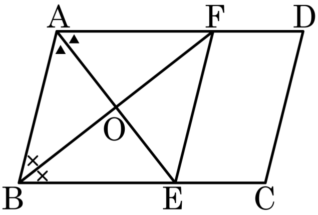
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$$

$$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형

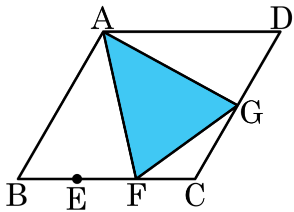
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$

이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 120cm^2이고 $\overline{\text{BC}}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{\text{CD}}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle$AFG의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$ABF와 $\triangle$AFC에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle\text{ABF} : \triangle\text{AFC} = 2 : 1$

$$\triangle\text{ABF} = \frac{2}{1+2} \times \triangle\text{ABC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square\text{ABCD} = 40(\text{cm}^2)$$

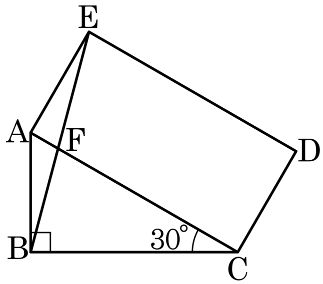
마찬가지 방법으로 $\triangle\text{DFC} = \frac{1}{3}\triangle\text{BDC}$

$$\triangle\text{FCG} = \frac{1}{2}\triangle\text{DFC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle\text{BDC} = \frac{1}{12}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$$

$$\triangle\text{AGD} = \frac{1}{2}\triangle\text{ACD} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD} = 30(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle\text{AFG} = \square\text{ABCD} - \triangle\text{ABF} - \triangle\text{AGD} - \triangle\text{FCG} = 40(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle ABC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle EFA$ 의 크기를 구하여라.



① 55°　② 60°　③ 65°　④ 70°　⑤ 75°

해설

$\angle BAC = 60^\circ$

$\overline{AB}$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

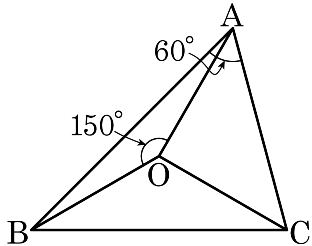
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE}$

$\angle EAB = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$\angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle BFC = \angle EFA = 180^\circ - (90^\circ - 15^\circ) - 30^\circ = 75^\circ$

22. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 60°$, $\angle AOB = 150°$일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $45\underline{°}$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120°$이고,
점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBC$는 $\angle OBC = \angle OCB$인 이등변삼각형이므로

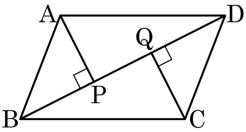
$$\angle OBC = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$$

$\overline{OA} = \overline{OB}$에서 $\triangle OAB$는 $\angle OAB = \angle OBA$인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{180° - 150°}{2} = 15°$$

$\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45°$

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ}=16\text{cm}$, $\overline{QD}=9\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

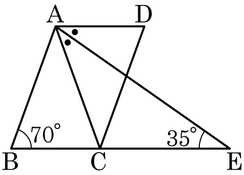


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB=\angle CQD=90°$
$\overline{AB}=\overline{CD}$
$\angle ABP=\angle CDQ$ (엇각)
$\therefore\ \triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{BP}=\overline{DQ}=9\ (\text{cm})$
$\overline{PQ}=\overline{BQ}-\overline{BP}=16-9=7\ (\text{cm})$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\angle DAC$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, $\angle B = 70°$, $\angle E = 35°$이다. $\angle ACD$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 40 °

해설

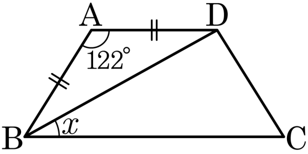
$\angle DAE = \angle AEC = 35°$(엇각)

$\angle DAC = \angle ACB = 70°$(엇각)

$\angle DCB = 180° - 70° = 110°$

$\therefore \angle ACD = 110° - 70° = 40°$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BAD = 122°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 29 °

해설

$\angle ABC = \angle DCB = 180° - 122° = 58°$이다.

$\angle BAD = 122°$이고, $\triangle ABD$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \angle ADB = 29°$이다.

$\therefore \ \angle x = 58° - 29° = 29°$