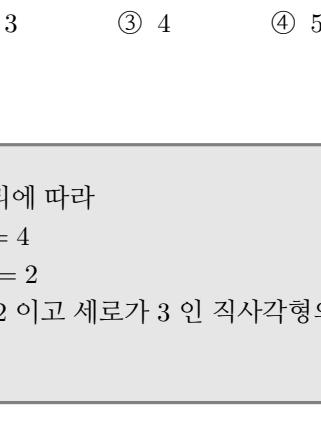


1. 다음과 같은 직각삼각형의 빗변을 가로로 하고, 세로의 길이가 3 인
직사각형을 만들려고 한다. 이 직사각형의 넓이는?

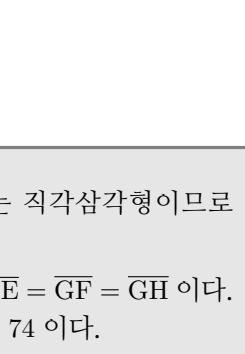


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

피타고라스 정리에 따라
 $x^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2 = 4$
 $x > 0$ 이므로 $x = 2$
따라서 가로는 2이고 세로가 3인 직사각형의 넓이는
 $2 \times 3 = 6$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



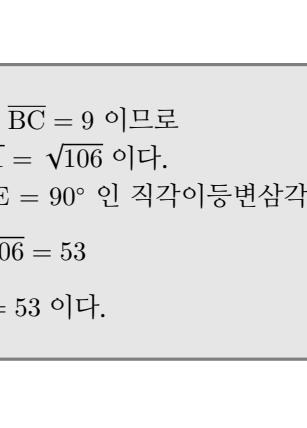
▶ 답:

▷ 정답: 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{DE} = 9$ cm 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



- ① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

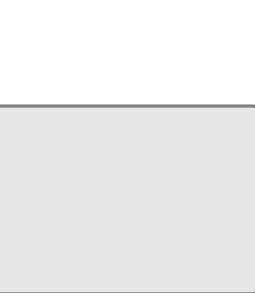
해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ օ) $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ օ이다.

4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm인 직사각형 ABCD가 있다. 점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 길이는?



① 4 cm ② 4.8 cm ③ $2\sqrt{6}$ cm

④ 5 cm ⑤ 5.2 cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

$$\triangle ABD \text{에서 } 10 \times x = 6 \times 8$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

5. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 1), B(x, 5) 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $x = -5$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(x+1)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$(x+1)^2 + 16 = 32$$

$$(x+1)^2 = 16$$

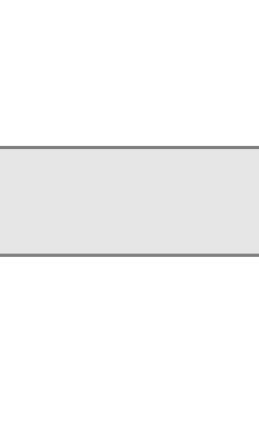
$$x+1 = \pm 4$$

$$\therefore x = -1 \pm 4$$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 이다.

6. 아래 그림을 보고 옳지 못한 것을 찾으
면?

- ① 점 C의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.
- ② 선분 AC의 길이는 $6 - 3 = 3$ 이다.
- ③ 선분 CB의 길이는 $5 - (-2) = 7$
이다.
- ④ 선분 AO의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 선분 AB의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.



해설

선분 AO의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

7. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$ cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 384 cm^2

해설

한 모서리의 길이를 a cm라고 하면,

$$\sqrt{3}a = 8\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 8$$

$$\therefore (\text{정육면체의 겉넓이}) = 64 \times 6 = 384(\text{cm}^2)$$

8. 대각선의 길이가 $9\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1458\sqrt{2}$

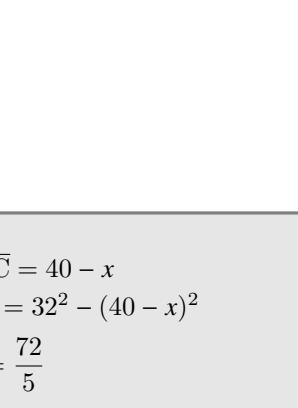
해설

한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 9\sqrt{6} \text{이므로 } a = 9\sqrt{2}$$

따라서 정육면체의 부피는 $(9\sqrt{2})^3 = 1458\sqrt{2}$

9. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 40$, $\overline{CA} = 32$ 일 때, \overline{AM} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\overline{BH} = x \text{ 이면 } \overline{HC} = 40 - x$$

$$\overline{AH}^2 = 24^2 - x^2 = 32^2 - (40 - x)^2$$

$$80x = 1152, x = \frac{72}{5}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{24^2 - \left(\frac{72}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120^2 - 72^2}{25}}$$

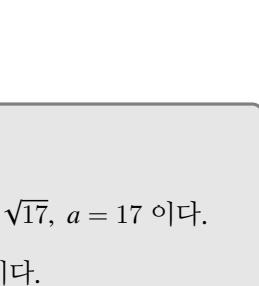
$$= \sqrt{\frac{192 \times 48}{25}}$$

$$= \frac{96}{5}$$

$$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 40\right) - \frac{72}{5} = \frac{28}{5}$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{\frac{96^2 + 28^2}{25}} = 20$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AO} = 3$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 이다. $\triangle OCD$ 의 넓이를 \sqrt{a} , $\triangle OEF$ 의 넓이를 \sqrt{b} 라 할 때, $a+b$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

$$\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{17} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \triangle OCD \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times 2 = \sqrt{17}, a = 17 \text{ 이다.}$$

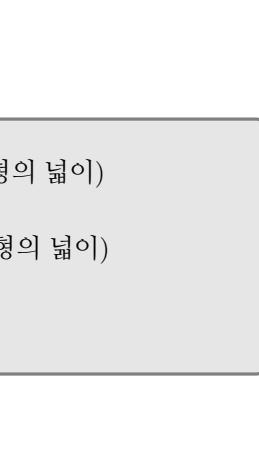
$$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{25} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \triangle OEF \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \sqrt{25} \times 2 = \sqrt{25}, b = 25 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 17 + 25 = 42 \text{ 이다.}$$

11. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다.
다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?

- ① $\triangle ABC$ ② $\square ACHI$
③ $\square LMGC$ ④ $\square BFML$
⑤ $\triangle AEC$



해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
 $\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)
 $\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.

$$\therefore \square ABED = \square BFML$$

12. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서
 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3\text{ cm}$, $\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\square EFGH$ 의
넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$

▷ 정답: 34 cm^2

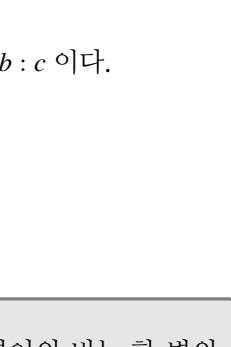
해설

$$\overline{EH} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}(\text{ cm})$$

$\square EFGH$ 는 정사각형이므로

$$\therefore \square EFGH = 34(\text{ cm}^2)$$

13. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

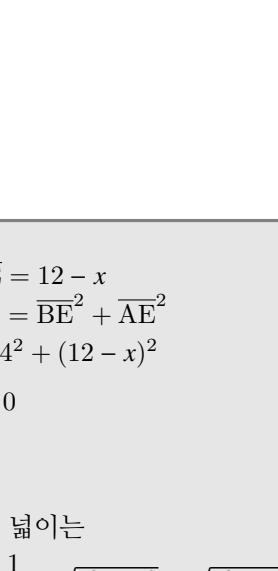


- ① $\angle EHG = 90^\circ$
- ② $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
- ③ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.
- ④ $\triangle BGF \cong \triangle CHG$
- ⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90^\circ$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

14. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle AEB = 90^\circ$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 39

해설

$$\overline{CE} = x \text{ 이면 } \overline{DE} = 12 - x$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$$

$$13^2 = 9^2 + x^2 + 4^2 + (12 - x)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$(x - 6)^2 = 0$$

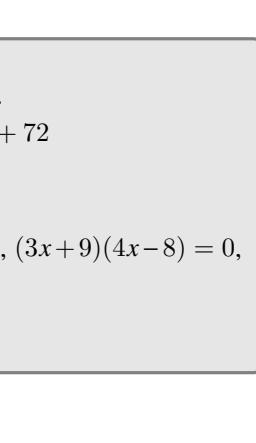
$$\therefore x = 6$$

따라서 $\triangle ABE$ 의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{AE} &= \frac{1}{2} \times \sqrt{9^2 + 6^2} \times \sqrt{4^2 + 6^2} \\ &= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 39\end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형을 맞추어 정사각형 ABED를 만들면 \squareCFGH 의 넓이는 \squareABED 의 넓이의 $\frac{1}{13}$ 배가 된다. $b = 6\text{ cm}$ 일 때, \overline{CH} 의 길이는?

- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
 ④ 5 cm ⑤ 6 cm



해설

\overline{CH} 의 길이를 x 라고 하면, $a = 6 - x$ 이다.

$$c^2 = a^2 + b^2 = (6 - x)^2 + 6^2 = x^2 - 12x + 72$$

$$c = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$$

$$\squareABED = x^2 - 12x + 72, \squareCFGH = x^2$$

$$13x^2 = x^2 - 12x + 72, 12x^2 + 12x - 72 = 0, (3x+9)(4x-8) = 0,$$

$$x = 2$$

$$\therefore \overline{CH} = 2\text{ cm}$$

16. 세 변의 길이가 9, 12, a 인 삼각형이 직각삼각형일 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하면? (정답 2개)

① 6 ② 15 ③ 18 ④ $\sqrt{53}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

(i) a 가 가장 긴 변일 때

$$a^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$$

$$\therefore a = 15 (\because a > 0)$$

(ii) 12 가 가장 긴 변일 때

$$12^2 = a^2 + 9^2$$

$$a^2 = 63$$

$$\therefore a = 3\sqrt{7} (\because a > 0)$$

17. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

- ① $x > \sqrt{113}$
② $8 < x < \sqrt{113}$
③ $8 < x < 15$
④ $\sqrt{113} < x < 15$
⑤ $x > 15$

해설

i) 둔각삼각형이 되려면

가장 긴 변 x 에 대하여 $x^2 > 7^2 + 8^2, x^2 > 113$

$$x > \sqrt{113}$$

ii) 삼각형이 되려면

$$x < 7 + 8$$

$$x < 15$$

따라서 $\sqrt{113} < x < 15$

18. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\sqrt{5}$ 인 직 사각형 ABCD 의 가로의 길이는 세로의 길이의 3 배이다. □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

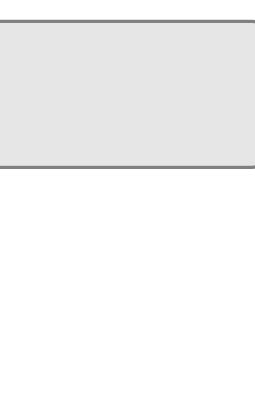
▷ 정답: $24\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{가로를 } 3a, \text{ 세로를 } a \text{ 라고 하면} \\ 6\sqrt{5} &= \sqrt{(3a)^2 + a^2}, 6\sqrt{5} = \sqrt{10a^2} \\ \text{양변을 제곱하면 } 180 &= 10a^2 \\ a^2 &= 18, a = 3\sqrt{2} \\ \therefore \square ABCD &= (3a + a) \times 2 = 8a = 24\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD에서
 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 일 때, \overline{AH} 의 길이는?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

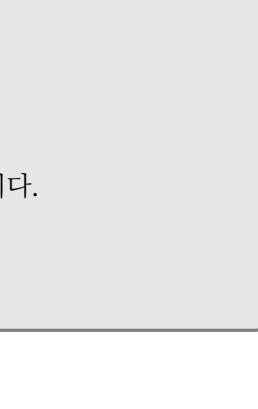


해설

$$\overline{BD} = 8\sqrt{2} \text{ 이므로 } x \times 8\sqrt{2} = 8 \times 8$$
$$\therefore x = 4\sqrt{2}$$

20. 정삼각형 ABC에서 점 G는 무게중심이고,
 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때 \overline{AG} 의 길이를
 구하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$
 ④ 4 ⑤ $3\sqrt{3}$



해설

정삼각형의 한 변을 x 라고 하면,

$$\text{넓이} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2, \text{높이} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \text{ 이다.}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3} \text{에서 } x = 4, \text{높이} = 2\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

$$\text{그러므로 } \overline{AG} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$

21. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 이등변삼각형의 가장 긴 높이는?

17 cm, 17 cm, 16 cm

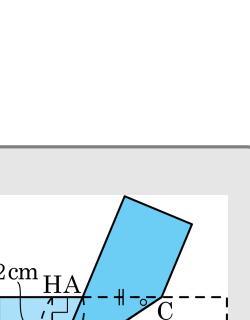
- ① 5 cm ② 7 cm ③ 9 cm ④ 10 cm ⑤ 15 cm

해설

$$\text{이등변삼각형의 높이} h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$



22. 다음 그림과 같이 폭 12cm인 종이 테이프를 접었더니 \overline{AB} 의 길이가 13cm였다. 접은 선 BC의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6\sqrt{13} cm

해설

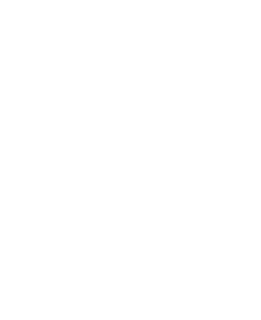
$$\overline{AB} = \overline{AC} = 13, \overline{AH} = 5, \overline{CH} = 18$$

$\triangle CHB$ 에서

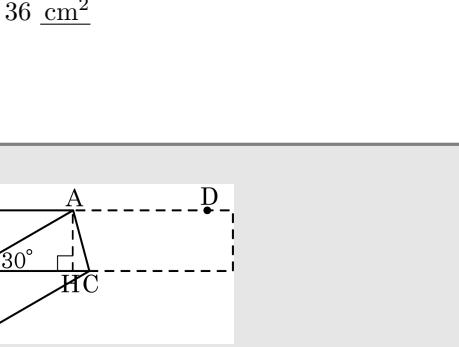
$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{BH}^2}$$

$$= \sqrt{18^2 + 12^2}$$

$$= 6\sqrt{13}(\text{ cm})$$



23. 다음 그림과 같이 폭이 6cm인 종이 테이프를 \overline{AC} 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{cm}^2$

▷ 정답: 36 cm^2

해설



\overline{AC} 를 접는 선으로 하여 접었으므로

$$\angle DAC = \angle BAC$$

$$\angle DAC = \angle ACB (\because \text{엇각})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$$

접 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하면

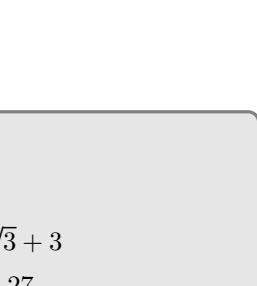
$$\overline{AH} = 6(\text{cm}), \overline{AB} = 2\overline{AH} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = 12(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$$

이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\overline{AC} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이是多少?



$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \frac{8\sqrt{2}+26}{2}\text{cm}^2 & \textcircled{2} \frac{8\sqrt{3}+26}{2}\text{cm}^2 & \textcircled{3} \frac{9\sqrt{3}+26}{2}\text{cm}^2 \\ \textcircled{4} \frac{9\sqrt{3}+27}{2}\text{cm}^2 & \textcircled{5} \frac{9\sqrt{3}+27}{3}\text{cm}^2 & \end{array}$$

해설

$$\angle DAC = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

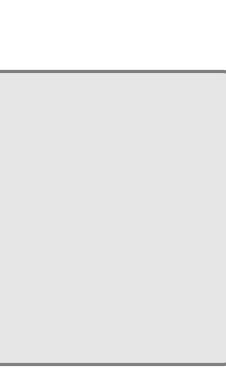
$$\overline{AD} = 3\sqrt{3}\text{ cm} = \overline{BD}$$

$$\overline{DC} = 3\text{ cm} \text{이므로 } \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3\sqrt{3} + 3$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 3) = \frac{9\sqrt{3} + 27}{2}\text{cm}^2$$

25. 다음 그림과 같이 사분원 \overarc{OA} 의 중점을 M이라고 하고 $\overline{OA} \perp \overline{BM}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

$$\begin{array}{ll} ① \frac{50}{3}\pi - \frac{25\sqrt{2}}{2} & ② \textcircled{2} \frac{50}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2} \\ ③ \frac{25}{2}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2} & ④ \frac{25}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{2} \\ ⑤ \frac{25}{3}\pi - \frac{25\sqrt{3}}{3} & \end{array}$$



해설

$$\overline{OB} = 10, \triangle OBM \text{에서 } \overline{MB} = 5\sqrt{3}$$

$$\triangle OMB \text{에서 } \angle BOM = 60^\circ$$

$$\text{부채꼴 } OAB \text{의 넓이} = 10^2\pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{50}{3}\pi$$

$$\triangle OMB = \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

26. 다음 좌표평면에서 점 A(1, 1), B(2, 4) 사이의 거리를 구하면?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$



해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{1+9} \\ &= \sqrt{10}\end{aligned}$$

27. 세 점 A(5, 5), B(0, -4), C(2, 7) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC
는 어떤 삼각형인가?

▶ 답:

▷ 정답: 둔각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-0)^2 + (5+4)^2} = \sqrt{106}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2 + (7+4)^2} = \sqrt{125}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(2-5)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{13}$$

$$\overline{BC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$$

$$125 > 106 + 13$$

따라서 둔각삼각형이다.

28. 꼭짓점의 좌표가 다음과 같은 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

A(3, 5) B(3, 2) C(5, 2)

▶ 답:

▷ 정답: 직각삼각형

해설

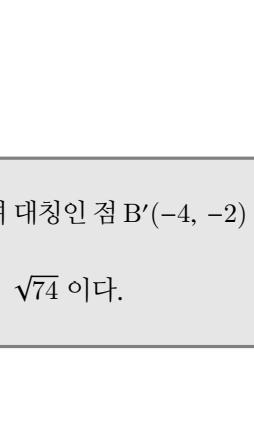
$$\overline{AB} = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(3-5)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(5-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \text{ 이므로 직각삼각형}$$

29. 좌표평면 위에 두 점 A(3, 3), B(4, -2)가 있다. 점 A에서 출발하여 y축 위에 임의의 점 P를 지나 점 B까지 가는 최단거리를 \sqrt{a} 라고 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a = 74$

해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 점 B 와 y축에 대하여 대칭인 점 $B'(-4, -2)$ 를 잡을 때, 선분 AB' 의 길이와 같다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{74} \text{ 이다.}$$

30. 밑면이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이고 높이가 $\sqrt{23}$ 인 직육면체의 대각선의 길이가 11이다. x 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

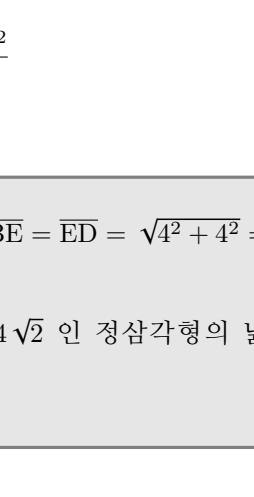
$$\sqrt{x^2 + x^2 + (\sqrt{23})^2} = 11$$

$$2x^2 = 98$$

$$x^2 = 49$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 7 \text{ 이다.}$$

31. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 4cm인 정육면체가 있을 때,
 $\triangle BED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $8\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BED$ 는 $\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{ED} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ (cm)인 정삼각형이다.

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}$ (cm^2)

32. 다음 그림과 같이 $\overline{GD} = 10\sqrt{2}$ 인 정육면체의 대각선 \overline{AG} 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 13$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 k 라 하면

$$\overline{DG} = \sqrt{2} k = 10\sqrt{2} \quad \therefore k = 10$$

$\therefore \overline{AG} = 10\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a + b = 13$ 이다.

33. 대각선의 길이가 10cm인 정육면체에서 한 모서리의 길이는?

- ① $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm ② $5\sqrt{2}$ cm ③ $5\sqrt{3}$ cm
④ $10\sqrt{2}$ cm ⑤ $10\sqrt{3}$ cm

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면 $\sqrt{3}a = 10$

$$\therefore a = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

34. 대각선의 길이가 9 cm 인 정육면체의 겉넓이 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $a = 162 \text{ cm}^2$

해설

$$\sqrt{3}a = 9 \Rightarrow a = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

겉넓이는 $6 \times (3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 6 \times 27 = 162(\text{cm}^2)$ 이다.

$$\therefore a = 162$$

35. 대각선의 길이가 24cm인 정육면체의 한 변의 길이로 만든 정삼각형의 높이는?

① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

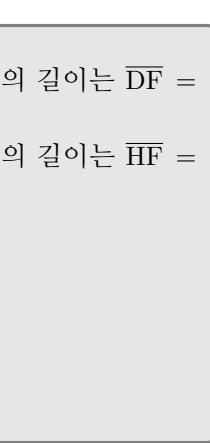
정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면,

$$x\sqrt{3} = 24, x = 8\sqrt{3}\text{cm}$$

따라서, 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12(\text{cm})$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm인 정육면체의 꼭짓점 H에서 \overline{DF} 에 내린 수선 HM의 길이는?

- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm



해설

한 변의 길이가 6 cm인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

한 변의 길이가 6 cm인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (cm)

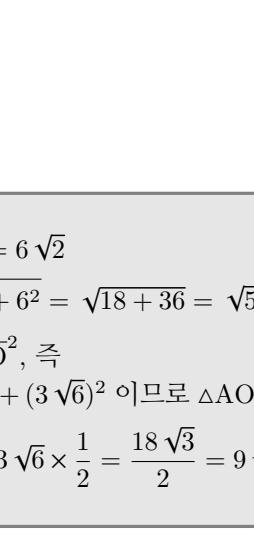
$$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2} \overline{DH} \cdot \overline{FH} = \frac{1}{2} \overline{DF} \cdot \overline{HM}$$

즉, $\overline{DH} \cdot \overline{FH} = \overline{DF} \cdot \overline{HM}$ 이므로

$$6 \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM}$$

$$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6}$$
(cm)

37. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle AOH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $9\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OH} = 3\sqrt{2}, \overline{AH} = 6\sqrt{2}$$

$$\overline{AO} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{18 + 36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2, \therefore$$

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle AOH$ 는 직각삼각형이다.

$$\therefore \triangle AOH = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

38. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle AOH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $16\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OH} = 4\sqrt{2}, \overline{AH} = 8\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\overline{AO} &= \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32 + 64} \\ &= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2$$

\therefore ,

$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle AOH$ 는 직각삼각형이다.

$$(\triangle AOH \text{의 넓이}) = 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}$$

39. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O이고, 정육면체의 꼭짓점 H에서 \overline{DO} 위로 수선을 내렸을 때, \overline{HI} 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$$\overline{FH} = 2a$$

$$\overline{OH} = a$$

$$\overline{DO} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$$

삼각형 DOH의 넓이에서

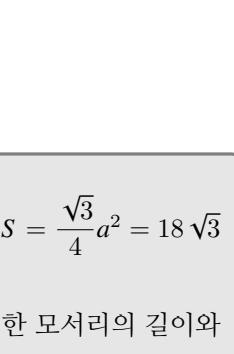
$$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = a \times \sqrt{2}a$$

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$$\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3$$
이다.

40. 정사면체 A - BCD 의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , \overline{BC} 의 중점을 M 이라 한다. $\triangle BCD$ 의 넓이가 $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 일 때, 이 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}}^3$

▷ 정답 : $72 \underline{\text{cm}}^3$

해설

$$\text{한 변의 길이가 } a \text{ 인 정삼각형에서의 넓이} : S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$$

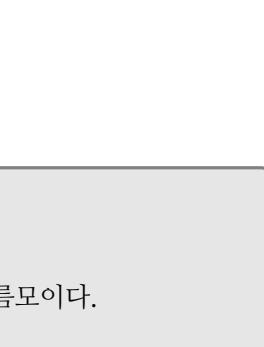
이므로 $\triangle BCD$ 한 변의 길이는 $6\sqrt{2} \text{ cm}$

$\triangle BCD$ 한 변의 길이는 정사면체 A - BCD 한 모서리의 길이와 같다.

$$\text{모서리의 길이가 } a \text{ 인 정사면체에서 부피} : V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \text{ 이므로}$$

$$\text{정사면체 A - BCD 의 부피} V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (6\sqrt{2})^3 = 72(\text{cm}^3) \text{ 이다.}$$

41. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 A에서 \overline{BC} , \overline{CD} 에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.
 $\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

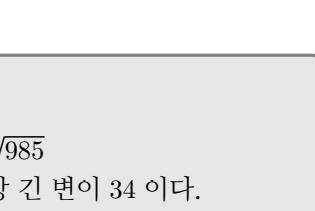
42. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

- ① $\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$ ② 4, 5, 6 ③ 2, 3, $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{5}, \sqrt{11}, 4$ ⑤ 7, 8, 10

해설

$$(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2 = 4^2$$

43. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC에서
△ABC는 어떤 삼각형인지 써라.



▶ 답:

▷ 정답: 둔각삼각형

해설

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

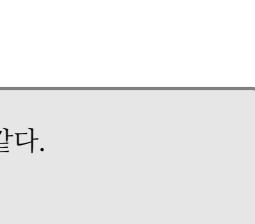
$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AB} = \sqrt{12^2 + 29^2} = \sqrt{985}$$

△ABC의 세 변 $\sqrt{985}, 13, 34$ 중 가장 긴 변이 34이다.

$$34^2 > (\sqrt{985})^2 + 13^2$$

$1156 > 985 + 169$ 이므로 가장 긴 변을 \overline{BC} 로 하는 둔각삼각형이다.

44. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC
의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린
것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{3}$

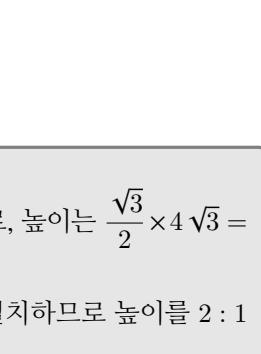
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}, \overline{AB} = \overline{BC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

$$\therefore \triangle ABC \equiv \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$$

45. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ cm인 정삼각형에 원 O 가 내접하고 있다. 이 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}$ cm²

▷ 정답: $4\pi \underline{\hspace{2cm}}$

해설

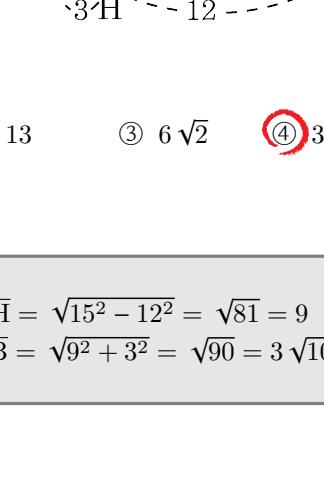
정삼각형의 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ cm이므로, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$ (cm)

내접원의 중심은 삼각형의 무게중심과 일치하므로 높이를 2 : 1로 내분한다.

그러므로 반지름의 길이는 $6 \times \frac{1}{3} = 2$ (cm)

따라서 내접원의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm²)

46. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC에 대하여 \overline{AB} 의 길이는?



- ① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

47. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm인 정육면체에서 점 M, N은 각각 모서리 \overline{BF} , \overline{DH} 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.

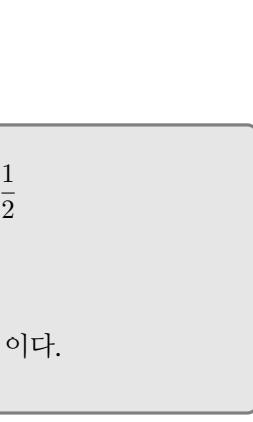
① $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$

② $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$

③ 100 cm^2

④ $50\sqrt{5} \text{ cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6} \text{ cm}^2$



해설

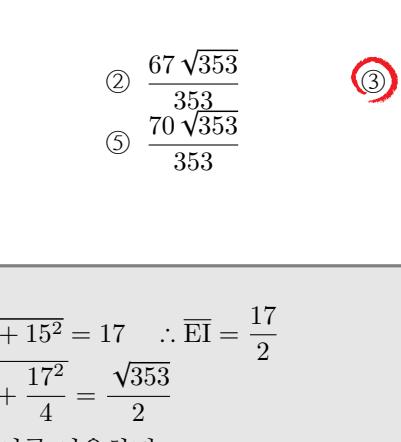
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E에서 \overline{AI} 에 내린 수선의 발을 K라 할 때, \overline{EK} 의 길이를 구하면?



$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \frac{66\sqrt{353}}{353} & \textcircled{2} \frac{67\sqrt{353}}{353} \\ \textcircled{4} \frac{69\sqrt{353}}{353} & \textcircled{5} \frac{70\sqrt{353}}{353} \end{array} \quad \textcircled{3} \frac{68\sqrt{353}}{353}$$

해설

$$\overline{EG} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17 \quad \therefore \overline{EI} = \frac{17}{2}$$

$$\overline{AI} = \sqrt{4^2 + \frac{17^2}{4}} = \frac{\sqrt{353}}{2}$$

$\triangle AEI$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EI} = \frac{1}{2} \times \overline{AI} \times \overline{EK}$$

$$17 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{353}}{2} \times \overline{EK} \quad \therefore \overline{EK} = \frac{68\sqrt{353}}{353}$$

49. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.



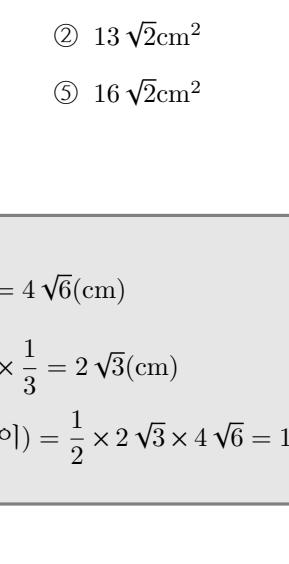
▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면
 $\overline{BH} = \sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$ $\therefore x = 4$
 $\therefore (\text{정육면체의 부피}) = 4 \times 4 \times 4 = 64$

50. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 \overline{BC} 의 중점이고 \overline{AH} 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



- ① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\therefore \triangle AMH \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$