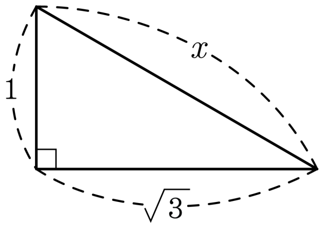
1. 다음과 같은 직각삼각형의 빗변을 가로로 하고, 세로의 길이가 3 인 직사각형을 만들려고 한다. 이 직사각형의 넓이는?



① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

피타고라스 정리에 따라

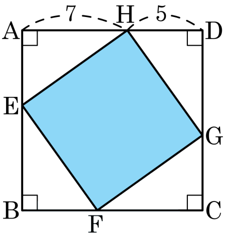
$x^2 = 1^2 + \sqrt{3} = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$

따라서 가로는 2 이고 세로가 3 인 직사각형의 넓이는

$2 \times 3 = 6$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



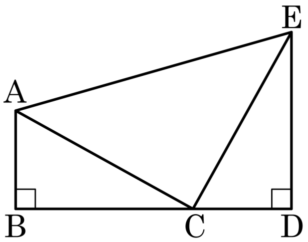
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

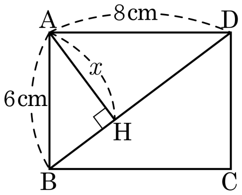
$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



① 4 cm　　② 4.8 cm　　③ $2\sqrt{6}$ cm

④ 5 cm　　⑤ 5.2 cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{100} = 10(\mathrm{cm})$

$\triangle$ABD 에서 $10 \times x = 6 \times 8$

$\therefore\ x = 4.8(\mathrm{cm})$

5. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1,\ 1)$, $B(x,\ 5)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(x+1)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$

$(x+1)^2 + 16 = 32$

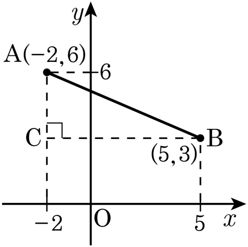
$(x+1)^2 = 16$

$x + 1 = \pm 4$

$\therefore\ x = -1 \pm 4$

따라서 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 이다.

6. 아래 그림을 보고 옳지 <u>못한</u> 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6-3=3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5-(-2)=7$ 이다.

④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

7. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $384\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

한 모서리의 길이를 a cm라고 하면,

$\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$ 이므로 $a = 8$

$\therefore$ (정육면체의 겉넓이) $= 64 \times 6 = 384(\text{cm}^2)$

8. 대각선의 길이가 $9\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.

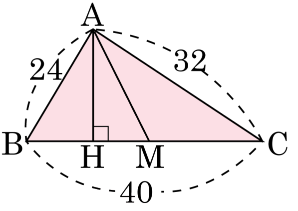
▶ **답 :**

▷ **정답 :** $1458\sqrt{2}$

해설

한 모서리의 길이를 a라고 하면
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{6}$ 이므로 $a = 9\sqrt{2}$
따라서 정육면체의 부피는 $(9\sqrt{2})^3 = 1458\sqrt{2}$

9. 다음 그림에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 40$, $\overline{CA} = 32$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{BH} = x$ 이면 $\overline{HC} = 40 - x$

$\overline{AH}^2 = 24^2 - x^2 = 32^2 - (40 - x)^2$

$80x = 1152,\ x = \dfrac{72}{5}$

$$\overline{AH} = \sqrt{24^2 - \left(\frac{72}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120^2 - 72^2}{25}}$$

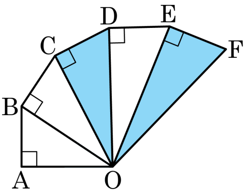
$$= \sqrt{\frac{192 \times 48}{25}}$$

$$= \frac{96}{5}$$

$$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 40\right) - \frac{72}{5} = \frac{28}{5}$$

$$\therefore\ \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{\frac{96^2 + 28^2}{25}} = 20$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AO} = 3$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 이다. $\triangle OCD$ 의 넓이를 $\sqrt{a}$, $\triangle OEF$ 의 넓이를 $\sqrt{b}$라 할 때, $a+b$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{17}$ 이다.

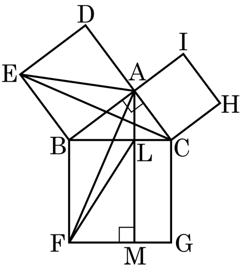
따라서 $\triangle OCD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times 2 = \sqrt{17}$, $a = 17$ 이다.

$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{25}$ 이다.

따라서 $\triangle OEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \sqrt{25} \times 2 = \sqrt{25}$, $b = 25$ 이다.

따라서 $a + b = 17 + 25 = 42$ 이다.

11. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?



① $\triangle ABC$ ② $\square ACHI$

③ $\square LMGC$ ④ $\square BFML$

⑤ $\triangle AEC$

해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

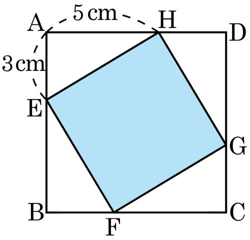
$\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)

$\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.

$\therefore\ \square ABED = \square BFML$

12. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=3\,\mathrm{cm}$, $\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}=5\,\mathrm{cm}$ 일 때, □EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $34\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

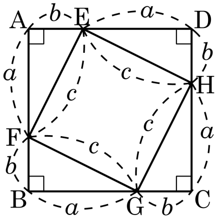
해설

$\overline{EH}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}(\mathrm{cm})$

□EFGH 는 정사각형이므로

$\therefore$ □EFGH $=34(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

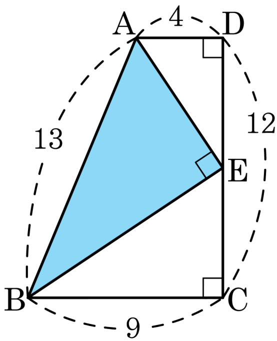
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

14. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle AEB = 90°$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$\overline{CE} = x$ 이면 $\overline{DE} = 12 - x$

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$

$13^2 = 9^2 + x^2 + 4^2 + (12 - x)^2$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

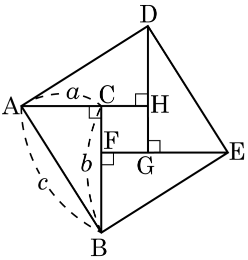
$(x - 6)^2 = 0$

$\therefore \ x = 6$

따라서 $\triangle ABE$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \sqrt{9^2 + 6^2} \times \sqrt{4^2 + 6^2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 39$$

15. 다음 그림과 같이 합동인 4개의 직각삼각형을 맞추어 정사각형 ABED를 만들면 □CFGH의 넓이는 □ABED의 넓이의 $\frac{1}{13}$ 배가 된다. $b = 6\,\text{cm}$일 때, $\overline{\text{CH}}$의 길이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm

④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{\text{CH}}$의 길이를 x라고 하면, $a = 6 - x$이다.

$c^2 = a^2 + b^2 = (6-x)^2 + 6^2 = x^2 - 12x + 72$

$c = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$

$\square\text{ABED} = x^2 - 12x + 72$, $\square\text{CFGH} = x^2$

$13x^2 = x^2 - 12x + 72$, $12x^2 + 12x - 72 = 0$, $(3x+9)(4x-8) = 0$,

$x = 2$

$\therefore\ \overline{\text{CH}} = 2\,\text{cm}$

16. 세 변의 길이가 $9, 12, a$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, a 가 될 수 있는 값을 모두 구하면? (정답 2 개)

① 6 ② 15 ③ 18 ④ $\sqrt{53}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

(i) a 가 가장 긴 변일 때

$a^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$

$\therefore a = 15 (\because a > 0)$

(ii) 12 가 가장 긴 변일 때

$12^2 = a^2 + 9^2$

$a^2 = 63$

$\therefore a = 3\sqrt{7} (\because a > 0)$

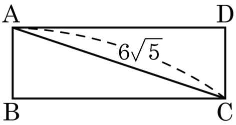
17. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

① $x > \sqrt{113}$
② $8 < x < \sqrt{113}$
③ $8 < x < 15$
④ $\sqrt{113} < x < 15$
⑤ $x > 15$

해설

i) 둔각삼각형이 되려면
가장 긴 변 x에 대하여 $x^2 > 7^2 + 8^2, x^2 > 113$
$x > \sqrt{113}$
ii) 삼각형이 되려면
$x < 7 + 8$
$x < 15$
따라서 $\sqrt{113} < x < 15$

18. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\sqrt{5}$ 인 직사각형 ABCD 의 가로의 길이는 세로의 길이의 3 배이다. □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



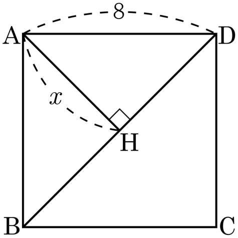
▶ **답 :**

▷ **정답 :** $24\sqrt{2}$

해설

가로를 $3a$, 세로를 a 라고 하면
$6\sqrt{5} = \sqrt{(3a)^2 + a^2}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{10a^2}$
양변을 제곱하면 $180 = 10a^2$
$a^2 = 18$, $a = 3\sqrt{2}$
$\therefore$ □ABCD$= (3a + a) \times 2 = 8a = 24\sqrt{2}$

19. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$

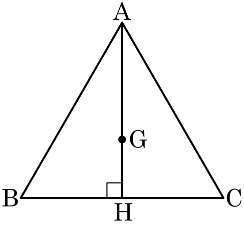
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{BD} = 8\sqrt{2}$ 이므로 $x \times 8\sqrt{2} = 8 \times 8$

$\therefore \ x = 4\sqrt{2}$

20. 정삼각형 ABC 에서 점 G 는 무게중심이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때 $\overline{AG}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}$　　② $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　③ $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

④ 4　　⑤ $3\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변을 x 라고 하면,

넓이 $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$, 높이 $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ 이다.

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 4\sqrt{3}$ 에서 $x = 4$, 높이 $= 2\sqrt{3}$ 이다.

그러므로 $\overline{AG} = 2\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 이다.

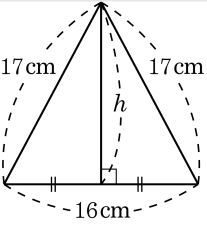
21. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 이등변삼각형의 가장 긴 높이는?

$17\,\mathrm{cm},\ \ 17\,\mathrm{cm},\ \ 16\,\mathrm{cm}$

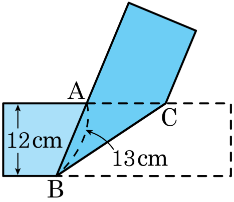
① $5\,\mathrm{cm}$ ② $7\,\mathrm{cm}$ ③ $9\,\mathrm{cm}$ ④ $10\,\mathrm{cm}$ ⑤ $15\,\mathrm{cm}$

해설

이등변삼각형의 높이 $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\,\mathrm{cm}$



22. 다음 그림과 같이 폭 12cm 인 종이 테이프를 접었더니 $\overline{AB}$ 의 길이가 13cm 였다. 접은 선 BC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

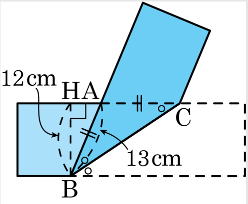
▷ 정답 : $6\sqrt{13}$ cm

해설

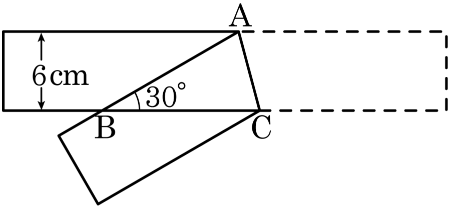
$\overline{AB} = \overline{AC} = 13$, $\overline{AH} = 5$, $\overline{CH} = 18$

$\triangle$CHB 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{BH}^2} \\ &= \sqrt{18^2 + 12^2} \\ &= 6\sqrt{13}(\text{cm})\end{aligned}$$



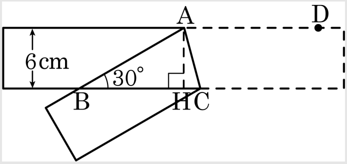
23. 다음 그림과 같이 폭이 6 cm 인 종이 테이프를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 36 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었으므로

$\angle DAC = \angle BAC$

$\angle DAC = \angle ACB(\because$ 엇각$)$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{BC}$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

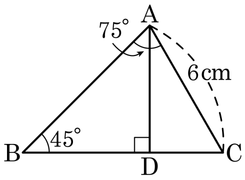
$\overline{AH} = 6(\text{cm})$, $\overline{AB} = 2\overline{AH} = 12(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC} = 12(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75°$, $\angle B = 45°$, $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $\dfrac{8\sqrt{2}+26}{2}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{8\sqrt{3}+26}{2}\,\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}+26}{2}\,\text{cm}^2$

④ $\dfrac{9\sqrt{3}+27}{2}\,\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{3}+27}{3}\,\text{cm}^2$

해설

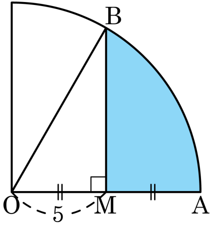
$\angle DAC = 75° - 45° = 30°$ 이므로

$\overline{AD} = 3\sqrt{3}\,\text{cm} = \overline{BD}$

$\overline{DC} = 3\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3\sqrt{3} + 3$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times (3\sqrt{3} + 3) = \dfrac{9\sqrt{3}+27}{2}\,\text{cm}^2$

25. 다음 그림과 같이 사분원 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라고 하고 $\overline{OA} \perp \overline{BM}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{50}{3}\pi - \dfrac{25\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{50}{3}\pi - \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$

③ $\dfrac{50}{2}\pi - \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$ ④ $\dfrac{25}{3}\pi - \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\dfrac{25}{3}\pi - \dfrac{25\sqrt{3}}{3}$

해설

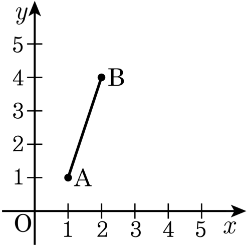
$\overline{OB} = 10$, $\triangle OBM$ 에서 $\overline{MB} = 5\sqrt{3}$

$\triangle OMB$ 에서 $\angle BOM = 60°$

부채꼴 OAB 의 넓이$= 10^2\pi \times \dfrac{60°}{360°} = \dfrac{50}{3}\pi$

$\triangle OMB = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} = \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$

26. 다음 좌표평면에서 점 A(1, 1), B(2, 4) 사이의 거리를 구하면?



① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$

④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (4-1)^2}$$
$$= \sqrt{1+9}$$
$$= \sqrt{10}$$

27. 세 점 A(5, 5), B(0, -4), C(2, 7) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(5-0)^2 + (5+4)^2} = \sqrt{106}$
$\overline{BC} = \sqrt{(2-0)^2 + (7+4)^2} = \sqrt{125}$
$\overline{CA} = \sqrt{(2-5)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{13}$

$\overline{BC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$

$125 > 106 + 13$

따라서 둔각삼각형이다.

28. 꼭짓점의 좌표가 다음과 같은 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

$A(3,\ 5)$ $B(3,\ 2)$ $C(5,\ 2)$

▶ 답 :

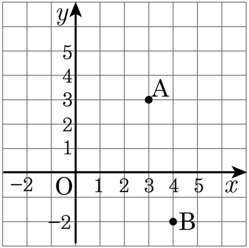
▷ 정답 : 직각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{0+9} = \sqrt{9}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(3-5)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = \sqrt{4}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(5-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$\overline{AB^2} + \overline{BC^2} = \overline{CA^2}$ 이므로 직각삼각형

29. 좌표평면 위에 두 점 A(3, 3), B(4, -2)가 있다. 점 A에서 출발하여 y축 위에 임의의 점 P를 지나 점 B까지 가는 최단거리를 $\sqrt{a}$라고 할 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 74$

해설

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점 B′(-4, -2)를 잡을 때, 선분 AB′의 길이와 같다.

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{\{3-(-4)\}^2+\{3-(-2)\}^2} = \sqrt{74}$ 이다.

30. 밑면이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이고 높이가 $\sqrt{23}$ 인 직육면체의 대각선의 길이가 11 이다. x 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

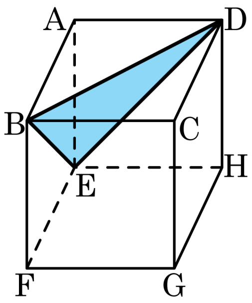
$\sqrt{x^2+x^2+(\sqrt{23})^2}=11$

$2x^2=98$

$x^2=49$

$x>0$ 이므로 $x=7$ 이다.

31. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 4cm 인 정육면체가 있을 때, $\triangle BED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ cm^2

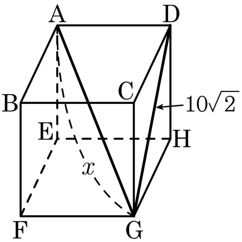
▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\triangle BED$ 는 $\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{ED} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(cm)$ 인 정삼각형이다.

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(cm^2)$

32. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{GD}} = 10\sqrt{2}$ 인 정육면체의 대각선 $\overline{\mathrm{AG}}$ 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=13$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 k 라 하면

$\overline{\mathrm{DG}} = \sqrt{2}\,k = 10\sqrt{2} \quad \therefore k = 10$

$\therefore \overline{\mathrm{AG}} = 10\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a+b=13$ 이다.

33. 대각선의 길이가 10cm 인 정육면체에서 한 모서리의 길이는?

① $\frac{10\sqrt{3}}{3}$cm ② $5\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{3}$cm

④ $10\sqrt{2}$cm ⑤ $10\sqrt{3}$cm

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면 $\sqrt{3}a = 10$

$\therefore a = \frac{10\sqrt{3}}{3}$(cm) 이다.

34. 대각선의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 겉넓이 a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** $a = 162$ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\sqrt{3}a = 9 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

겉넓이는 $6 \times (3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 6 \times 27 = 162(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ a = 162$

35. 대각선의 길이가 24cm 인 정육면체의 한 변의 길이로 만든 정삼각형의 높이는?

① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

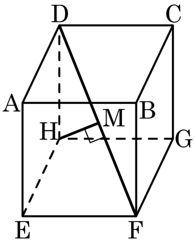
해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면,

$x\sqrt{3} = 24$, $x = 8\sqrt{3}$cm

따라서, 정삼각형의 높이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12(\mathrm{cm})$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm

④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{6^2+6^2+6^2} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

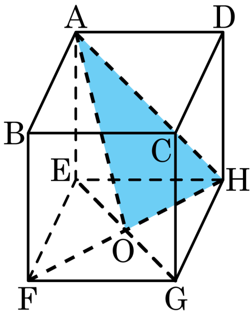
$\therefore \triangle\mathrm{DHF} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$

즉, $\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$ 이므로

$6\times6\sqrt{2} = 6\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{HM}}$

$\therefore \overline{\mathrm{HM}} = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

37. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, △AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{3}$

해설

$\overline{OH} = 3\sqrt{2}$, $\overline{AH} = 6\sqrt{2}$

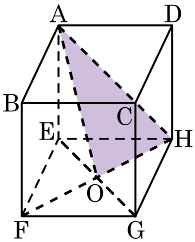
$\overline{AO} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{18 + 36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2$, 즉

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{6})^2$ 이므로 △AOH 는 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle AOH = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$

38. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, △AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$\overline{OH}=4\sqrt{2},\ \overline{AH}=8\sqrt{2}$

$\overline{AO}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+8^2}=\sqrt{32+64}$

$=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

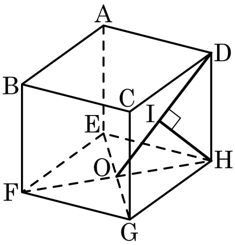
$\overline{AH}^2=\overline{OH}^2+\overline{AO}^2$

즉,

$(8\sqrt{2})^2=(4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{6})^2$ 이므로 △AOH 는 직각삼각형이다.

(△AOH 의 넓이)$=4\sqrt{2}\times4\sqrt{6}\times\frac{1}{2}=16\sqrt{3}$

39. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점이 O 이고, 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DO}}$ 위로 수선을 내렸을 때, $\overline{\mathrm{HI}}$ 의 길이가 $\sqrt{3}$ 이었다. 이 정육면체의 한 변의 길이는?



① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

한 변의 길이를 $\sqrt{2}a$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{FH}} = 2a$

$\overline{\mathrm{OH}} = a$

$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{3}a$

삼각형 DOH 의 넓이에서

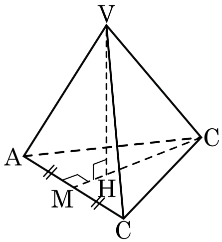
$\sqrt{3}a \times \sqrt{3} = \mathrm{a} \times \sqrt{2}\mathrm{a}$

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 이 정육면체의 한 변의 길이는

$\sqrt{2} \times \dfrac{3\sqrt{2}}{2} = 3$ 이다.

40. 정사면체 A – BCD 의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 한다. $\triangle$BCD 의 넓이가 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 이 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $72\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정삼각형에서의 넓이 : $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$

이므로 $\triangle$BCD 한 변의 길이는 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

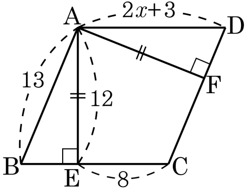
$\triangle$BCD 한 변의 길이는 정사면체 A – BCD 한 모서리의 길이와 같다.

모서리의 길이가 a 인 정사면체에서 부피 : $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$ 이므로

정사면체 A – BCD 의 부피 $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \dfrac{\sqrt{2}}{12} \times (6\sqrt{2})^3 =$

$72(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

41. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

△ABE 는 직각삼각형이므로

$\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.

$\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

42. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

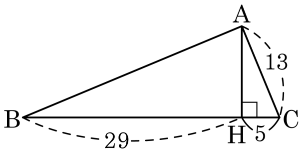
① $\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ \sqrt{5}$　② $4,\ 5,\ 6$　③ $2,\ 3,\ \sqrt{10}$

④ $\sqrt{5},\ \sqrt{11},\ 4$　⑤ $7,\ 8,\ 10$

해설

$$\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{11}\right)^2 = 4^2$$

43. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 써라.



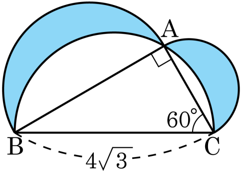
▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 29^2} = \sqrt{985}$
$\triangle ABC$ 의 세 변 $\sqrt{985}, 13, 34$ 중 가장 긴 변이 34 이다.
$34^2 > (\sqrt{985})^2 + 13^2$
$1156 > 985 + 169$ 이므로 가장 긴 변을 $\overline{BC}$ 로 하는 둔각삼각형이다.

44. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

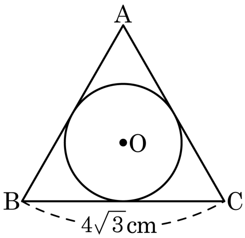
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{BC} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6$

$\therefore \triangle ABC \equiv \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

45. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에 원 O 가 내접하고 있다. 이 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $4\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

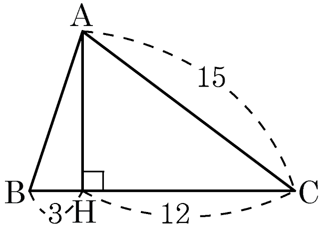
정삼각형의 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\mathrm{cm}$ 이므로, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3} =$ $6(\mathrm{cm})$

내접원의 중심은 삼각형의 무게중심과 일치하므로 높이를 $2:1$ 로 내분한다.

그러므로 반지름의 길이는 $6\times\frac{1}{3} = 2(\mathrm{cm})$

따라서 내접원의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$

46. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이는?



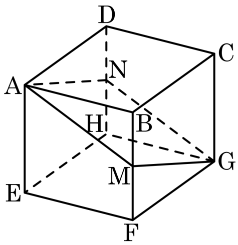
① $7\sqrt{2}$　　② 13　　③ $6\sqrt{2}$　　④ $3\sqrt{10}$　　⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

47. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $100\,\text{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

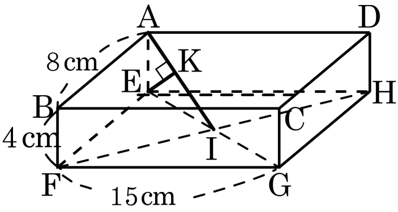
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\text{cm})$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

48. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I 는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E 에서 $\overline{AI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 할 때, $\overline{EK}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{66\sqrt{353}}{353}$　② $\dfrac{67\sqrt{353}}{353}$　③ $\dfrac{68\sqrt{353}}{353}$

④ $\dfrac{69\sqrt{353}}{353}$　⑤ $\dfrac{70\sqrt{353}}{353}$

해설

$\overline{EG} = \sqrt{8^2+15^2} = 17 \quad \therefore \overline{EI} = \dfrac{17}{2}$

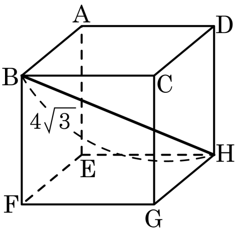
$\overline{AI} = \sqrt{4^2 + \dfrac{17^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{353}}{2}$

$\triangle$AEI 의 넓이를 이용하면

$\dfrac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EI} = \dfrac{1}{2} \times \overline{AI} \times \overline{EK}$

$17 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{353}}{2} \times \overline{EK} \quad \therefore \overline{EK} = \dfrac{68\sqrt{353}}{353}$

49. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 64

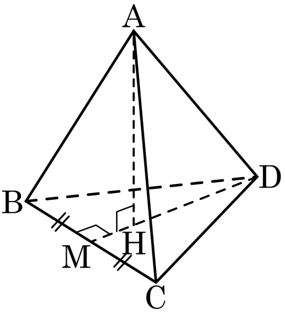
해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면

$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ x = 4$

$\therefore$ (정육면체의 부피) $= 4 \times 4 \times 4 = 64$

50. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$는 정사면체의 높이일 때, $\triangle$AMH 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$

④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\therefore\ \triangle\text{AMH의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$