1. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

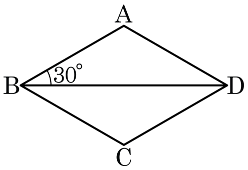
> [가정] $\angle AOP = (\ ㉠\ )$,
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명] $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP = (\ ㉠\ ) \cdots ⓐ$
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90° \cdots ⓒ$
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$　② ㉡$\overline{PA}$　③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$　⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

2. 다음 그림의 $\square$ABCD 는 마름모이다. $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 100° ② 120° ③ 140°

④ 150° ⑤ 155°

해설

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB = 30°$, $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CDB = \angle CBD = 30°$

$\therefore \angle C = 180° - 30° \times 2 = 120°$

3. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

① 사다리꼴　② 등변사다리꼴　③ 사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

4. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

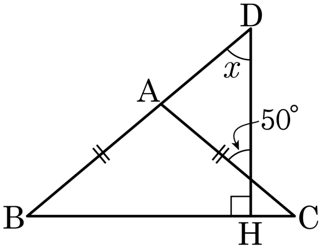
① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 값은?

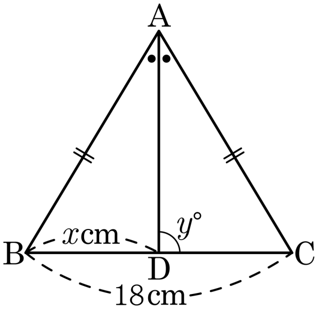


① 40° ② 42° ③ 45° ④ 48° ⑤ 50°

해설

$\angle CPH$와 $\angle APD$는 맞꼭지각이므로
$\angle CPH = \angle APD = 50^\circ$
이때, $\triangle CPH$에서 $\angle PCH = 40^\circ$
또, $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = 40^\circ$
$\triangle BHD$의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + 40^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 50^\circ$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하자. $\overline{BC}=18\text{cm}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 77 ② 88 ③ 99 ④ 110 ⑤ 122

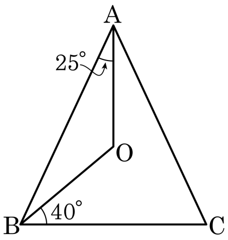
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x=\dfrac{1}{2}\times 18=9(\text{cm}),\ \angle y=90°$

$\therefore\ x+y=9+90=99$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 45 ° ② 50 ° ③ 55 °

④ 60 ° ⑤ 65 °

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

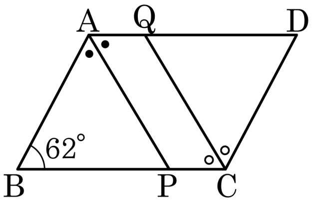
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

8. 다음 평행사변형ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이고 $\angle ABP = 62°$ 일 때, $\angle APC$ 의 크기는?

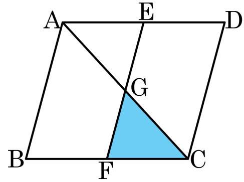


① $62°$ ② $59°$ ③ $118°$ ④ $121°$ ⑤ $124°$

해설

$\angle ABP = 62°$ 이므로 $\angle BAP = (180° - 62°) \div 2 = 59°$
따라서 $\angle APC = 62° + 59° = 121°$

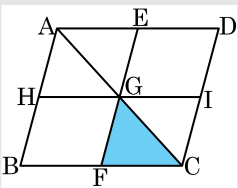
9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 AD, BC 의 중점이고, 빗금 친 삼각형의 넓이는 15 cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 90 cm^2 ② 100 cm^2 ③ 110 cm^2

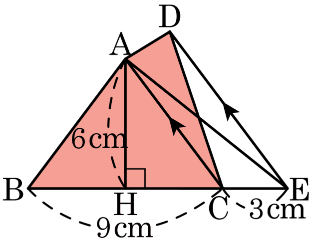
④ 120 cm^2 ⑤ 130 cm^2

해설



다음 그림에서 삼각형 AGE 와 삼각형 CGF 는 합동이다. 따라서 점 G 는 변 EF 의 중점이다. 점 G 를 지나고 AD 에 평행한 선분 HI 를 그으면 변 EF 와 HI 에 의해 평행사변형은 합동인 네 개의 평행사변형으로 나누어진다. 평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로 색칠한 삼각형의 넓이는 전체 평행사변형 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 $8 \times 15 = 120$ (cm^2) 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① 18cm^2 ② 24cm^2 ③ 27cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 36cm^2

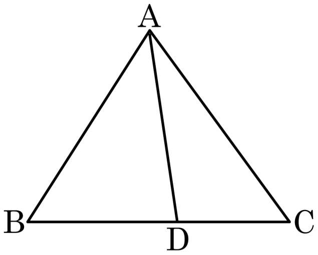
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 70cm^2이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?



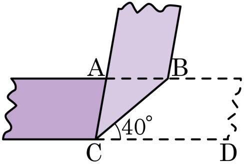
① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $= 70 \times \dfrac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$

12. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 100 °

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

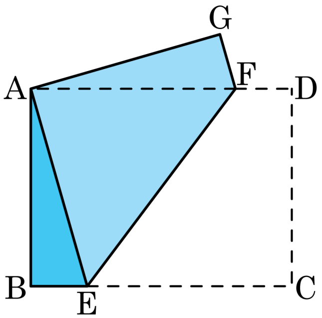
13. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 점 A 에 겹쳐지도록 접었다.
$\angle BAE = 16°$ 일 때, $\angle AFG$, $\angle AEF$ 의 크기의 합을 구하여라.



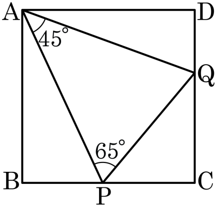
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{127°}$

해설

$\angle AEF = \angle FEC = \angle EFA$ 이다. $\angle GAE = 90°$ 이고, $\angle FAE = 90° - 16° = 74°$ 이므로
$\angle AEF = (180° - 74°) \div 2 = 53°$ 이다. $\triangle AFG$ 에서 $\angle AFG = 180° - 16° - 90° = 74°$ 이다.
따라서 $\angle AFG + \angle AEF = 74° + 53° = 127°$ 이다.

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle APQ = 65°$, $\angle PAQ = 45°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.

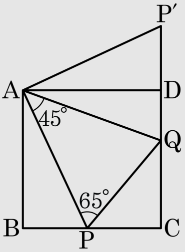


▶ 답 : ______ °

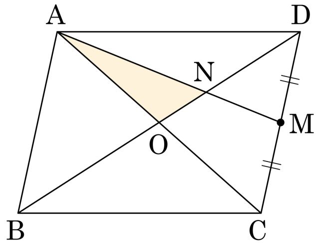
▷ 정답 : 70 °

해설

$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면
$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ 이다.
$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$ 는 공통
$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$(SAS합동)
$\therefore \angle AQD = 180° - 65° - 45° = 70°$



16. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AN} : \overline{MN} = 2 : 1$ 이다. $\square ABCD = 36\,cm^2$ 일 때, $\triangle AON$ 의 넓이를 구하여라.



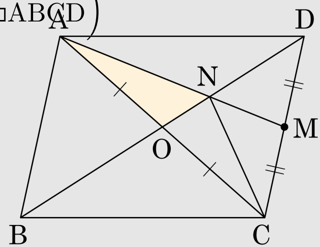
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $3\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ACM = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \square ABCD\right)$

$= \frac{1}{4} \times 36 = 9\,cm^2$



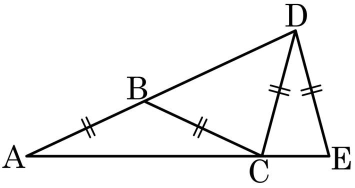
$\triangle ACN : \triangle NCM = 2 : 1$ 이므로

$\triangle ACN = \frac{2}{3}\triangle ACM = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\,cm^2)$

$\triangle AON : \triangle CON = 1 : 1$ 이므로

$\triangle AON = \frac{1}{2} \times \triangle ACN = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\,cm^2)$

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 80°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{AD}, \overline{AE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle BAC = \angle BCA = \angle x, \angle CBD = \angle CDB = 2\angle x, \angle DCE = \angle DEC = 3\angle x$

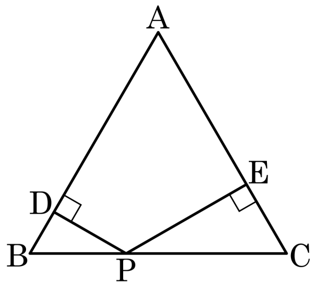
$\triangle ADE$ 에서

$\angle DAE + \angle DEA + 80° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 100°$

$\angle x = 25°$

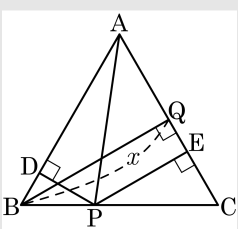
18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위의 한 점 P 에서 나머지 두 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 한다. $\overline{PE} + \overline{PD} = 8\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 40 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



위의 그림과 같이 점 B 에서 변 AC 에 이르는 거리 $\overline{BQ}$를 x 라 할 때,

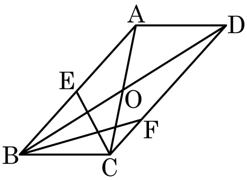
$\overline{AP}$ 를 그으면 $\triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PAC$

$\frac{1}{2} \times 10 \times x = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE}$

$\therefore\ x = \overline{PD} + \overline{PE} = 8$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40\ (\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BO}$, $\overline{BF}$ 는 $\angle B$ 의 삼등분선이다. $\angle BEC = 70°$, $\angle BCE = 62°$ 일 때, $\angle BFC$ 의 크기는?



① 32° ② 50° ③ 57°

④ 63° ⑤ 70°

해설

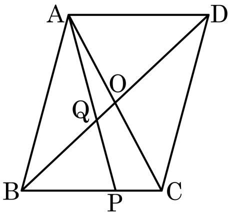
$\angle EBC = 180° - (70° + 62°) = 48°$

$\angle BCF = 180° - 48° = 132°$

$\angle FBC = 48 \div 3 = 16°$

$$\begin{aligned}\angle BFC &= 180° - (\angle BCF + \angle FBC)\\ &= 180° - (132° + 16°)\\ &= 32°\end{aligned}$$

20. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $160\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$의 중점을 P, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 3:2$ 일 때, □QPCO 의 넓이는?



① $22\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $26\,\mathrm{cm}^2$

④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 160$$
$$= 40(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}$$
$$= \frac{1}{2} \times 40 = 20(\mathrm{cm}^2)$$

$\overline{AQ} : \overline{QP} = 3:2$ 이므로

$$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{2}{5}\triangle\mathrm{APO} = \frac{2}{5} \times 20 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore \square\mathrm{QPCO} = \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO}$$
$$= 20 + 8 = 28(\mathrm{cm}^2)$$