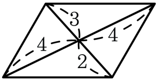
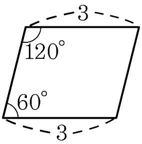
1. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①

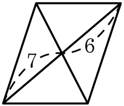


②

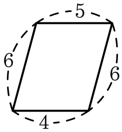


③

④



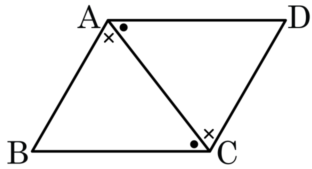
⑤



해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

2. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore \ \angle A = \angle C, \ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

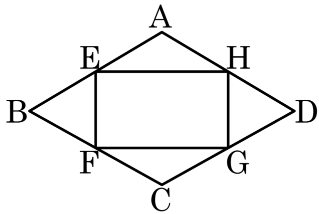
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

3. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$ 임을 밝히는 과정이다. ㉠~㉤을 바르게 채우지 못한 것은?



$\triangle AEH \equiv \boxed{\quad ㉡ \quad}$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AEH = \angle AHE = \boxed{\quad ㉢ \quad} = \angle CGF$

$\triangle BEF \equiv \triangle DHG$ ($\boxed{\quad ㉣ \quad}$ 합동)

$\therefore \angle BEF = \angle BFE = \angle DHG = \boxed{\quad ㉤ \quad}$

즉, □EFGH 에서 $\angle E = \angle F = \angle G = \angle H$

따라서, □EFGH 는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$ 이다.

① ㉠: 정사각형　② ㉡: △CFG　③ ㉢: ∠CFG

④ ㉣: SAS　⑤ ㉤: ∠DGH

해설

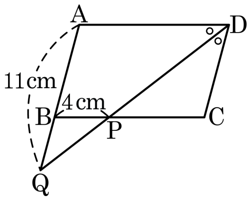
마름모의 각 변의 중점을 연결하면 직사각형이 된다.

△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,

△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로 $\angle E = \angle F = \angle G = \angle H$ 이다.

따라서 □EFGH 는 직사각형이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

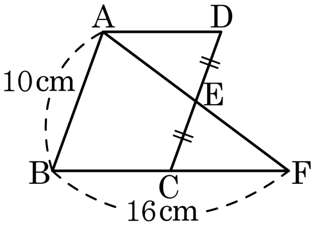
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\text{cm})$

$\triangle AQD$가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\text{cm})$

$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\text{cm})$

5. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 8 cm

해설

$\triangle$AED 와 $\triangle$FEC 에서

$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),

$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로

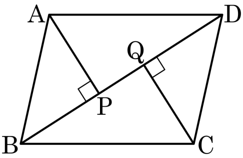
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, $\square$ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$

$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 11\text{cm}$, $\overline{QD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

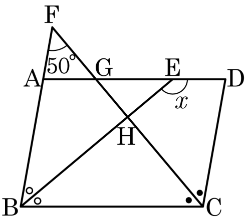
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{BP} = \overline{DQ} = 7$ (cm)

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 11 - 7 = 4$ (cm)

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 H , $\overline{BA}$ 의 연장선과 $\overline{CH}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFG = 50°$ 일 때, $\angle x =$ $\boxed{}$ ° 이다. $\boxed{}$ 의 값은?



① 110 ② 120 ③ 130 ④ 140 ⑤ 150

해설

□ABCD 에서 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이므로,

$\angle B + \angle C = 2(\bigcirc + \times) = 180°$

$\bigcirc + \times = 90° = \angle FHB$ 이다.

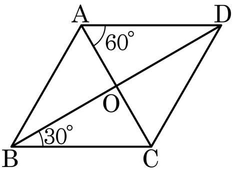
$\triangle FBH$ 에서 $\angle ABE = \bigcirc = 180° - (50° + 90°) = 40°$ 이므로

$\angle B = \bigcirc \times 2 = 80° \rightarrow \angle A = \angle C = 100°$

$\angle x$ 는 $\angle AEB$ 의 외각이므로

$\therefore \quad \angle x = \angle A + 40° = 140°$

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 60°$, $\angle DBC = 30°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 65° ② 20° ③ 25°

④ 30° ⑤ 45°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

$\angle AOD = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서

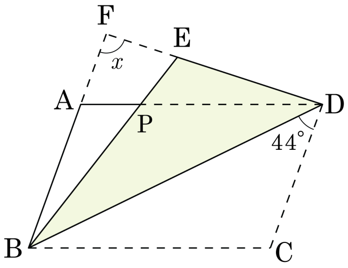
$\angle AOD = \angle COD, \overline{AO} = \overline{CO}$

$\overline{OD}$ 는 공통이므로

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 는 SAS 합동이다.

$\therefore \angle ADB = 30° = \angle BDC$

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 $\triangle DBC$가 $\triangle DBE$로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $\angle BDC = 44°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



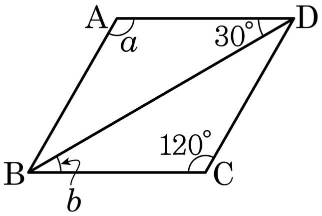
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 92°

해설

BD를 따라 접었으므로
$\angle CDB = \angle BDE = 44°$(접은각)
평행사변형에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로
$\angle CDB = \angle DBA = 44°$(엇각)
따라서 $\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로
$\angle x = 180° - 44° \times 2 = 92°$

10. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



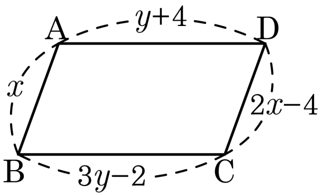
▶ **답 :** ________ °

▷ **정답 :** 150 °

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, $\angle ADB$와 $\angle CDA$는 엇각이므로 $\angle b = 30°$이다.
$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

11. 다음 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 3$

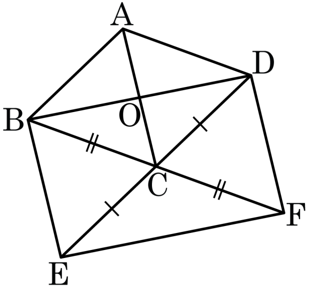
해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로

$x = 2x - 4,\ y + 4 = 3y - 2$

$\therefore\ x = 4,\ y = 3$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{BC} = \overline{FC}, \overline{DC} = \overline{EC}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?

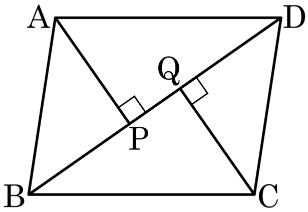


① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$, $\overline{AB} = \overline{CE}$)
□ACFD ($\overline{AD} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{CF}$)
□BEFD ($\overline{BC} = \overline{CF}, \overline{DC} = \overline{CE}$)

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 한다. $\overline{BQ} = 15\,\mathrm{cm}$, $\overline{QD} = 10\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 5 cm

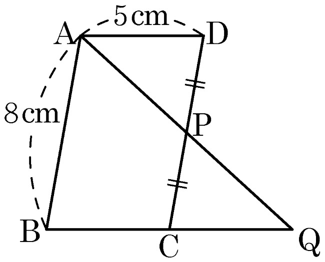
해설

$\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\overline{BP} = \overline{QD} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 15 - 10 = 5(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 Q 라고 할 때,$\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

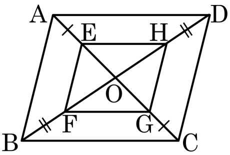
해설

$\triangle ADP \equiv \triangle QCP$ (ASA 합동)

$\overline{AD} = \overline{CQ} = \overline{BC} = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} + \overline{CQ} = 10(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

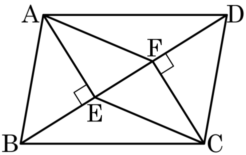
해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$

$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$

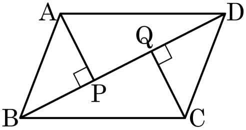
$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

17. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$

② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$

④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)

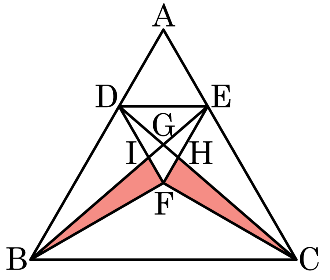
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD}=2\overline{AD}$, $\overline{CE}=2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI=\triangle EGH=2$, $\triangle DEG=4$ 일 때, $\triangle BFI+\triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE=\triangle DEF$

$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF=\triangle DEF=\triangle ADE$

$\overline{DF}\,/\!/\,\overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF=\triangle DEF=\triangle ADE$

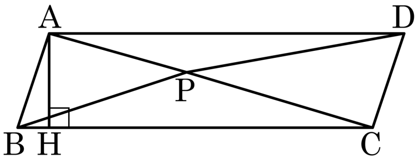
$\triangle DFH+\triangle CFH=\triangle DFH+\triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH=\triangle DEH$

$$\begin{aligned}\triangle BIF&=\triangle BEF-(\triangle EGH+\square FIGH)\\&=\triangle DCF-(\triangle DGI+\square FIGH)\\&=\triangle CFH\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle BFI+\triangle CFH&=2\triangle CFH=2\triangle DEH\\&=2(\triangle DEF-\triangle DGI-\triangle DEG)\\&=2(2+4)=12\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 15\text{cm}$, $\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$일 때, $\overline{AH}$의 길이는?



① 2cm ② 4cm ③ 6cm ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

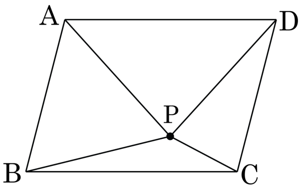
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$이므로 평행사변형의 넓이는 $30 \times 2 = (60\text{cm}^2)$이다.

가로의 길이 $\overline{AD} = 15\text{cm}$이므로 $\overline{AD} \times \overline{AH} = 15 \times \overline{AH} = 60(\text{cm}^2)$이다.

$\therefore\ \overline{AH} = 4(\text{cm})$이다.

20. 다음과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이는 $30\,\mathrm{cm}^2$이고, $\triangle\mathrm{CDP} = 6\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{ADP} = 8\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle\mathrm{ABP} = a\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{BCP} = b\,\mathrm{cm}^2$이다. 이 때, $b-a$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{CDP} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$이므로

$a + 6 = 8 + b$

$\therefore\ b - a = 6 - 8 = -2$