

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

2. 집합 $A = \{1, 3, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 16 개 ② 8 개 ③ 4 개 ④ 2 개 ⑤ 1 개

해설

$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore (A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$$

$$\therefore \{1, 3, 8\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 6, 8\}$$

집합 X 는 원소 1, 3, 8 을 반드시 포함하는 집합 $\{1, 3, 5, 6, 8\}$ 의 부분집합이다.

$$\therefore 2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개) 이다.

4. $n(A) = 5$, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$, $n(A \cup B) = 7$, $n(A \cup C) = 7$ 이고 B, C 는 서로소이다. $n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

B, C 가 서로소이면 $n(B \cap C) = 0$
즉, $n(A \cap B \cap C) = 0$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $\Rightarrow n(A \cap B) = 2$
 $n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C)$
 $\Rightarrow n(A \cap C) = 1$
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
 $= 5 + 4 + 3 - 2 - 0 - 1 + 0 = 9$

5. 300개의 분수 $\frac{1}{300}, \frac{2}{300}, \frac{3}{300}, \dots, \frac{300}{300}$ 중에서 약분되는 분수는 몇 개인가?

① 200 ② 210 ③ 220 ④ 230 ⑤ 240

해설

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 300 이하의 자연수 중 2의 배수의 집합을 A , 3의 배수의 집합을 B , 5의 배수의 집합을 C 라하면 구하는 개수는

$$n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 150 + 100 + 60 - 50 - 30 - 20 + 10 = 220$$

6. 40 명의 학생 중에서 수학을 선택한 학생이 20 명, 국어를 선택한 학생이 17명이었다. 수학과 국어를 모두 선택한 학생이 5명 이상일 때, 수학과 국어 중 적어도 하나를 선택한 학생은 최대 a 명이고, 최소 b 명이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 20 ② 32 ③ 37 ④ 47 ⑤ 52

해설

먼저, 모두 선택한 학생이 5명일 때가 최댓값이 나타나므로 이대로 계산해보면 $20 + 17 - 5 = 32$ 이다. 즉, $a = 32$
모두 선택한 학생의 최댓값은 17인데, 이를 통해 계산해 보면 20명이 나온다.
즉, $32 + 20 = 52$ 이다.

8. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$
 $(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

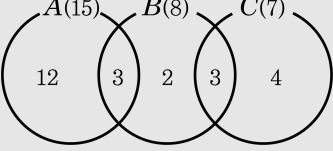
9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, n(B \cup C) = 12, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

10. 학생 수가 n 명인 학급의 학생 중, 남학생의 집합을 M , 여학생의 집합을 W 라고 하고, 안경을 쓴 학생의 집합을 G , 안경을 쓰지 않은 학생의 집합을 E 라고 하고, 네 집합에 대하여 $n(M \cap G) = a$, $n(M \cap E) = b$, $n(W \cap G) = c$ 라고 한다. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \otimes B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 이라고 정의할 때, $n((M \otimes E) \otimes (W \otimes G))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

	M	W
G	a	c
E	b	n-a-b-c

$n(M \otimes E) = a + (n - a - b - c) = n - b - c$

$n(W \otimes G) = a + (n - a - b - c) = n - b - c$

$n(M \otimes E) = n(W \otimes G)$ 이므로,

$\therefore n((M \otimes E) \otimes (W \otimes G)) = 0$