

1. $a^2b + 2ab - 2a - 4$, $2a^2 + 4a - 2ab - 4b$ 를 인수분해했을 때 공통인수는?

① a

② $a + b$

③ $a + 2$

④ $a - b$

⑤ $ab - 2$

해설

$$\begin{aligned}a^2b + 2ab - 2a - 4 &= ab(a + 2) - 2(a + 2) \\ &= (a + 2)(ab - 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2a^2 + 4a - 2ab - 4b &= 2a(a + 2) - 2b(a + 2) \\ &= 2(a + 2)(a - b)\end{aligned}$$

2. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것은?

① $x^2 + x - 6$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 + 7x + 6$

④ $2x^2 + 3x - 2$

⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

① $(x + 3)(x - 2)$

② $(x - 2)(x + 2)$

③ $(2x + 3)(x + 2)$

④ $(2x - 1)(x + 2)$

⑤ $(3x + 1)(x + 2)$

공통인 인수는 $x + 2$ 이므로 구하는 답은 ①이다.

3. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$

② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$

④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-1)-20 &= A(A-1)-20 \\ &= A^2-A-20 \\ &= (A-5)(A+4) \\ &= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

4. 다항식 $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60$ 을 인수분해하면?

① $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 5)$ ② $(x - 4)(x + 3)(x^2 - x + 4)$

③ $(x + 6)(x - 2)(x^2 + x + 5)$ ④ $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4)$

⑤ $(x - 4)(x + 3)(x^2 + x + 4)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60 \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x - 1)(x + 2) \times (x - 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 60 \\ & x^2 + x = A \text{로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 60 = A^2 - 8A - 48 \\ &= (A - 12)(A + 4) \\ &= (x^2 + x - 12)(x^2 + x + 4) \\ &= (x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4) \end{aligned}$$

5. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = (A)(B)$ 일 때, $A + B = x^2$ 의 해를 구하면?(단, $x \neq 0$)

① $x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 5$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 8y - 16 &= x^2 - (y^2 - 8y + 16) \\&= x^2 - (y - 4)^2\end{aligned}$$

$$= (x + y - 4)(x - y + 4)$$

$$A + B = (x + y - 4) + (x - y + 4) = x^2 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 2x \text{ 에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2,$$

조건에서 $x \neq 0$ 이므로, $x = 2$ 이다.

6. $ax^2 + 24x + b = (3x + c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x + c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

7. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x + 4a} + \sqrt{x - 4a + 8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

$$= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2}$$

$$= |a + 1| + |a - 3|$$

$$= a + 1 - a + 3 = 4$$

8. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

9. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

10. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x + y + z + p + q + r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

11. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$x + 4 = t \text{ 라 하면}$$

$$(t + y)(t - y) - 16x$$

$$= t^2 - y^2 - 16x$$

$$= (x + 4)^2 - 16x - y^2$$

$$= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2$$

$$= (x^2 - 8x + 16) - y^2$$

$$= (x - 4)^2 - y^2$$

$$= (x + y - 4)(x - y - 4)$$

12. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2=A, 3x-1=B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

13. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

14. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$2^{160} - 1$$

$$= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$$

$2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.

$$\therefore 33 + 31 = 64$$

15. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

16. $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$ 에 대하여 $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3

② -6

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

$$g(x) = (ax + b)f(x) \text{ 이므로}$$

$$6x^2 - 5x - 4 = (3x - 4)(2x + 1)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)(4x + 2)$$

$$= \left(\frac{3}{2}x - 2\right)f(x)$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = -6$$

17. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A + B + C + D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

① $x - 2a$

② $x - a$

③ x

④ $x + a^2$

⑤ $x^2 + a$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x^2 - ax + b &= AB \\ &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x + \alpha) + (x + \beta) \\ &= 2x + \alpha + \beta = 2x - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^2 + ax - b &= CD \\ &= (x + \gamma)(x + \delta) \\ &= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C + D &= (x + \gamma) + (x + \delta) \\ &= 2x + \gamma + \delta = 2x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x(A + B + C + D) - 4a^2 &= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2 \\ &= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a) \end{aligned}$$

18. $x^3 + ax^2 - bx + 12$ 가 $(x-1)$ 과 $(x+2)$ 로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned}
 & x^3 + ax^2 - bx + 12 \\
 &= (x-1)(x+2)(x+k) \\
 &= x^3 + (k+1)x^2 + (k-2)x - 2k \\
 &-2k = 12, \therefore k = -6 \\
 &a = k+1 = -5 \\
 &-b = k-2 = -8, \therefore b = 8 \\
 &\therefore a+b = -5+8 = 3
 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
 & f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 12 \text{ 라 할 때,} \\
 & f(x) \text{ 가 } (x-1) \text{ 와 } (x+2) \text{ 를 인수로 가지면} \\
 & f(1) = 0, f(-2) = 0 \text{ 이므로,} \\
 & 1^3 + a \times 1^2 - b \times 1 + 12 = 0 \cdots \textcircled{㉠} \\
 & (-2)^3 + a \times (-2)^2 - b \times (-2) + 12 = 0 \cdots \textcircled{㉡} \\
 & \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 을 연립하여 풀면, } a = -5, b = 8 \\
 & \therefore a+b = -5+8 = 3
 \end{aligned}$$

19. $1 < p < 2$ 이고, $\sqrt{x} = p - 1$ 일 때, $\sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{x} = p - 1$ 의 양변을 제곱하면

$x = (p - 1)^2$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+4p} + \sqrt{x-2p+3} \\ &= \sqrt{(p-1)^2+4p} + \sqrt{(p-1)^2-2p+3} \\ &= \sqrt{(p+1)^2} + \sqrt{(p-2)^2} \end{aligned}$$

이때, $2 < p + 1 < 3$ 이고, $-1 < p - 2 < 0$ 이므로

$$\therefore (\text{주어진 식}) = p + 1 - (p - 2) = 3$$

20. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x-1$, $x-y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + x^2 - 2x^2y - x - xy + y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = -1$

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(-2x^2 - x + 1) + 2x^3 + x^2 - x \\&= y(-2x^2 - x + 1) + x(2x^2 + x - 1) \\&= (x - y)(2x^2 + x - 1) \\&= (x - y)(2x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

정육면체이므로 $x - y = 2x - 1 = x + 1$ 이다.

$$\therefore x = 2, y = -1$$