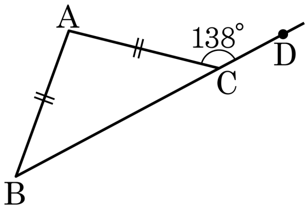
1. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle \mathrm{ACD} = 138°$ 일 때, $\angle \mathrm{ABC}$ 의 크기는?



① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

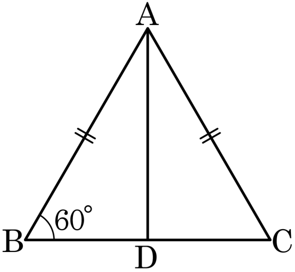
해설

$\angle \mathrm{ACB} = 180° - 138° = 42°$

$\triangle \mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB} = 42°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $B = 60°$이고, 꼭지각의 이등분선이 밑변과 만나는 점을 D라고 할 때, $\angle BAD$의 크기는?



① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\triangle ABC$에서

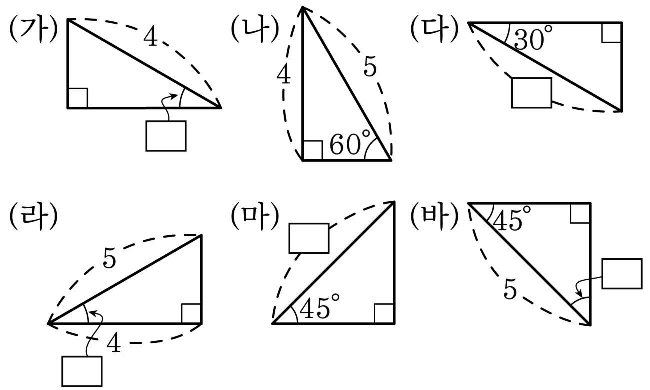
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고, $\angle C = 60°$이다.

또한, $\angle A = 180° - (60° + 60°) = 60°$이다.

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\angle BAD$는 $\angle A$를 이등분한 각이므로 $\angle BAD = 30°$이다.

3. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



① (가) 30 °　② (다) 4　③ (라) 60 °

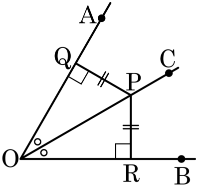
④ (마) 5　⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°

⑤ (바) 45°

4. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ}=\overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO=\angle PRO$

④ $\angle QOP=\angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 보이려는 것이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ii) $\overline{PQ}=\overline{PR}$ (①)

iii) $\angle PQO=\angle PRO=90°$ (③)

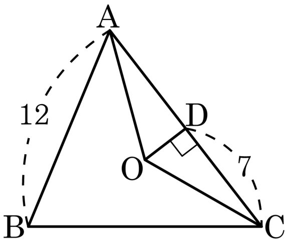
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

(RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP=\angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{AD}$의 길이는?

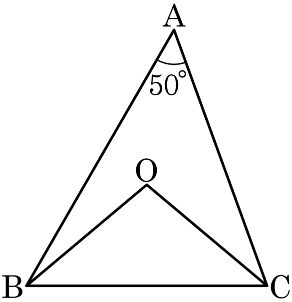


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로
$\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$이다.

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



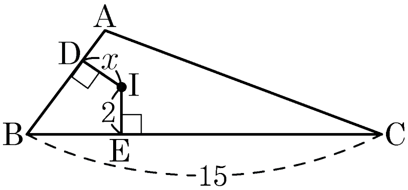
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

7. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



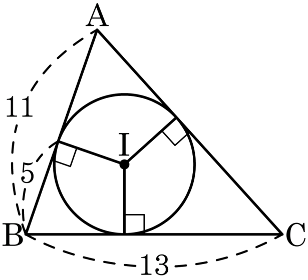
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IE} = 2$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



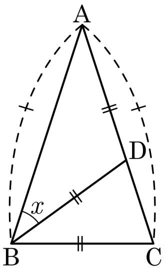
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



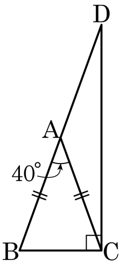
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 36 °

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$
$\overline{BD} = \overline{BC}$이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$
$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$이므로
$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$
따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$이다.

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}\perp\overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설

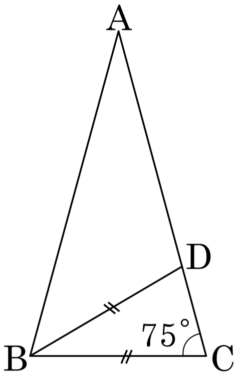
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \dfrac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle BCD$ 에서

$\angle BDC = 180° - (70° + 90°) = 20°$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 75°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

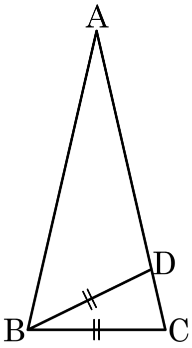
▷ 정답 : 45°

해설

$\angle DBC = 180° - 75° \times 2 = 30°$

$\angle ABD = 75° - 30° = 45°$

12. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DBC = 26°$ 일 때, $\angle A$ 를 구하면?

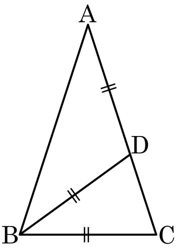


① 13°　② 26°　③ 30°　④ 52°　⑤ 72°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle C = \angle BDC$ 이고 $\angle C + \angle BDC + 26° = 180°$
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle C$ 이고 $\angle ABC + \angle C + \angle A = 180°$ 이다.
이때, $\angle C = \angle BDC = \angle ABC$ 이므로 $\angle A = 26°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

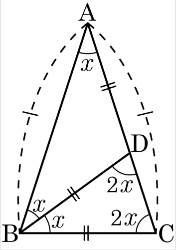
▷ 정답 : 36 °

해설

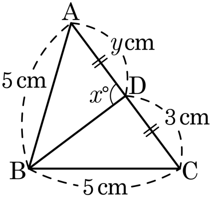
$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$라고 하면

$2\angle x+\angle x+\angle x+\angle x=180°$, $5\angle x=180°$

$\therefore \angle x=36°$



14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $x+y$ 는?



① 84 ② 87 ③ 91

④ 93 ⑤ 97

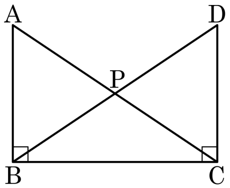
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

$\therefore x=90,\ y=3$

따라서 $x+y=90+3=93$

15. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$이면 $\triangle PBC$는 어떤 삼각형인가?



① 정삼각형 ② 직각이등변삼각형

③ 이등변삼각형 ④ 직각삼각형

⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

i) $\overline{AC}=\overline{DB}$

ii) $\angle ABC=\angle DCB=90°$

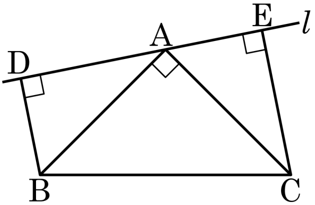
iii) $\overline{AB}=\overline{DC}$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

따라서 $\angle DBC=\angle ACB$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

16. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭지점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 내렸다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 10 cm

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고

$\angle ADB = \angle BAC = \angle AEC = 90°$ 이므로

$\angle DAB = 180° - 90° - \angle EAC$

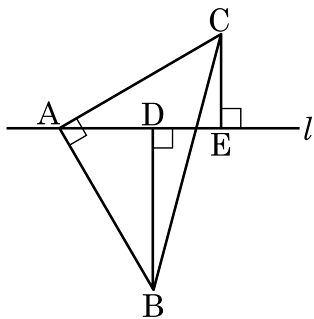
$= 90° - \angle EAC = \angle ACE$

$\therefore$ $\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ (RHA 합동)

이 때 $\overline{BD} = \overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로

$\therefore$ $\overline{DE} = \overline{AD} + \overline{AE} = 4 + 6 = 10$ (cm)

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, $\overline{BD} = a$, $\overline{CE} = b$ 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ADB = \angle CEA$,

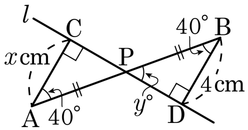
$\angle BAD = 90° - \angle CAE = \angle ACE$ 이므로

$\triangle CAE \equiv \triangle ABD$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} = \overline{BD} = a,\ \overline{AD} = b$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = a - b$

18. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB}=4\text{cm}$, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 36　② 44　③ 46　④ 54　⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서

$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡

$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢

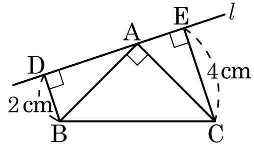
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)

삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,

$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

19. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{BD}} = 2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 4\mathrm{cm}$ 일 때, △ABD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $4\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\angle\mathrm{EAC} = \angle a$ 라 하면, $\angle\mathrm{ECA} = 90° - \angle a$,

$\angle\mathrm{DAB} = 180° - (\angle\mathrm{BAC} + \angle\mathrm{CAE})$

$= 180° - (90° + \angle a) = 90° - \angle a$

$\therefore \angle\mathrm{ECA} = \angle\mathrm{DAB}$

△ABD 와 △CAE 에서

i) $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{CA}}$

ii) $\angle\mathrm{BDA} = \angle\mathrm{AEC} = 90°$

iii) $\angle\mathrm{ECA} = \angle\mathrm{DAB}$

i), ii), iii) 에 의해

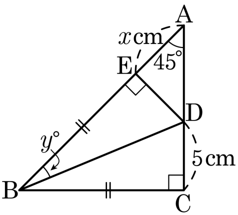
$\triangle\mathrm{ABD} \equiv \triangle\mathrm{CAE}$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대응변의 길이는 같으므로

$\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{EA}} = 2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{EC}} = 4\mathrm{cm}$

$\therefore$ △ABD 의 넓이 $= (2 \times 4) \times \dfrac{1}{2} = 4(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 $\triangle ABC$에서 x, y의 값을 차례로 나열한 것은?



① 3, 20 ② 3, 22.5 ③ 5, 20

④ 5, 22.5 ⑤ 4, 25

해설

$\triangle BED \equiv \triangle BCD$ (RHS 합동)이다.

$\angle CBE = 180° - 45° - 90° = 45°$이고,

$\angle CBD = \angle EBD = 22.5°$

$\therefore \angle y = 22.5°$

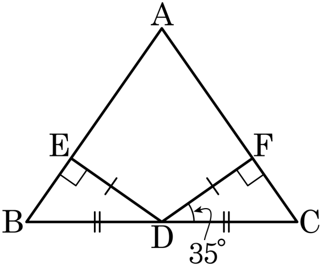
$\triangle AED$는 직각이등변삼각형이고

$(\because \angle DAE = 45° = \angle ADE)$

$\overline{DC} = \overline{ED} = \overline{AE} = 5\,\text{cm}$

$\therefore\ x = 5\,\text{cm}$

21. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$ 라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\triangle EBD$ 와 $\triangle FCD$ 에서 $\angle BED = \angle CFD = 90°$

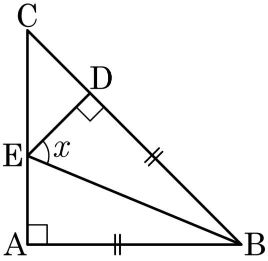
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore \ \triangle EBD \equiv \ FCD$ (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90° - 35° = 55°$

$\angle A = 180° - 55° \times 2 = 70°$

22. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60°　② 62.5°　③ 65°　④ 67.5°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,

$\angle ABC = 45°$

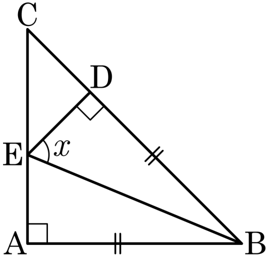
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.

$\angle EBD = 45° \times \dfrac{1}{2} = 22.5°$

$\triangle DBE$ 에서

$\therefore\ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

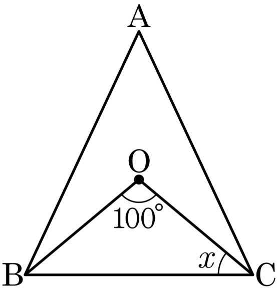
$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$

$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로

$\angle BEA = \angle BED = \angle x$

$\therefore \angle x = 135° \times \frac{1}{2} = 67.5°$

24. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

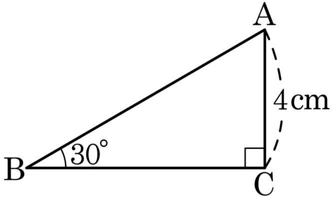


① 10°　② 20°　③ 30°　④ 40°　⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

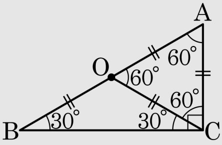
25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

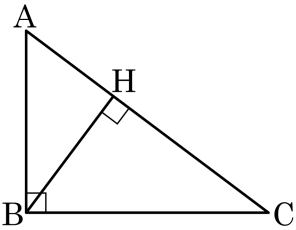


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(\text{cm})$

26. 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BH}\perp\overline{AC}$, $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{BH}=4.8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$ 또는 $\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$이다.

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 4.8$

$\therefore\ \overline{AC}=10\text{cm}$

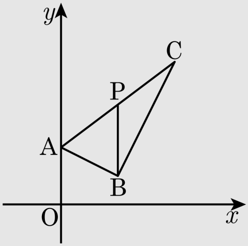
외접원의 지름의 길이는 직각삼각형의 빗변의 길이와 같으므로 외접원의 지름의 길이는 10cm이다.

27. 좌표평면 위의 세 점 A(0, 2), B(2, 1), C(4, 5) 에 대하여 삼각형 ABC 의 내부에 있는 점 중 A, B, C 까지의 거리가 모두 같은 점을 P(a, b) 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



위의 그림과 같이 세 점 A(0, 2), B(2, 1), C(4, 5) 를 좌표평면 위에 나타내면

$$(\text{AB의 기울기}) = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

$$(\text{BC의 기울기}) = \frac{5-1}{4-2} = 2$$

즉 두 직선의 기울기의 곱이 -1 이므로 $\triangle$ABC 는 $\angle$B $= 90$ 인 직각삼각형이다.

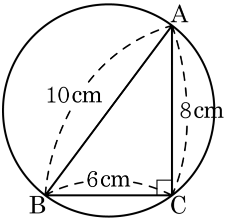
이때, 직각삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

점 P 는 $\triangle$ABC 의 외심이고 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\mathrm{P}\left(\frac{0+4}{2},\ \frac{2+5}{2}\right) = \mathrm{P}\left(2,\ \frac{7}{2}\right) = \mathrm{P}(a,\ b)$$

따라서 $a = 2,\ b = \frac{7}{2}$ 이므로 $ab = 7$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 이다. 외접원의 넓이는?



① $22\pi\,\text{cm}^2$ ② $25\pi\,\text{cm}^2$

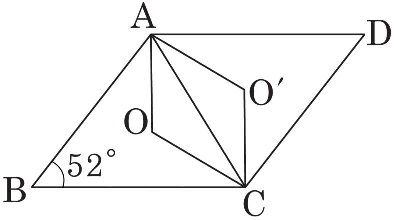
③ $26\pi\,\text{cm}^2$ ④ $28\pi\,\text{cm}^2$

⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\text{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

29. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

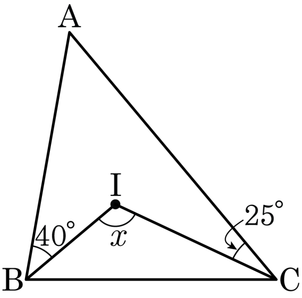


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

30. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① $110°$　② $115°$　③ $120°$　④ $125°$　⑤ $130°$

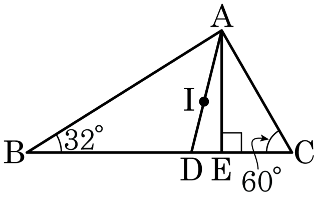
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

31. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 14°

해설

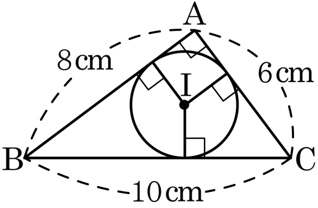
$\angle A = 180° - (32° + 60°) = 88°$

$\angle DAC = \dfrac{1}{2} \times 88° = 44°$

$\angle EAC = 30°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 44° - 30° = 14°$

32. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 2 cm

해설

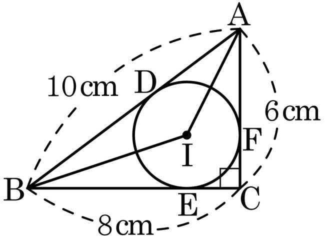
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$24 = \frac{1}{2} \times r \times (6 + 8 + 10)$ 이다.

$24 = 12r$, $r = 2$ 이다.

따라서 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다.

33. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② 6cm^2　③ 8cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

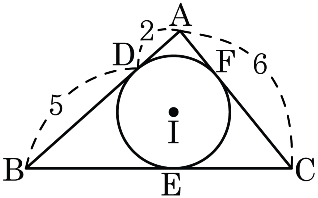
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

34. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

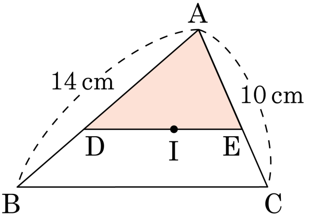
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

35. 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle DBI$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)$\cdots$㉠

또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI \cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$

$\therefore\ \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)$\cdots$㉣

또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI \cdots$㉤

㉣, ㉤에서 $\angle EIC = \angle ECI$

$\therefore\ \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)

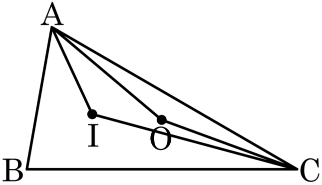
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

$= 14 + 10 = 24(\,\text{cm})$

36. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

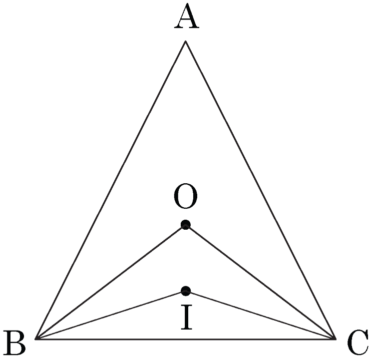
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

37. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

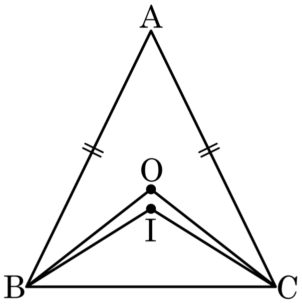
▷ 정답 : 54 °

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle BOC = 144°$ 이므로 $\angle BOC = 108°$ 이다.

따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54°$ 이다.

38. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 104°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 6 °

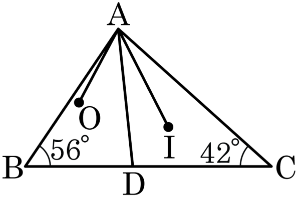
해설

$\angle BOC = 104°$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 104°) \times \frac{1}{2} = 38°$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104° \times \frac{1}{2} = 52°$ 이므로 $\angle ABC = (180° - 52°) \times \frac{1}{2} = 64°$ $\therefore \angle IBC = 32°$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6°$

39. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 56°$, $\angle C = 42°$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle OAI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 55 °

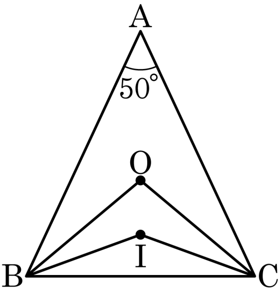
해설

$\angle OAD = (180° - 56° \times 2) \div 2 = 34°$

$\angle IAD = 42° \div 2 = 21°$

$\therefore \angle OAI = 34° + 21° = 55°$

40. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

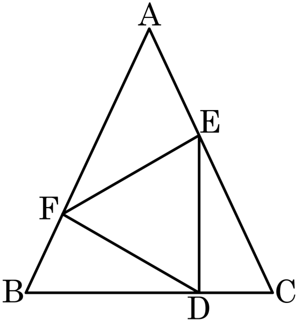


① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

41. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35°$, $\angle BDF = 30°$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : 25 $\underline{°}$

해설

$\angle B = \angle C = \angle a$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

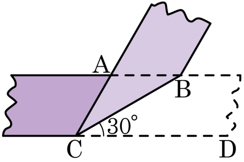
$\triangle BDF$ 에서 $\angle a + 30° = 35° + 60°$ $\quad\therefore\ \angle a = 65°$

$\triangle CDE$ 에서

$\angle a + \angle DEC = 30° + 60°,\ 65° + \angle DEC = 90°$

$\therefore\ \angle DEC = 25°$

42. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① $100°$　② $110°$　③ $120°$

④ $130°$　⑤ $140°$

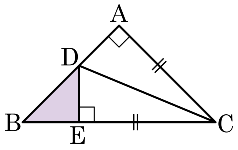
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

43. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,cm$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,cm^2$ ② $14\,cm^2$ ③ $18\,cm^2$

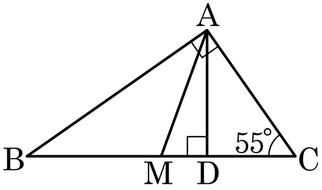
④ $22\,cm^2$ ⑤ $26\,cm^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,cm$, 높이 $6\,cm$인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (cm^2)$이다.

44. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because$ $\overline{BM} = \overline{AM}$)

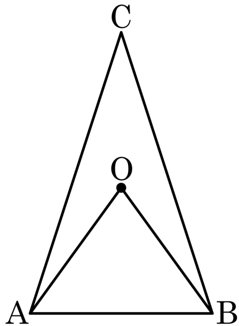
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

45. $\triangle$ABC 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle$AOB 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답: 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC =$ z 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180°$, $x + y + z = 90° \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

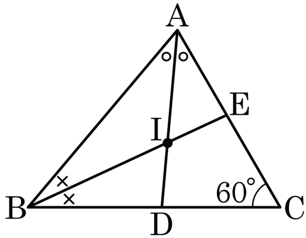
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54°$

$\triangle$AOB 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180° - (54° \times 2) = 72°$

46. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200°　② 180°　③ 160°　④ 140°　⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$

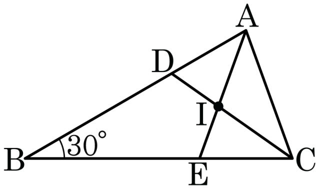
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

47. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

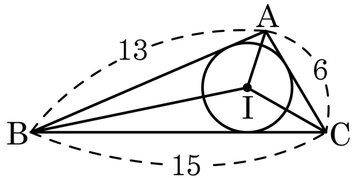
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

48. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 13$, $\overline{\mathrm{BC}} = 15$, $\overline{\mathrm{CA}} = 6$ 이다. $\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

($\triangle$AIB 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

($\triangle$BIC 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

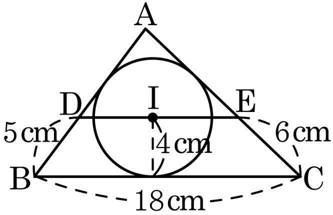
($\triangle$CIA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA $= \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

49. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 58 $\underline{\text{cm}^2}$

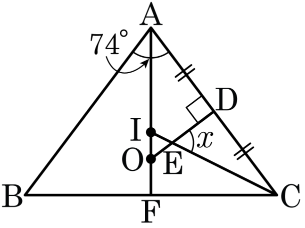
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

50. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 74°) = 53°$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53° = 26.5°$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90° - \angle ACI = 90° - 26.5° = 63.5°$ 이다.