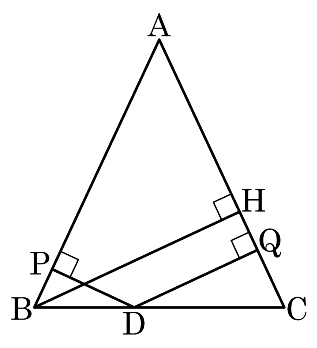
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

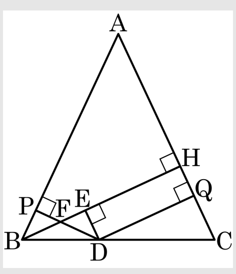


▶ 답： ____ cm

▷ 정답： 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



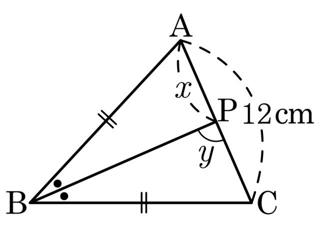
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 P 라 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $x = 6\text{cm}$	㉡ $y = 89°$
㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BP}$	㉣ $x + y = 95$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

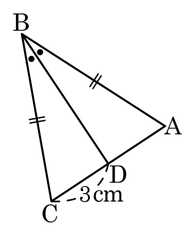
▷ 정답 : ㉢

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$, $y = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BP}$, $x + y = 6 + 90 = 96$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}$ 와 길이가 같은 것은?

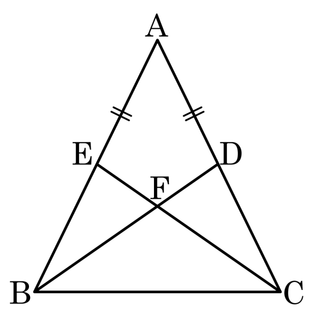


① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{AD}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{AC}$

해설

이등변삼각형에서 꼭지각을 이등분하는 선분은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{CD} = \overline{AD}$

4. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

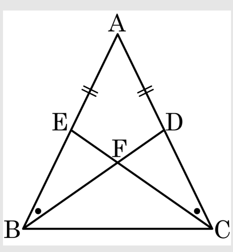


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

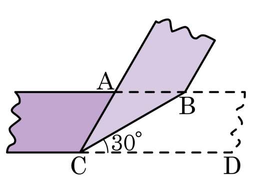
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

5. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle \mathrm{BCD} = 30^\circ$ 이다. 이때, $\angle \mathrm{BAC}$ 의 크기를 구하여라.



① 100° ② 110° ③ 120°

④ 130° ⑤ 140°

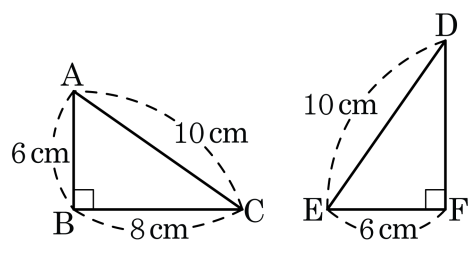
해설

$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{BCA} = 30^\circ$

$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{ABC} = 30^\circ$ (엇각)

$\angle \mathrm{BAC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

6. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



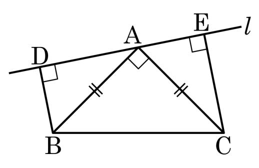
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle$CAB, $\triangle$DEF 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

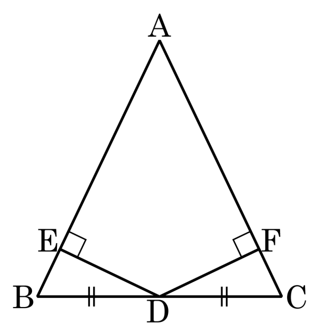
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$, $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.

$\square DBCE$ 의 넓이$= \dfrac{(4+6) \times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로

$\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$
$= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

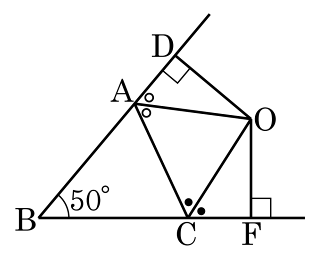
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

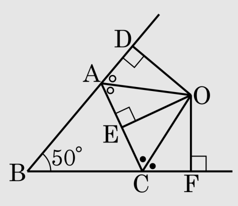
9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

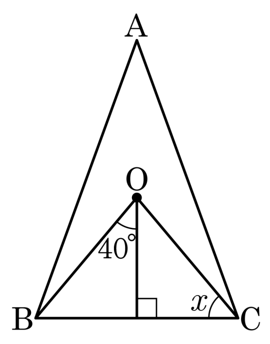
해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$
□DBFO 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$
$\angle AOE = \angle a,\ \angle COE = \angle b$ 라 하면
$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360° \therefore\ \angle a + \angle b = 65° \therefore\ \angle AOC = 65°$

10. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



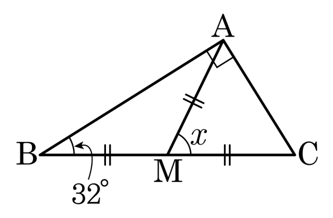
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: $\underline{50}$ °

해설

점 O 에서 선분 BC 로 내린 수선의 발을 점 D 라고 할 때, $\triangle OBD \equiv \triangle ODC$ 이므로,
$\angle BOD = \angle DOC = 40°$ 이다.
따라서 x 는 $180° - 90° - 40° = 50°$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

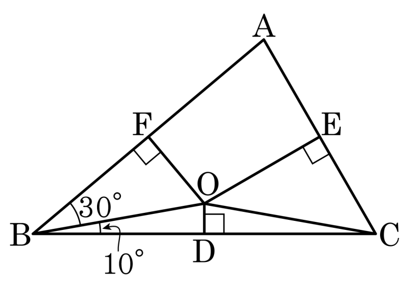


① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$
$\angle MBA = \angle MAB = 32°$
두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로
$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



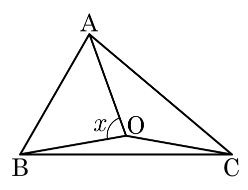
▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $80°$

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$
$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$
$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$
$\therefore\ \angle x = 50°$
$\therefore\ \angle A = 30° + 50° = 80°$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 2$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $80\,°$

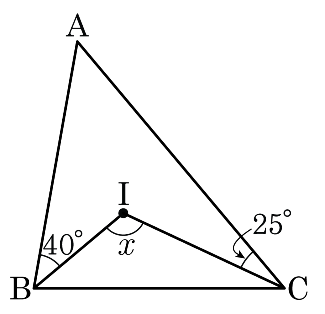
해설

$\angle C = 180\,° \times \dfrac{2}{4+3+2} = 40\,°$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle x = 2\angle ACB = 2 \times 40\,° = 80\,°$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

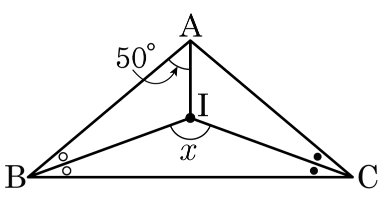


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle$IBC $= 40°$이고, $\angle$ICB $= 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

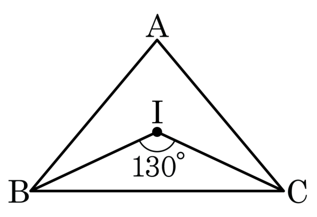


① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.



$\angle BIC = 130°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: ______ °

▷ 정답: 80 °

해설

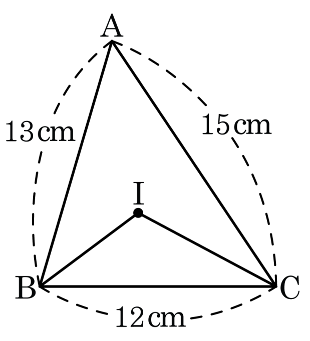
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$\frac{1}{2}\angle BAC = 40°$

$\therefore \angle BAC = 80°$

17. 다음 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $80\,cm^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

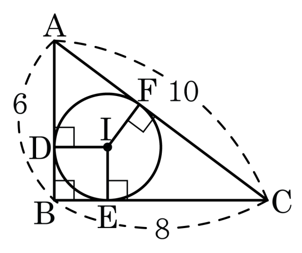
내심원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 15) = 80$

$r = 4(\,cm)$

$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\,cm^2)$

18. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=8$, $\overline{\mathrm{AC}}=10$)



① 1　　② 1.5　　③ 2　　④ 2.5　　⑤ 3

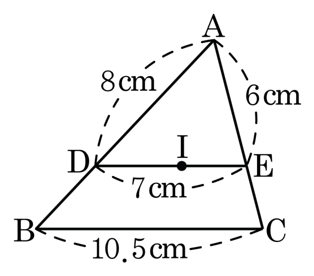
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle\mathrm{ABI}+\triangle\mathrm{BCI}+\triangle\mathrm{ACI}=\frac{1}{2}\times8\times6=24$,

$\frac{1}{2}\times(6+8+10)\times r=24 \therefore r=2$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

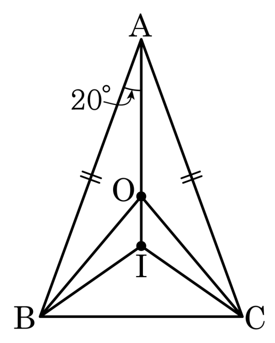
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30°　　② 40°　　③ 50°　　④ 60°　　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40^\circ$ 이므로

$\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.