1. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

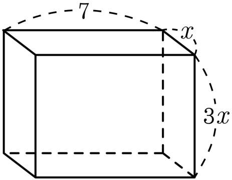
높이를 x라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2}=3\sqrt{6}$

$x^2=4$

$x>0$ 이므로 $x=2$ 이다.

2. 다음 그림은 대각선의 길이가 9인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$\sqrt{(3x)^2 + x^2 + 7^2} = 9$

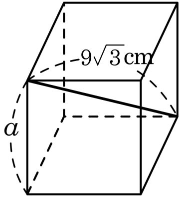
$\sqrt{10x^2 + 49} = 9$

$10x^2 + 49 = 81$, $10x^2 = 32$

$x^2 = \frac{16}{5}$

$\therefore\ x = \frac{4\sqrt{5}}{5}(x > 0)$

3. 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?



① $6\,\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $9\,\text{cm}$

④ $9\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $18\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3a^2}=a\sqrt{3}$ 이므로
$a\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ 으로 두면 $a=9\,\text{cm}$ 이다.

4. 대각선의 길이가 $2\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피는?

① $16\sqrt{3}$ ② $16\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{2}$

④ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

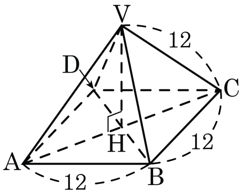
해설

한 모서리의 길이를 x라고 하면

(대각선의 길이) $= \sqrt{3}x = 2\sqrt{6},\ x = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ (부피) $= (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}$

5. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$의 길이는?



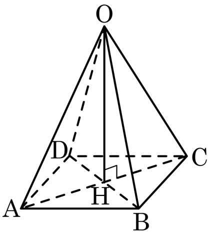
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{CH} = \overline{AC} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle VHC$ 에서 $\overline{VH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

6. 다음 그림과 같은 정사각뿔에서 $\overline{OH} = 3\sqrt{7}$, $\overline{OA} = 12$ 일 때, 밑넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 162

해설

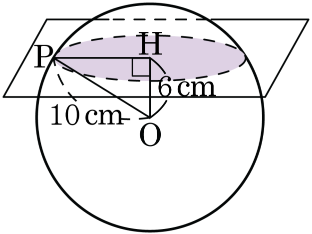
$\triangle OAH$ 에서

$\overline{AH} = \sqrt{12^2 - (3\sqrt{7})^2} = \sqrt{144 - 63} = \sqrt{81} = 9$

$\overline{AC} = \overline{BD} = 18$

$\therefore$ (밑넓이)$= 18 \times 18 \times \dfrac{1}{2} = 162$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm 인 구를 중심 O 에서 6cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?



① $24\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $32\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $36\pi\,\mathrm{cm}^2$

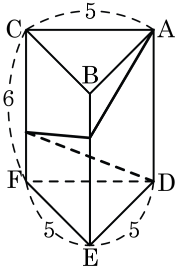
④ $56\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $64\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{PH}} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (단면의 넓이) $= 64\pi\,\mathrm{cm}^2$

8. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?

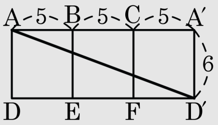


① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$

④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{15^2+6^2} = \sqrt{225+36} = 3\sqrt{29}$



9. 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 다음과 같을 때, 다음 중 직육면체의 대각선의 길이가 12 가 <u>아닌</u> 것은?

보기

㉠ $5\sqrt{2},\ 2\sqrt{11},\ 5\sqrt{2}$

㉡ $5\sqrt{2},\ \sqrt{42},\ 2\sqrt{5}$

㉢ $2\sqrt{6},\ 4\sqrt{3},\ 3\sqrt{7}$

㉣ $\sqrt{30},\ \sqrt{30},\ 2\sqrt{21}$

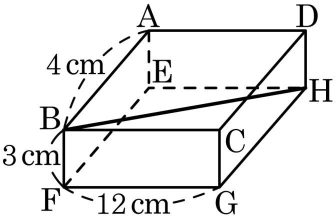
㉤ $3\sqrt{5},\ 3\sqrt{5},\ 3\sqrt{6}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

세 모서리가 각각 a, b, c 인 직육면체에서
대각선 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이다.
㉠ $\sqrt{50 + 44 + 50} = \sqrt{144}$
㉡ $\sqrt{50 + 42 + 20} = \sqrt{112}$
㉢ $\sqrt{24 + 48 + 63} = \sqrt{135}$
㉣ $\sqrt{30 + 30 + 84} = \sqrt{144}$
㉤ $\sqrt{45 + 45 + 54} = \sqrt{144}$
따라서 12 가 아닌 것은 ㉡, ㉢이다.

10. 다음 직육면체에서 $\overline{AB} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BF} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{FG} = 12\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



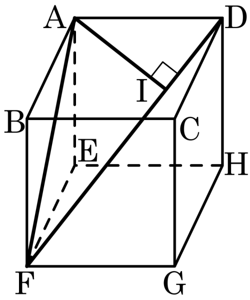
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \sqrt{4^2 + 12^2 + 3^2}\\ &= \sqrt{16 + 144 + 9}\\ &= \sqrt{169} = 13(\,\mathrm{cm})\end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 5cm 인 정육면체의 꼭짓점 A 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\overline{AI}$ 의 길이는?



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ 또는 $\dfrac{5}{3}\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle ABF$ 에서 $\overline{AF} = 5\sqrt{2}$ 이다.

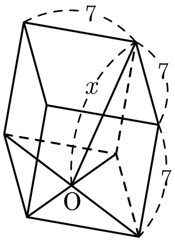
$\overline{DF}$ 는 정육면체의 대각선이므로 $5\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{AD} \times \overline{AF} = \overline{DF} \times \overline{AI}$

$5 \times 5\sqrt{2} = 5\sqrt{3} \times \overline{AI}$

$\overline{AI} = \dfrac{5\sqrt{6}}{3}(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 7 인 정사각형으로 만들어진 정육면체가 있다. 밑면에 두 대각선을 그어 교점을 O라 할 때, x 의 값은?



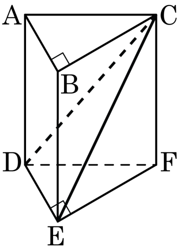
① $\dfrac{7\sqrt{6}}{2}$ ② $\dfrac{9\sqrt{6}}{2}$ ③ $\dfrac{11\sqrt{6}}{2}$

④ $\dfrac{13\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\dfrac{15\sqrt{6}}{2}$

해설

$$x = \sqrt{7^2 + \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{49 + \frac{98}{4}} = \sqrt{\frac{294}{4}} = \frac{7\sqrt{6}}{2}$$

13. 다음 그림처럼 $\angle ABC = \angle DEF = 90°$ 인 삼각기둥에서 $\overline{AC} = 13$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{BE} = 16$ 일 때, $\triangle CDE$ 의 넓이는?



① 24 ② 32 ③ 42 ④ 50 ⑤ 62

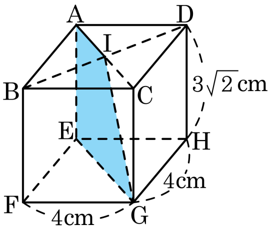
해설

$\overline{DE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

$\overline{CE} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

따라서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 20 = 50$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직육면체에서 윗면 ABCD 의 대각선의 교점이 I 일 때, □AEGI 의 넓이는?



① $16\,cm^2$　② $18\,cm^2$　③ $20\,cm^2$

④ $22\,cm^2$　⑤ $24\,cm^2$

해설

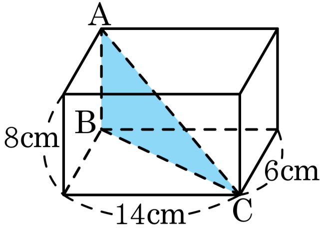
$\overline{EG} = 4\sqrt{2}\,cm$

$\overline{AI} = 2\sqrt{2}\,cm$

□AEGI 는 사다리꼴이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2} = 18(cm^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 가로의 길이 14 , 세로의 길이 6 , 높이 8 인 직육면체에서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $\sqrt{74}+8+\sqrt{58}$(cm)

② $\sqrt{74}+8+2\sqrt{58}$(cm)

③ $2\sqrt{74}+8+\sqrt{58}$(cm)

④ $2\sqrt{74}+8+2\sqrt{58}$(cm)

⑤ $2\sqrt{74}+2\sqrt{58}$(cm)

해설

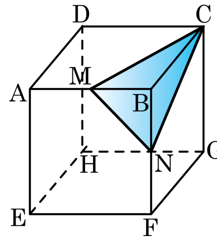
$\overline{AC}=\sqrt{8^2+14^2+6^2}=\sqrt{296}=2\sqrt{74}$(cm)

$\overline{AB}=8$(cm)

$\overline{BC}=\sqrt{14^2+6^2}=\sqrt{232}=2\sqrt{58}$(cm)

따라서 둘레의 길이는 $2\sqrt{74}+8+2\sqrt{58}$(cm)

16. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$ 의 중점이 각각 M, N 일 때, $\triangle$CMN 의 넓이를 구하여라.



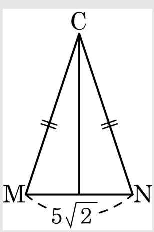
▶ 답 : ____ cm^2

▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $\frac{75}{2}$ cm^2

▷ 정답 : 37.5 cm^2

해설



$\overline{CM} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$$(\text{높이}) = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

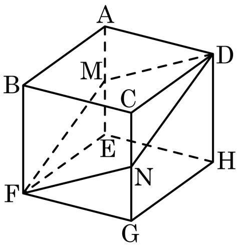
$$= \sqrt{125 - \frac{50}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{450}{4}} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$(\text{넓이}) = 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{75}{2}(\text{cm}^2)$$

17. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이는?



① $16\sqrt{2}$ ② $32\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $16\sqrt{6}$ ⑤ 32

해설

사각형 MFND는 마름모이다. $\overline{MN} = \overline{AC} = 8$ 이고, $\overline{DF}$ 는 정육면체의 대각선의 길이이므로

$\overline{DF} = \sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

마름모의 넓이 공식에 의해

$□MFND = 4\sqrt{6} \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{6}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 부피가 $\frac{9}{4}\sqrt{2}$ 인 정사면체에서 한 모서리의 길이는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

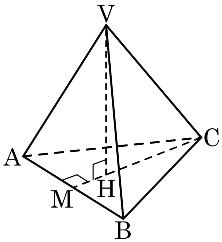
해설

모서리의 길이를 a 라 하면

부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{9}{4}\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$

19. 부피가 $\sqrt{3}$ 인 정사면체 V−ABC 의 높이는?



① 2　　② 4　　③ $2\sqrt{6}$　　④ $3\sqrt{6}$　　⑤ $4\sqrt{6}$

해설

모서리의 길이가 a 인 정사면체에서

높이 : $h = \dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, 부피 : $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

$V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \sqrt{3},\ a^3 = 6\sqrt{6} \quad \therefore\ a = \sqrt{6}$

따라서 높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3} \times \sqrt{6} = 2$ 이다.

20. 부피가 $144\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$ 인 정사면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

① 10 cm ② 11 cm ③ 12 cm ④ 13 cm ⑤ 14 cm

해설

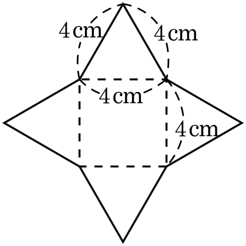
한 모서리의 길이를 a cm 라고 하면

$$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 144\sqrt{2}$$

$$a^3 = 12 \times 144 = 2^6 3^3 = \left(2^2 \times 3\right)^3$$

$$\therefore\ a = 12(\,\mathrm{cm})$$

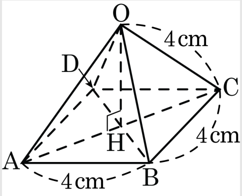
21. 다음 그림과 같은 전개도로 사각뿔을 만들 때, 사각뿔의 높이를 구하여라.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설



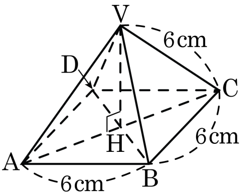
$\overline{AC} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ $\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$

$\triangle OAH$ 에서

$\overline{AH} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$, $\overline{AO} = 4\text{ cm}$ 이므로

$\overline{OH} = \sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 정사각뿔 V – ABCD 의 높이와 부피를 각각 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm^3

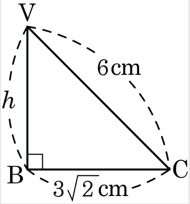
▷ 정답 : 높이 $3\sqrt{2}$ cm

▷ 정답 : 부피 $36\sqrt{2}$ cm^3

해설

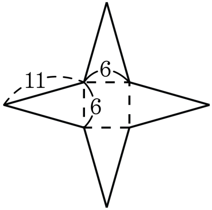
높이를 h, 부피를 V라 하면

$$h = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 18} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$



$$V = 6 \times 6 \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 36\sqrt{2}(\text{cm}^3)$$

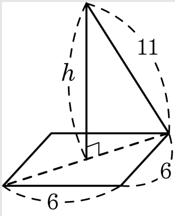
23. 다음 그림과 같은 전개도로 만든 정사각뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{103}$

해설

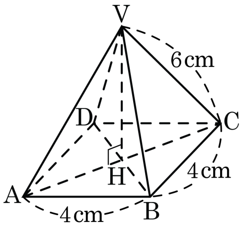


높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{11^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{121 - 18} = \sqrt{103}$

$V = 36 \times \sqrt{103} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{103}$

24. 다음 그림의 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{VH}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$ cm ② 4 cm

③ 5 cm ④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ $4\sqrt{2}$ cm

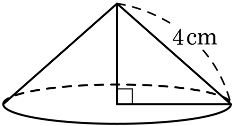
해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{VH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $4\,\text{cm}$ 인 원뿔의 높이는?



① $2\,\text{cm}$ ② $\sqrt{7}\,\text{cm}$ ③ $3\,\text{cm}$

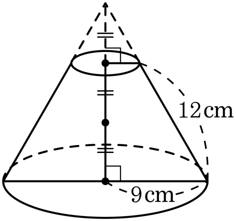
④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $5\,\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 $3\,\text{cm}$

따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\,\text{cm})$ 이다.

26. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 9 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{2}{3}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 부피를 구하면?



① $486\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ② $243\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

③ $234\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ④ $162\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

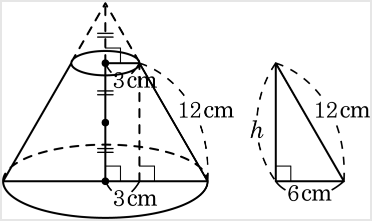
⑤ $81\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

해설

$\therefore\ h = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

큰 원뿔 : 높이가 $9\sqrt{3}$ cm, 반지름이 9 cm

작은 원뿔 : 높이가 $3\sqrt{3}$ cm, 반지름이 3 cm

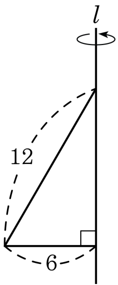


따라서 원뿔대의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 9\sqrt{3}\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3}\right)$$

$= 234\sqrt{3}\pi$ (cm^3) 이다.

27. 다음 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시킬 때 만들어지는 입체도형의 부피를 구하면?



① $42\sqrt{3}\pi$ ② $48\sqrt{3}\pi$ ③ $57\sqrt{3}\pi$

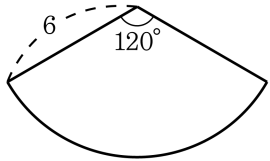
④ $63\sqrt{3}\pi$ ⑤ $72\sqrt{3}\pi$

해설

밑면의 반지름의 길이는 6 이고, 원뿔의 높이는 $6\sqrt{3}$ 이다.

따라서 부피는 $36\pi \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 72\sqrt{3}\pi$ 이다.

28. 반지름이 6 이고 중심각이 $120°$ 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.

④ 원뿔의 높이는 4 이다.

⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면

$$2 \times 6 \times \pi \times \frac{120°}{360°} = 2 \times r \times \pi \therefore r = 2$$

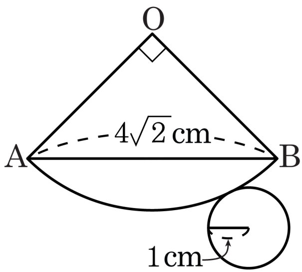
② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

③부채꼴 호의 길이는 $2\pi \times 6 \times \frac{120°}{360°} = 4\pi$이다.

④원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$이다.

⑤원뿔의 부피는 $2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$이다.

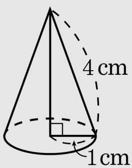
29. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 $90°$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{2}\,cm$ 인 부채꼴과 반지름이 $1\,cm$ 인 원으로 만든 원뿔의 모선의 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



① $3\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$ ② $4\,cm$, $2\sqrt{3}\,cm$ ③ $4\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$
④ $5\,cm$, $2\sqrt{3}\,cm$ ⑤ $5\,cm$, $\sqrt{15}\,cm$

해설

$\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이다.
$\overline{OA} = \overline{OB} = x$, $\angle AOB = 90°$ 이므로 $x^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2$
$\therefore x = 4(\,cm)$
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.

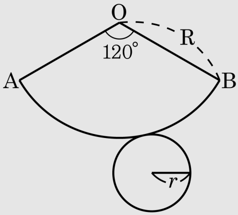


원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}(\,cm)$ 이다.
따라서 원뿔의 모선의 길이가 $4\,cm$ 이고, 높이는 $\sqrt{15}\,cm$ 이다.

30. 호 AB 의 길이는 4π 이고 중심각의 크기가 $120°$ 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피를 구하면?

① $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$ ② $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ③ $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$
④ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $16\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

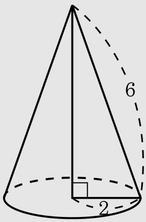
해설



호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{m})$ 이다.

부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi\text{R} \times \dfrac{120°}{360°} = 2\pi\text{R} \times \dfrac{1}{3} = 4\pi$ 이므로

부채꼴의 반지름의 길이 $\text{R} = 6(\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

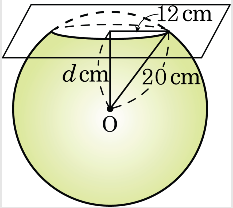
원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} = \dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

31. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

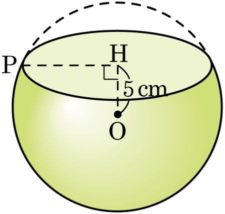
① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 d cm라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore d = 16(\text{cm})$



32. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $13\,\mathrm{cm}$ 인 구를 중심 O 에서 $5\,\mathrm{cm}$ 만큼 떨어진 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $144\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

단면의 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

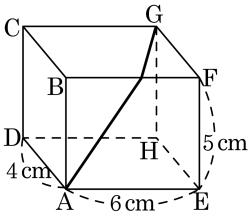
$\triangle\mathrm{OPH}$ 가 직각삼각형이므로

$r^2 + 5^2 = 13^2$, $r^2 = 144$

$r > 0$ 이므로 $r = 12\ (\mathrm{cm})$

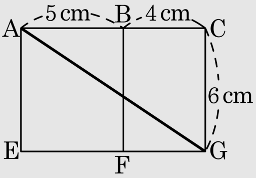
$\therefore$ (원의 넓이) $= \pi \times 12^2 = 144\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

33. 다음 직육면체에서 점 A 를 출발점으로 하여 변 BF 를 지나 점 G 에 도착하는 최단 거리는?



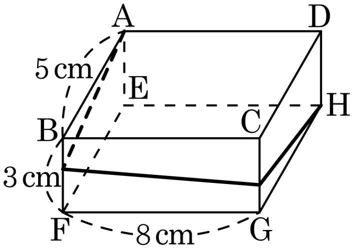
① $\sqrt{13}$ cm　② $2\sqrt{13}$ cm　③ $2\sqrt{14}$ cm　④ $3\sqrt{13}$ cm　⑤ $3\sqrt{14}$ cm

해설



$\overline{AG} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}(\text{cm})$

34. 다음 그림과 같은 직육면체가 있다. 점 A에서 실을 감아 $\overline{BF}$와 $\overline{CG}$를 거쳐 점 H에 이르는 가장 짧은 실의 길이는?



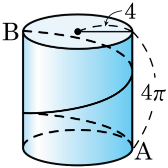
① $\sqrt{37}$cm ② $3\sqrt{37}$cm ③ $5\sqrt{37}$cm

④ $3\sqrt{35}$cm ⑤ $5\sqrt{35}$cm

해설

$\overline{AH} = \sqrt{18^2 + 3^2} = \sqrt{3^2(36+1)} = 3\sqrt{37}$(cm)

35. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?

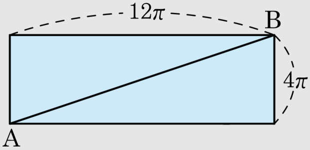


① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π

④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

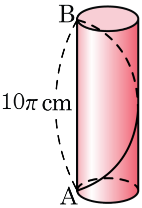
실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

36. 다음 그림과 같이 높이가 $10\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥에서 점 A 에서 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 $6\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원기둥의 밑면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

원기둥의 전개도를 그려보면 밑면 둘레의 길이는

$\sqrt{(6\sqrt{5}\pi)^2-(10\pi)^2}$

$=\sqrt{(180-100)\pi^2}$

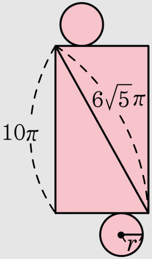
$=4\sqrt{5}\pi\,(\mathrm{cm})$ 이다.

밑면 둘레의 길이는

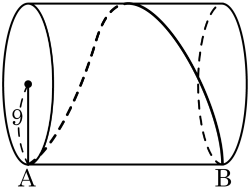
$2\pi r=4\sqrt{5}\pi\,(\mathrm{cm})$ 이다.

$\therefore\ r=2\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$

밑면의 넓이는 $\pi r^2=(2\sqrt{5})^2\pi=20\pi\,(\mathrm{cm}^2)$



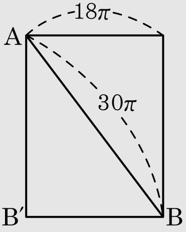
37. 다음 그림은 점 A 를 지나 원기둥의 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 30π 인 원기둥이다. 이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9 라고 할 때, 원기둥의 높이 $\overline{AB}$ 의 길이는?



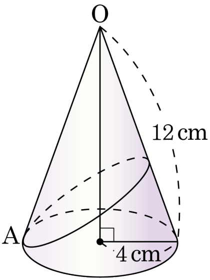
① 21π ② 22π ③ 23π ④ 24π ⑤ 25π

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB'} &= \sqrt{(30\pi)^2 - (18\pi)^2} \\ &= \sqrt{900\pi^2 - 324\pi^2} \\ &= \sqrt{576\pi^2} \\ &= 24\pi\end{aligned}$$



38. 다음 그림과 같은 원뿔의 점 A에서 옆면을 한 바퀴 돌아 다시 점 A까지 오는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

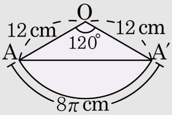
▷ 정답 : $12\sqrt{3}$ cm

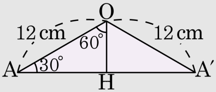
해설

$\angle AOA' = x$라 하면

$2\pi \times 12 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 4$

$x = 120°$





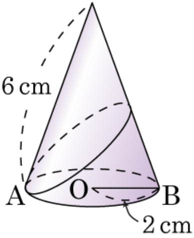
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = a$라 하면

$2 : \sqrt{3} = 12 : a,\ a = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 12\sqrt{3}(\text{cm})$

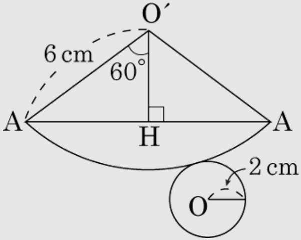
39. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm 이고, 모선의 길이가 6 cm 인 원뿔을 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 까지 왔을 때의 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



옆면인 부채꼴의 중심각을 x 라 놓으면

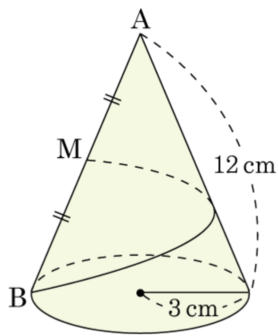
$2\pi\times6\times\dfrac{x}{360°}=2\pi\times2$ $\quad\therefore\ x=120°$

$\triangle$O′AH 에서 $6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AH}=3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore$ (최단거리) $=2\overline{AH}=6\sqrt{3}$ (cm)

40. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm , 모선의 길이가 12 cm 인 원뿔이 있다.
밑면 위의 한 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M까지 실을 감을 때, 최단 거리를 구하여라.

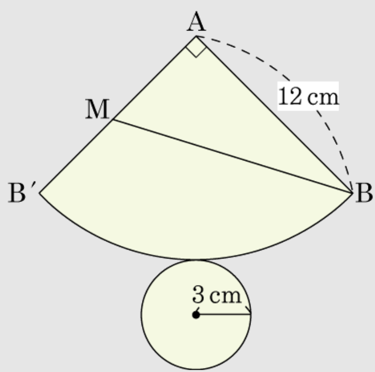


▶ 답 : ______ cm

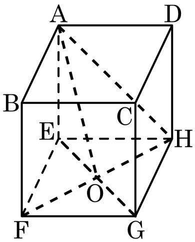
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

따라서 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이므로 $\angle BAB' = 90°$이다.
그러므로 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$의 길이를 구하면
$\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$



41. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체의 밑면의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{DO}$ 의 길이와 $\overline{DG}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{6}+12\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{OH}=12\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$$

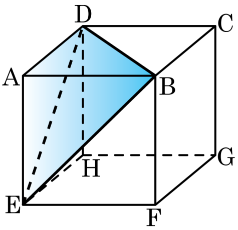
$$\overline{DO}=\sqrt{\overline{DH}^2+\overline{OH}^2}=\sqrt{12^2+(6\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt{144+72}=6\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{DG}=12\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DO}+\overline{DG}=6\sqrt{6}+12\sqrt{2}(\text{cm})$$

42. 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A – DEB 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48 + 16\sqrt{3}$

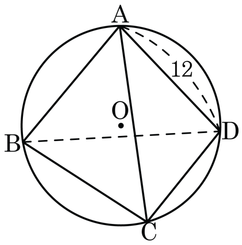
해설

$\triangle$DEB 는 한 변의 길이가 8 인 정삼각형이므로

$$(\triangle\text{DEB의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ (\text{A} - \text{DEB의 겉넓이}) &= 3\triangle\text{ABE} + 16\sqrt{3} \\ &= 48 + 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

43. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\dfrac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

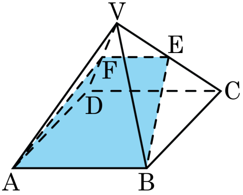
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?



① $11\sqrt{10}\,\text{cm}^2$

② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

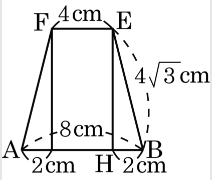
③ $12\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

④ $12\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

⑤ $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF} // \overline{AB}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.



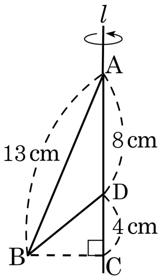
$\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ (∵ 중점 연결 정리)

$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $= (8+4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

45. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABD를 직선 AC를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\dfrac{100}{3}\pi\,\text{cm}^3$
② $60\pi\,\text{cm}^3$
③ $\dfrac{200}{3}\pi\,\text{cm}^3$
④ $80\pi\,\text{cm}^3$
⑤ $\dfrac{400}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

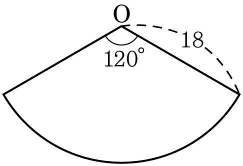
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\text{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12\right)-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times4\right)$$

$$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$$ 이다.

46. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 18, 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴로 밑면이 없는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.

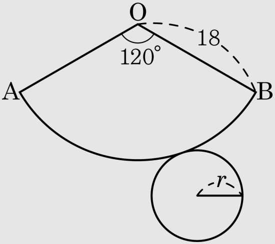


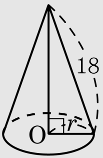
▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는 밑면의 원주의 길이와 같으므로 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

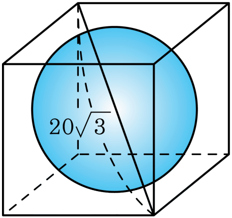




$2\pi \times r = 2\pi \times 18 \times \dfrac{120°}{360°}$ $\quad\therefore\ r = 6$

$\therefore$ (원뿔의 높이) $= \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$

47. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{4000}{3}\pi$

해설

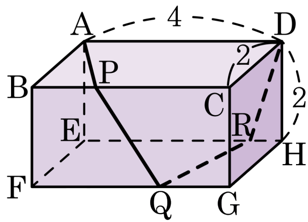
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3} \qquad \therefore\ a = 20$

(구의 반지름의 길이) $= 10$

(구의 부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 10^3 = \dfrac{4000}{3}\pi$

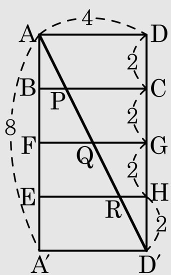
48. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R를 잡을 때, $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

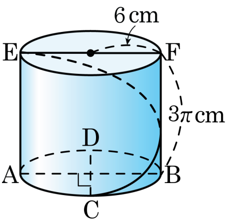
전개도를 그려 보면



$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

49. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{EF}$)

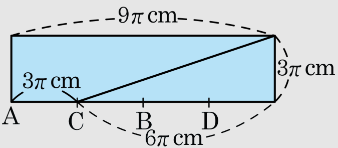


▶ **답 :** ______ cm

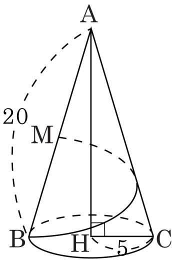
▷ **정답 :** $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

$\sqrt{(3\pi)^2+(9\pi)^2}$ = $3\sqrt{10}\pi$ (cm)



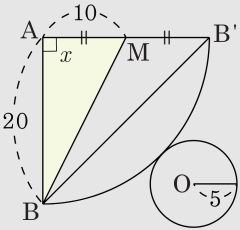
50. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20 이고, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $10\sqrt{5}$

해설



전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,

$2\pi \times 20 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 5$ $\quad\therefore\ x = 90°$

최단거리 $\overline{MB} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$