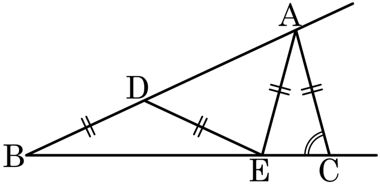
1. 다음 그림에서 $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EA}=\overline{AC}$ 이고, $\angle C=\angle B+50°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______°

▷ 정답: 75°

해설

$\overline{DB}=\overline{DE}$

$\angle B=\angle x$ 라고 하면

$\angle EDA=\angle x+\angle x=2\angle x$ 이다.

$\overline{ED}=\overline{EA}$ 이므로

$\angle EAD=\angle EDA$

$\therefore \angle AEC=\angle x+2\angle x=3\angle x$ 이다.

$\overline{AE}=\overline{AC}$ 이므로

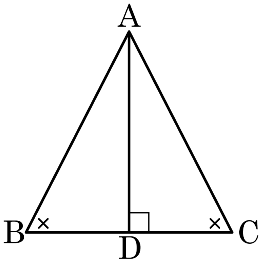
$\angle ACE=\angle AEC=3\angle x$ 이고,

이때, $\angle C=\angle B+50°$ 이므로

$3\angle x=\angle x+50° \quad \therefore \angle x=25°$

$\therefore \angle C=3\angle x=3\times 25°=75°$

2. 다음은 '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이는 과정이다.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = \boxed{(가)}$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $\boxed{(나)}^\circ$ 이므로
$\angle BAD = \boxed{(다)}$
$\boxed{(라)}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{(마)}$ 합동) 이므로
$\angle B = \angle C$
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

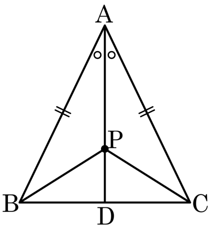
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle ADC$ ② (나) 180 ③ (다) $\angle CAD$
④ (라) $\angle A$ ⑤ (마) ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = (\angle ADC)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD = (\angle CAD)$
($\overline{AD}$) 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한점 P 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD}=\overline{CD}$

② $\overline{BP}=\overline{BD}$

③ $\angle ADB=90°$

④ $\overline{BP}=\overline{CP}$

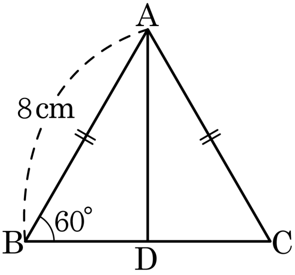
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle ADB=90°$ 이다.

④,⑤ $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BAP=\angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통) 이므로 합동조건 (SAS합동) 에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, 점 A 에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자.
$\angle ABC = 60°$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

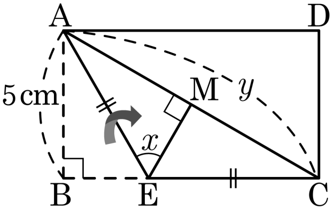


① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 60°$
따라서 $\angle BAC = 60°$ 이므로
$\triangle ABC$는 정삼각형이다.
$\overline{AD}$는 밑변 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

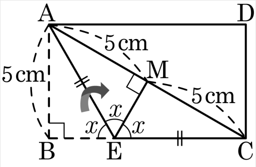
5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AM}$, $\angle AEM = \angle CEM$ 일 때, $\angle x$ 와 y 의 값은 각각 얼마인가?



① 45°, 10cm ② 45°, 5cm ③ 60°, 10cm

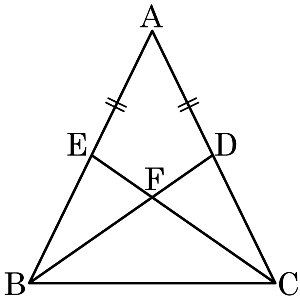
④ 60°, 5cm ⑤ 30°, 10cm

해설



$3\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$ 이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$y = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

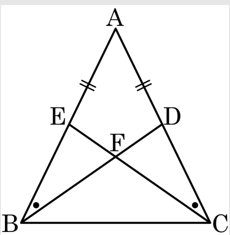


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

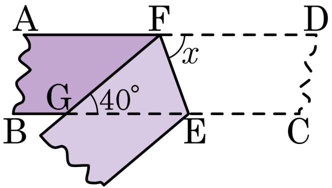
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

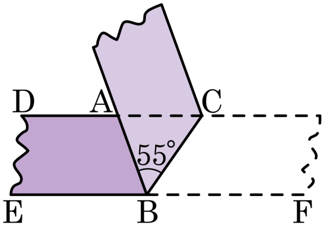
종이 테이프를 접으면 $\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{GFE} = \angle x$이고

$\angle \mathrm{DFE} = \angle \mathrm{GEF} = \angle x$ (엇각)

$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{GEF} = \angle x$

$\angle x = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 55°$일 때, 다음 중 각의 크기가 $55°$인 것을 모두 고르면?



① $\angle ABE$　　② $\angle DAB$　　③ $\angle ACB$

④ $\angle CAB$　　⑤ $\angle CBF$

해설

① $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 55° - 55° = 70°$

② $\angle DAB = 180° - \angle CAB = 180° - 70° = 110°$

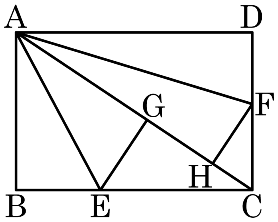
③ $\angle CBF = \angle ACB = 55°$ (엇각)

④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle CAB = 180° - 55° - 55° = 70°$

⑤ 종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle CBF = 55°$

9. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 6 , 세로의 길이가 4 인 직사각형 ABCD 에서 선분 AE, AF 는 각각 $\angle$BAC, $\angle$CAD 의 이등분선이고, 점 E, F 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 G, H 라 한다. 이때 $\overline{GH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

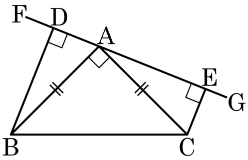
$\triangle ABE \equiv \triangle AGE$ (RHA 합동)

$\triangle ADF \equiv \triangle AHF$ (RHA 합동)

$\overline{AB} = \overline{AG} = 4,\ \overline{AD} = \overline{AH} = 6$

$\therefore \overline{GH} = \overline{AH} - \overline{AG} = 6 - 4 = 2$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\angle BAC = 90°$, $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C 에서 $\overline{FG}$ 에 내린 수선, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = 7$, $\overline{CE} = 3$)



① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$ 이고,

사다리꼴 EDBC 의 넓이는

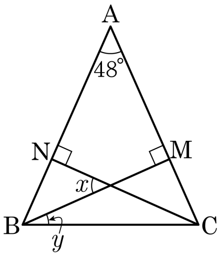
$\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} = \frac{1}{2}(7+3) \times (3+7) = 50$ 이다.

$\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$

$= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 48°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 72°　　② 76°　　③ 80°

④ 84°　　⑤ 88°

해설

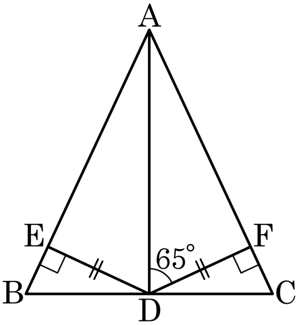
$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$(RHA 합동)

$\triangle BMC$ 에서, $\angle MCB = 66°$, $y = 24°$,

$\angle MCN = 66° - 24° = 42°$ $\therefore$ $x = 180° - (42° + 90°) = 48°$

따라서 $\angle x + \angle y = 48° + 28° = 72°$ 이다.

12. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$이다. $\angle ADF = 65°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

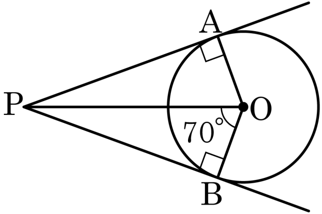
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADF$(RHS 합동)

$\angle DAF = 180° - (90° + 65°) = 25° = \angle EAD$

$\therefore \ \angle BAC = 25° \times 2 = 50°$

13. 다음 그림에 대한 설명 중 옳은 것은?



① $\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AO}$

② $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$

③ $\angle APB = 30°$

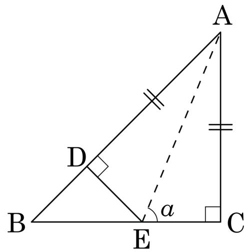
④ $\angle POA = 60°$

⑤ $\overline{PO} = \overline{AP}$

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 $\overline{OP}$ 는 공통이고, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{OB} = \overline{AO}$ 는 반지름으로 같으므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 는 RHS 합동이다.

14. 직각삼각형 ABC에서 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC}$이다. $\overline{AC} = \overline{AD}$되게 점 D를 $\overline{AB}$위에 잡고 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{BC}$ 위의 교점을 E라 할 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $67.5°$

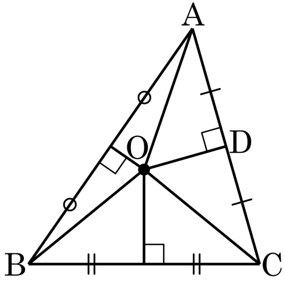
해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle B = 45°$
$\triangle BDE$는 직각삼각형이고,
$\angle DBE = 45°$, $\angle BED = 45°$

$\triangle AED$와 $\triangle AEC$에서
$\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle ADE = \angle ACE = 90°$이므로
$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS합동)
따라서 $\angle AED = \angle AEC = \angle a$

$\angle BED + \angle AED + \angle AEC = 180°$에서
$45° + 2 \times \angle a = 180°$
$\therefore \angle a = 67.5°$

15. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



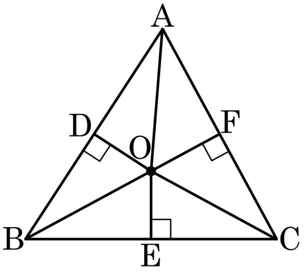
> 위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의
> 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
> 점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
> 점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ⋯⋯㉠
> 또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
> ⋯⋯㉡
> ㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{}$
> $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
> $\overline{OA} = \boxed{}$
> $\overline{OD}$ 는 공통
> $\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
> 따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
> 즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

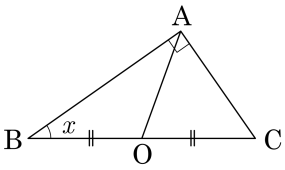
④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

17. 다음 그림에서 점 O는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형의 빗변의 중점이다. $\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad°}$

▷ 정답 : $\underline{35°}$

해설

$\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$이므로

$\angle AOB = 180° \times \dfrac{11}{18} = 110°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle B &= \frac{1}{2}(180° - 110°)\\ &= \frac{1}{2} \times 70°\\ &= 35°\end{aligned}$$

18. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

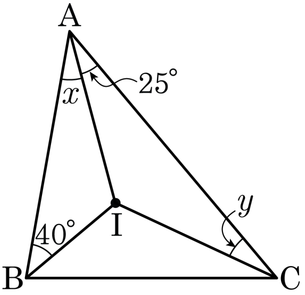
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

19. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______°

▶ 답 : ______°

▷ 정답 : $\angle x = 25°$

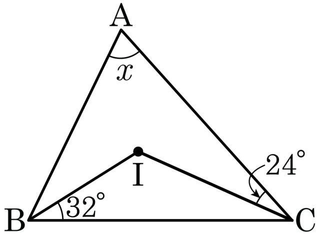
▷ 정답 : $\angle y = 25°$

해설

$\angle x = \angle \mathrm{IAC} = 25°$

$\angle y = 90° - (25° + 40°) = 25°$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 68°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

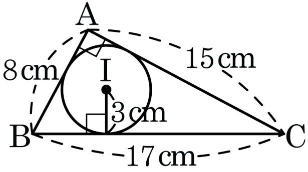
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 24°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 32° - 24° = 124°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $124° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore\ \angle A = 68°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 $3\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

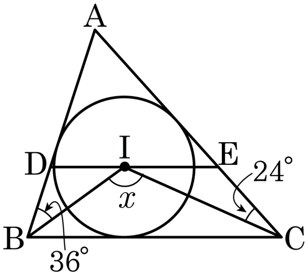
▷ 정답 : $60\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 3, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 17, \overline{AC} = 15$ 이므로

$(\triangle ABC$ 의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times 3 \times (8 + 17 + 15) = 60\,\text{cm}^2$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



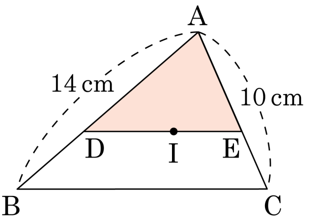
▶ 답 : ________________ °

▷ 정답 : 120 °

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{DBI} = 36°$, $\angle \mathrm{ICB} = \angle \mathrm{ECI} = 24°$
또, $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{DIB} = 36°$, $\angle \mathrm{ICB} = \angle \mathrm{EIC} = 24°$ 이므로
$\triangle$DBI 와 $\triangle$EIC 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle x = \angle \mathrm{BIC} = 180° - 36° - 24° = 120°$ 이다.

23. 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$일 때, $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

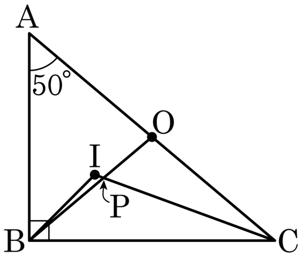
$\triangle DBI$에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로
$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)$\cdots$㉠
또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI \cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$
$\therefore\ \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로
$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)$\cdots$㉣
또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI \cdots$㉤
㉣, ㉤에서 $\angle EIC = \angle ECI$
$\therefore\ \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$
$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 + 10 = 24(\,\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56° ② 57° ③ 58° ④ 59° ⑤ 60°

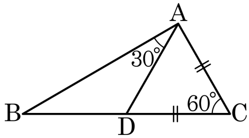
해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \dfrac{1}{2}\angle C = 20°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

25. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



㉠ $\angle ADC = 50°$ ㉡ $\angle A = 90°$ ㉢ $\angle ABD = 40°$ ㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형 ㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$

따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.

$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$

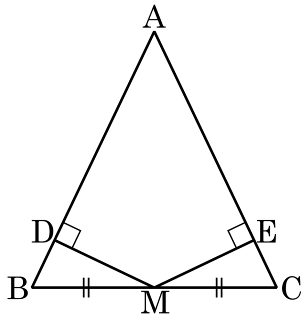
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.

$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$

따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$

② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$

④ $\angle BMD=\angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB}=\overline{MC}$

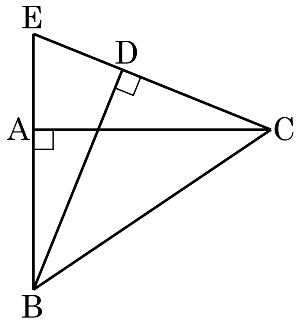
ii) $\angle B=\angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB=\angle MEC=90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB\equiv\triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD}=\overline{ME}$ 이다.

27. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,

$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)

$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$

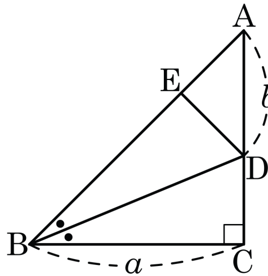
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$

$\triangle EBD$ 에서

$\angle E + \angle ABD = 90°$

$\therefore\ \angle E = 90° - 22° = 68°$

28. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a-b$ ② $2a-b$ ③ $2b-a$

④ $a+b$ ⑤ $\frac{1}{2}a+b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a-b$

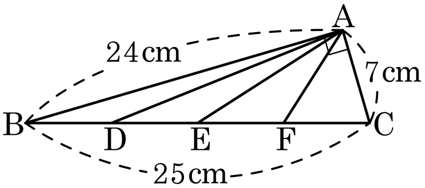
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b \\ &= 2a - b\end{aligned}$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

29. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

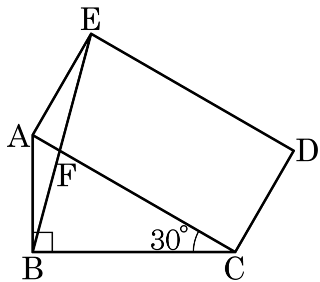
▷ **정답 :** 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \dfrac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

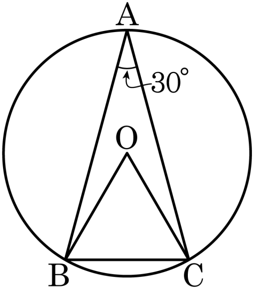
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

31. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\text{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?



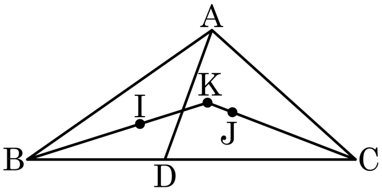
① $\frac{3}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ② $4\pi\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\text{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\text{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로

부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\text{cm}^2)$

32. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____________ °

▷ 정답 : 141.5 °

해설

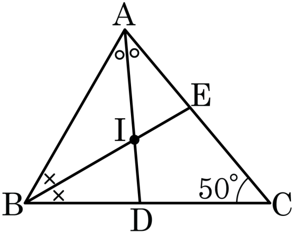
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

33. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 50°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합을 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad°}$

▷ **정답 :** $\underline{165°}$

해설

점 I는 내심이므로

$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$에서 $2\angle x + 2\angle y + 50° = 180°$,

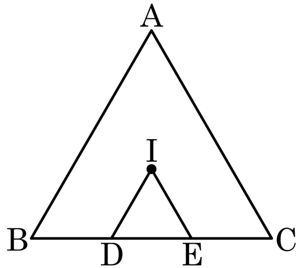
$\therefore \angle x + \angle y = 65°$

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50° + \angle x$

$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50° + \angle y$

$\therefore \ \angle ADB + \angle AEB = 100° + \angle x + \angle y = 165°$

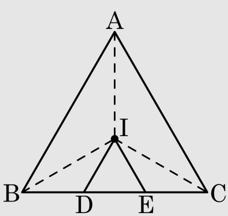
34. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad{}^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{60^{\circ}}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^{\circ}$

따라서 $\overline{AB} // \overline{DI}$, $\overline{AC} // \overline{EI}$

$\angle DIB = \angle ABI = 30^{\circ}$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30^{\circ}$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle A = 120^{\circ}$ 이므로

$\angle DIE = 120^{\circ} - (30^{\circ} + 30^{\circ}) = 60^{\circ}$ 이다.

35. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 185π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

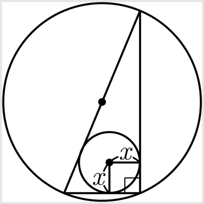
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

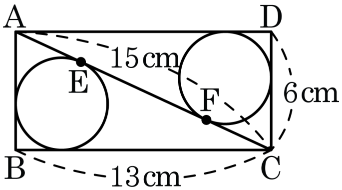
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

36. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

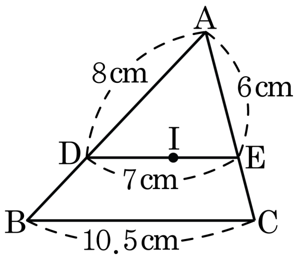
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\mathrm{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\mathrm{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\mathrm{cm})$

37. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

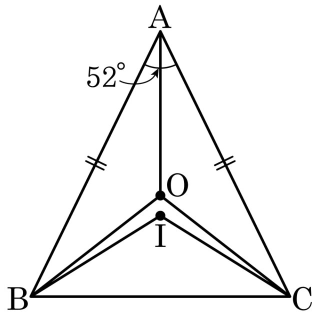
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC}$$
$$= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\text{ cm})$$

38. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{6°}$

해설

외심의 성질에 의해

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,

내심의 성질에 의해

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$

또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$

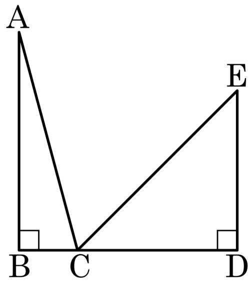
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots ㉠$

$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.

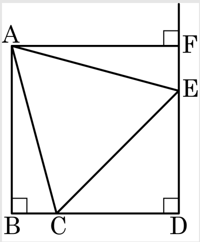
39. 다음 그림과 같이 두 직각삼각형 ABC, CDE 에서 점 B, C, D 는 한 직선 위에 있다. $\angle B = \angle D = 90°$, $\angle ACE = 60°$, $\angle CED = 45°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{CE}$, $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 일 때, 변 BC 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설



위의 그림과 같이 점 A 에서 선분 DE 의 연장선에 내린 수선의 발을 F 라 하자.

$\angle ACE = 60°$ 이고 $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.

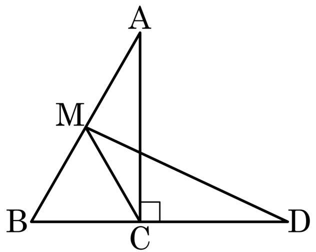
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{CE} = \overline{AE}$

$\angle CED = 45°$ 이므로 $\triangle CED$ 는 직각이등변삼각형이고 $\angle ACB = 75°$, $\angle BAC = \angle FAE = 15°$

$\triangle ABC \equiv \triangle AFE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BD} = \overline{CD} - \overline{DE} = \overline{AB} - \overline{CD} = a - b$

40. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 선분 AB 의 중점에 점 M 를 잡고, 선분 BC 의 연장선과 점 M 에서 그은 직선이 만나는 점을 D 라 한다. $\angle A = 30°$, $\angle CDM = 25°$ 일 때, $\angle CMD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 35 °

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이고 M 은 선분 AB 의 중점이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ ($\because$ 외심)

따라서 $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$

$\angle B = 90° - 30° = 60° = \angle BCM$

$\angle BCM = \angle CMD + \angle CDM$ 이므로

$\angle CMD = 60° - 25° = 35°$ 이다.