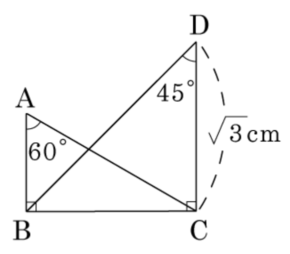
1. 다음 그림과 같이 두 개의 서로 다른 직각삼각형이 겹쳐져 있다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



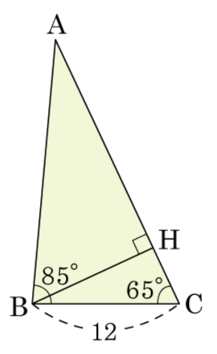
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$\triangle BCD$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{BC} = \overline{CD} = \sqrt{3}$ (cm)
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\angle ACB = 30°$
$\overline{AB} = \sqrt{3} \tan 30° = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ (cm)

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 85°$, $\angle C = 65°$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 소수점 아래 셋째 자리까지 구하면? (단, $\sin 65° = 0.9063$)



① 20.153　② 21.751　③ 22.482

④ 23.581　⑤ 24.372

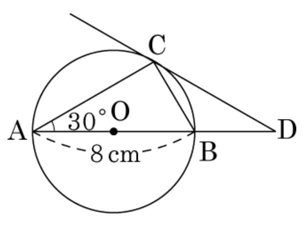
해설

$\angle A = 180° - (85° + 65°) = 30°$

$\overline{BH} = 12 \sin 65° = 10.8756$

$\therefore\ \overline{AB} = \dfrac{\overline{BH}}{\sin 30°} = 10.8756 \times 2 = 21.7512$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 를 지나는 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\angle BAC = 30°$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\angle BCD = \angle BAC = 30°$

$\angle ACB = 90°$ 이므로 $\angle ABC = 60°$

$\triangle CBD$ 에서

$\angle BDC = \angle CBA - \angle BCD = 60° - 30° = 30°$

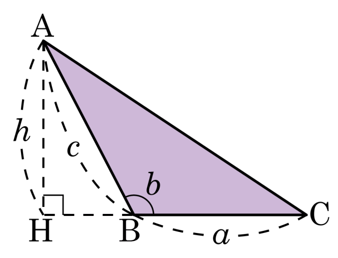
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{BC} = 8\sin 30\ = 8 \times \dfrac{1}{2} = 4\ (\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle CBD$의 넓이)

$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180° - 120°)$

$= 4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

4. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 공통적으로 들어갈 것은?



$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{ABH} = 180° - \angle \mathrm{B}$

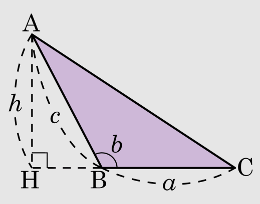
$\sin(180° - \angle \mathrm{B}) = \dfrac{h}{\square}$ 이므로

$h = \square \times \sin(180° - \angle \mathrm{B})$

$\therefore \triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}a\square\sin(180° - \angle \mathrm{B})$

① $\overline{\mathrm{AC}}$ ② $\overline{\mathrm{HB}}$ ③ a ④ c ⑤ h

해설



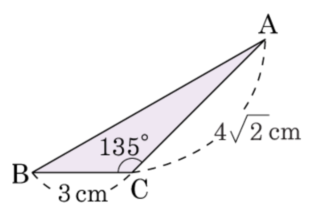
$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{ABH} = 180° - \angle \mathrm{B}$

$\sin(180° - \angle \mathrm{B}) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$h = c \times \sin(180° - \angle \mathrm{B})$

따라서 $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180° - \angle \mathrm{B})$ 이다.

5. 다음 그림의 삼각형의 넓이를 구하여라.
(단, 단위는 생략한다.)



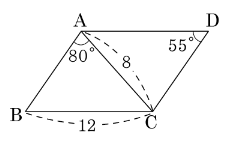
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin(180° - 135°)$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48\sqrt{2}$

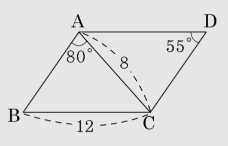
해설

(평행사변형 ABCD 의 넓이)

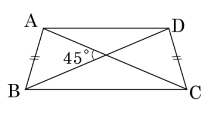
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin 45° \times 2$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2$

$= 48\sqrt{2}$



7. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $45°$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이가 $36\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{\text{AC}}$ 의 길이를 구하면?



① 8 cm　② 10 cm　③ 12 cm　④ 14 cm　⑤ 16 cm

해설

대각선 $\overline{\text{AC}} = \overline{\text{BD}} = x$ 라면

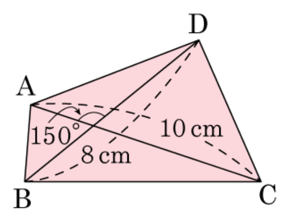
$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45 = 36\sqrt{2}$

$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}$

$x^2 = 144$

$x = 12 \ (\text{cm})$

8. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이를 구하여 빈 칸을 채워 넣어라.



(사각형 ABCD의 넓이) = (   ) cm^2

▶ 답 :

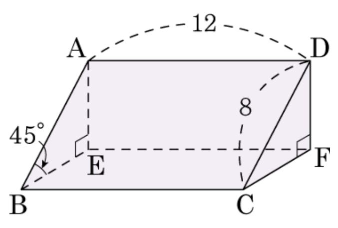
▷ 정답 : 20

해설

(사각형의 넓이) = 대각선 × 대각선 × $\frac{1}{2}$ × $\sin\theta$

따라서 $8 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \sin 30° = 20(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 널판지 ABCD 가 수평면에 대하여 $45°$ 만큼 기울어져 있다. 이 때, 직사각형 EBCF 의 넓이는?

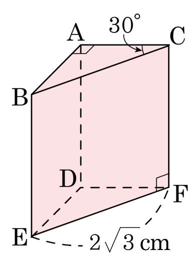


① 48 ② $48\sqrt{2}$ ③ $48\sqrt{3}$ ④ $48\sqrt{5}$ ⑤ $48\sqrt{6}$

해설

$\overline{\mathrm{BE}} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$,
넓이$= 4\sqrt{2} \times 12 = 48\sqrt{2}$

10. 정육면체을 밑면의 대각선 방향으로 잘랐더니 그림과 같이 □BEFC 가 정사각형인 삼각기둥이 되었다. 이 삼각기둥의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\text{cm}^3}$

▷ 정답 : 9 $\underline{\text{cm}^3}$

해설

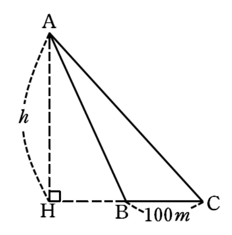
$\angle ACB = 30°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF} \times \sin 30° = \sqrt{3}$, $\overline{DF} = \overline{EF} \times \cos 30° = 3$

□BEFC 가 정사각형이므로 $\overline{CF} = 2\sqrt{3}$

따라서 구하고자 하는 삼각기둥의 부피는

$V = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 \times 2\sqrt{3} = 9(\text{cm}^3)$ 이다.

11. 그림과 같이 A 지점의 높이를 알아보기 위하여 100m 떨어진 두 지점 B, C 에서 A 를 올려다 본 각의 크기를 측정하였더니, 72°, 65° 이었다. 다음 중 높이 h 를 구하기 위한 올바른 식은?



① $\dfrac{100}{\sin 25° - \sin 18°}$

② $\dfrac{100}{\tan 25° - \tan 18°}$

③ $\dfrac{100}{\cos 25° - \cos 18°}$

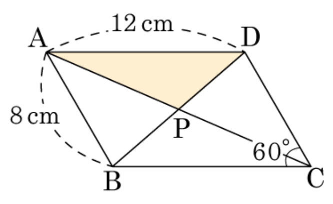
④ $\dfrac{\sin 25° - \sin 18°}{100}$

⑤ $\dfrac{\cos 25° - \cos 18°}{100}$

해설

$$h = \frac{100}{\tan(90° - 65°) - \tan(90° - 72°)} = \frac{100}{\tan 25° - \tan 18°}$$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 와 AC 의 교점을 P 라 한다. $\angle BCD = 60^\circ$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.

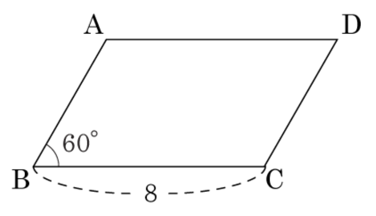


① $12\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{3}$ ④ $18\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle APD &= \frac{1}{2}\triangle ABD \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 12\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)\end{aligned}$$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $36\sqrt{3}$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① 32　② 34　③ 36　④ 40　⑤ 42

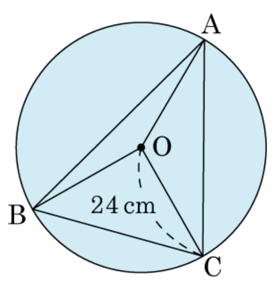
해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $x \times 8 \times \sin 60° = 36\sqrt{3}$

$x = 9$

따라서 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 9) = 34$ 이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 24cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $264\left(2+\sqrt{3}\right)$

② $144\left(3+\sqrt{3}\right)$

③ $149\left(2+\sqrt{2}\right)$

④ $288\left(2+\sqrt{3}\right)$

⑤ $288\left(3+\sqrt{3}\right)$

해설

$\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이므로

$\angle BOC = 90°$, $\angle AOC = 120°$, $\angle AOB = 150°$

($\triangle ABC$의 넓이)

$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC$$

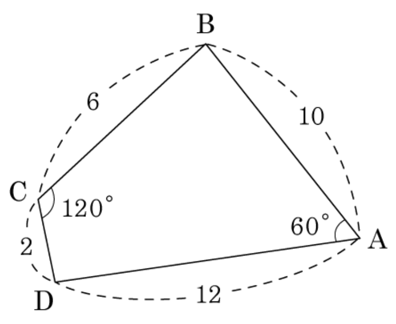
$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180° - 150°) + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin 90° + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180° - 120°)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times (\sin 30° + \sin 90° + \sin 60°)$$

$$= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 144\left(3+\sqrt{3}\right)\ (\mathrm{cm}^2)$$

15. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



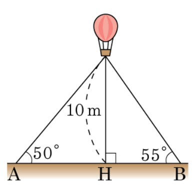
① $30\sqrt{3}$ ② $31\sqrt{3}$ ③ $32\sqrt{3}$ ④ $33\sqrt{3}$ ⑤ $34\sqrt{3}$

해설

점 B와 D를 연결하면

$$\square ABCD = \frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 60° + \frac{1}{2}\times 6\times 2\times \sin 60°$$
$$= 60\times\frac{\sqrt{3}}{2} + 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 30\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 33\sqrt{3}$$

16. 다음 그림과 같이 지면으로부터 10m 높이에 있는 기구를 두 지점 A, B 에서 올려다 본 각도가 각각 50°, 55° 일 때, 다음 삼각비 표를 이용하여 두 지점 A, B 사이의 거리는?



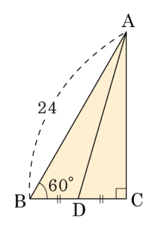
각도	sin	cos	tan
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391

① 7.002m ② 8.192m ③ 14.088m
④ 15.393m ⑤ 15.852m

해설

$\overline{AH} = 10 \times \tan 40° = 8.391(\mathrm{m})$
$\overline{BH} = 10 \times \tan 35° = 7.002(\mathrm{m})$
따라서 $\overline{AH} + \overline{BH} = 8.192 + 7.002 = 15.393(\mathrm{m})$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 24$, $\angle B = 60°$ 이고 점D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?

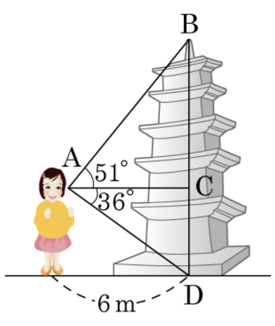


① $6\sqrt{13}$ ② 6 ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

해설

1) $\overline{AC} = 24\sin 60° = 12\sqrt{3}$
$\overline{BC} = 24\cos 60° = 12$
$\overline{DC} = 6$
2) $\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (12\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{13}$

18. 태희는 석탑에서 6m 떨어진 곳에서 석탑을 올려다 본 각의 크기가 $51°$, 내려다 본 각의 크기가 $36°$ 였다. 이 석탑 전체의 높이를 구하여라. (단, $\tan 51° = 1.2$, $\tan 36° = 0.7$)

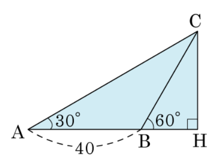


① 9.2 (m)　② 10 (m)
③ 11.4 (m)　④ 12.6 (m)
⑤ 13.2 (m)

해설

$\overline{BC} = 6 \tan 51° = 6 \times 1.2 = 7.2\,(m)$
$\overline{CD} = 6 \tan 36° = 6 \times 0.7 = 4.2\,(m)$
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 7.2 + 4.2 = 11.4\,(m)$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$ ② $200\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$ ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

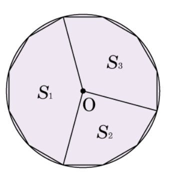
$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

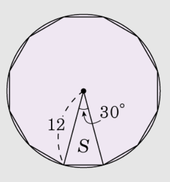
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_2 + S_3 - S_1$ 은?



① 36　② 48　③ 60　④ 72　⑤ 108

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 12 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° = 36$

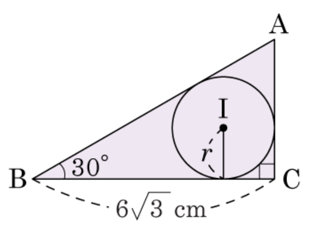
$S_1 = S \times 5 = 180$

$S_2 = S \times 3 = 108$

$S_3 = S \times 4 = 144$

따라서 $S_2 + S_3 - S_1 = 108 + 144 - 180 = 72$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30°$ 이고, $\overline{BC} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3} - 3$ cm

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}\tan 30° = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 6\ (\text{cm})$

또, $\cos 30° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \times \frac{6}{\sqrt{3}} = 12\ (\text{cm})$

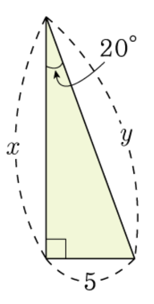
$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$

$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r$

$\left(9 + 3\sqrt{3}\right) r = 18\sqrt{3} \qquad \therefore\ r = 3\sqrt{3} - 3\ (\text{cm})$

22. 다음 직각삼각형에서 x , y 의 값을 주어진 각과 변을 이용하여 삼각비로 나타낸 것은?



① $x=5\sin 20°$, $y=\dfrac{5}{\sin 20°}$

② $x=\dfrac{5}{\tan 20°}$, $y=5\sin 20°$

③ $x=\dfrac{5}{\tan 20°}$, $y=\dfrac{5}{\cos 20°}$

④ $x=\dfrac{5}{\cos 20°}$, $y=\dfrac{5}{\sin 20°}$

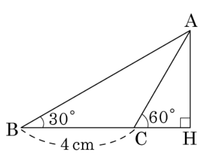
⑤ $x=\dfrac{5}{\tan 20°}$, $y=\dfrac{5}{\sin 20°}$

해설

$\tan 20° = \dfrac{5}{x}$, $\sin 20° = \dfrac{5}{y}$, $\cos 20° = \dfrac{x}{y}$ 이므로 $x=\dfrac{5}{\tan 20°}$,

$y=\dfrac{5}{\sin 20°}$

23. 다음 그림에서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?



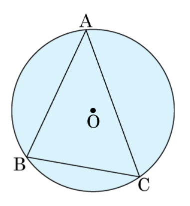
① $\sqrt{2}$ cm　　② $\sqrt{3}$ cm　　③ $2\sqrt{3}$ cm

④ $3\sqrt{3}$ cm　　⑤ $4\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{AH} = \frac{4}{\tan(90° - 30°) - \tan(90° - 60°)}$$
$$= \frac{4}{\tan 60° - \tan 30°}$$
$$= \frac{4}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3} \ \text{(cm)}$$

24. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원 O 에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA 의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



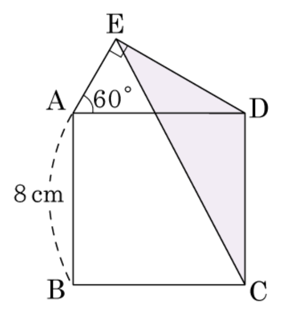
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 3 : 5$
따라서 $\angle AOB = 120°$, $\angle BOC = 90°$,
$\angle COA = 150°$ 이고, 원주각인 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 는 각각 $45°$, $75°$, $60°$
사인법칙에 의하여
$\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}$, $\overline{BC} = \frac{\sin A}{\sin C}\overline{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2}$ 이다.
$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{2}$

25. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle \mathrm{EAD} = 60°$, $\overline{\mathrm{AB}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $24\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AD}} \sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

따라서 △DEC 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{ED}} \times \overline{\mathrm{CD}} \times \sin(180° - (30° + 90°))$

$= \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 24\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.