

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉡ 5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{5}$ 이다.
- ㉢ -9 의 제곱근은 -3 이다.
- ㉣ 0 의 제곱근은 0 이다.
- ㉤ 음수의 제곱근은 1 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉢ -9 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉤ 음수의 제곱근은 없다.

2. $a > 0, b > 0$ 일 때, 옳지 않은 것은?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$

⑤ $a > b$ 이면 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

3. 다음 주어진 식이 자연수 n 이 되도록 하는 m 의 최솟값을 차례대로 구하여라.

	자연수 m 의 최솟값	n
$n = \sqrt{65m}$	㉠	
$n = \sqrt{75m}$	㉡	
$n = \sqrt{\frac{80}{m}}$	㉢	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 65

▷ 정답 : ㉡ : 3

▷ 정답 : ㉢ : 5

해설

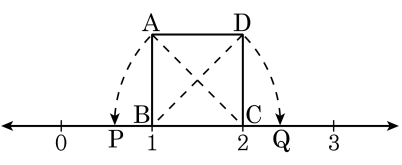
㉠ $65m = 5 \times 13 \times m$ 이므로 $m = 5 \times 13 = 65$ 이고 $n = \sqrt{65 \times 65} = 65$ 이다.

㉡ $75m = 3 \times 5^2 \times m$ 이므로 $m = 3$ 이고

$n = \sqrt{75 \times 3} = 15$ 이다.

㉢ $\frac{80}{m} = \frac{2^4 \times 5}{m}$ 이므로 $m = 5$ 이고 $n = \sqrt{\frac{80}{5}} = 4$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

수직선 위의 두 점 P, Q에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (\text{구하는 값}) &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

5. $\sqrt{45} + \sqrt{80} - k\sqrt{5} = 0$ 일 때, 유리수 k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - k\sqrt{5} = 0$$

$$7\sqrt{5} = k\sqrt{5}$$

$$\therefore k = 7$$

6. 196의 제곱근을 각각 x , y 라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9의 제곱근은 ± 3 이다.

7. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

8. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

9. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

10. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

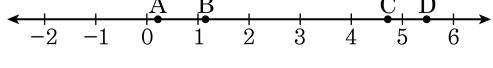
- $\textcircled{\text{㉠}}$ $b - a > 0$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $a - b < 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $ab < 0$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $a + 3 < 0$
- $\textcircled{\text{㉥}}$ $b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{3}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{4}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{5}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\text{㉠}} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\text{㉡}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ \textcircled{\text{㉢}} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ \textcircled{\text{㉤}} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \\ \textcircled{\text{㉥}} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

11. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



- ① $a+b=\sqrt{2}$ ② $c+d=3\sqrt{3}+5$
③ $3(a+b)>c+d$ ④ $b-a>0$
⑤ $c-d<0$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12}+2 &= 5. \times \times \times \leftarrow d \\ 3\sqrt{2}-4 &= 0. \times \times \times \leftarrow a \\ 4-2\sqrt{2} &= 1. \times \times \times \leftarrow b \\ 3+\sqrt{3} &= 4. \times \times \times \leftarrow c \\ \textcircled{3} \quad a+b &= \sqrt{2} \rightarrow 3(a+b) = 3\sqrt{2} \\ c+d &= 3\sqrt{3}+5 \\ \therefore 3(a+b)-(c+d) &= 3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5) \\ &= \sqrt{18}-\sqrt{27}-5 < 0 \\ \therefore 3(a+b) &< c+d\end{aligned}$$

12. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$\therefore a = 16, b = 13$
 $\therefore a - b = 16 - 13 = 3$

13. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때,
 $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0 < b < 1$)

① $\sqrt{3}-3$

② $2\sqrt{3}-1$

③ $2\sqrt{3}-3$

④ $3\sqrt{3}-1$

⑤ $3\sqrt{3}-3$

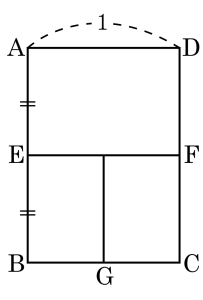
해설

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 0 \quad \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$b = \sqrt{3}-1$$

$$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$$

14. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DE} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

15. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010
5.0	2.230	2.238	2.241	2.243	2.245

- ① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70 ④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2004} &= \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501} \\ &= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100} \\ &= 20\sqrt{5.01}\end{aligned}$$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$$

16. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2$, $x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

17. $\sqrt{19} < \sqrt{5x} < \sqrt{699}$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{5x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\sqrt{19}$ 과 $\sqrt{699}$ 사이의 자연수 :

$$\sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{7^2}, \sqrt{8^2}, \dots, \sqrt{24^2}, \sqrt{25^2}, \sqrt{26^2}$$

이 중에서 5 의 배수는

$$\sqrt{5^2}, \sqrt{10^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{20^2}, \sqrt{25^2}$$

∴ 5개

18. 정육면체 A, B의 겉넓이 비가 $4:9$ 이고, 두 정육면체의 부피의 합이 280 cm^3 일 때, A, B의 한 모서리의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $A = 4$ cm

▷ 정답 : $B = 6$ cm

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 라고 하면
A, B의 겉넓이의 비는 $6a^2 : 6b^2 = 4 : 9$ 이므로 $a : b = 2 : 3$
 $\therefore b = \frac{3}{2}a$
A, B의 부피의 합은 $a^3 + b^3 = 280$,
 $a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 280$, $a^3 = 64$,
 $\therefore a = 4, b = 6$
따라서 A, B의 한 모서리의 길이는 각각 4 cm , 6 cm 이다.

19. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

20. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서
 $16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$
 $(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2)$ 이므로
 $\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$