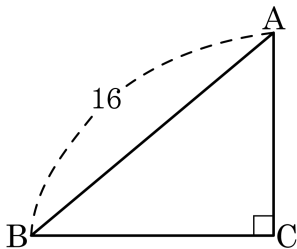


1. 다음 그림은 $\angle C$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이는?



① 10π

② 12π

③ 14π

④ 16π

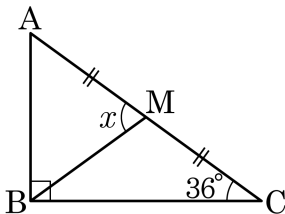
⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.

따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$ 이다

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62°

② 64°

③ 68°

④ 70°

⑤ 72°

해설

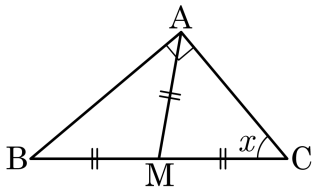
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \dots \textcircled{1}$

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$$

$$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

3. 다음 그림에서 점 M은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

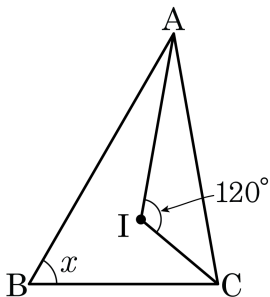
⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle AMC = 80^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80^\circ$ 이므로 $\angle MAC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 60°

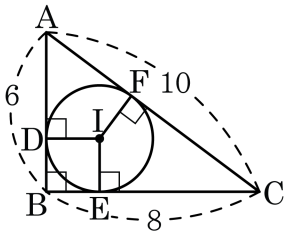
해설

$$\frac{x}{2} + 90^\circ = 120^\circ,$$

$$\frac{x}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

5. 다음 그림에서 원 I는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



① 1

② 1.5

③ 2

④ 2.5

⑤ 3

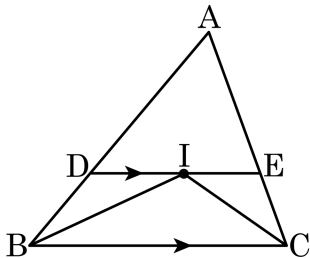
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

$$\frac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) \times r = 24 \therefore r = 2$$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 이등변삼각형

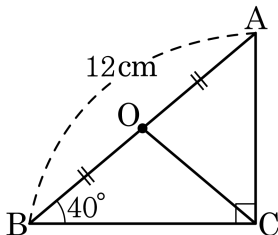
해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$

따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

7. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?



① 5cm, 60°

② 5cm, 75°

③ 5cm, 80°

④ 6cm, 75°

⑤ 6cm, 80°

해설

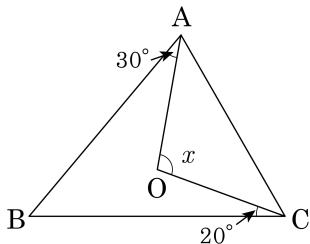
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로

$\angle AOC = 80^\circ$

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

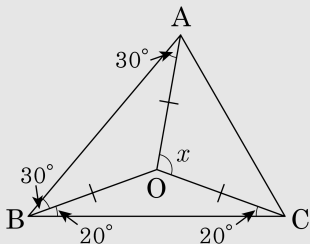
▷ 정답 : 100°

해설

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 점 B와 연결하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle ABO = \angle BAO = 30^\circ$

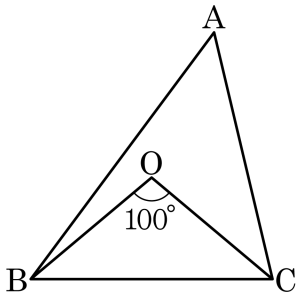
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$



따라서 $\angle ABC = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$

$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

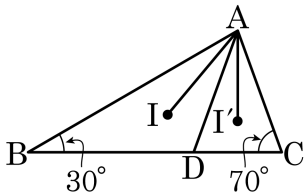
°
_

▷ 정답 : 50°

해설

$$\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ○

▶ 정답 : 40°

해설

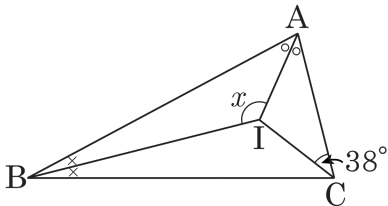
$$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$$

$$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이므로

$$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 128°

해설

$$38^\circ + \angle IAB + \angle IBC = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle IAB + \angle IBC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

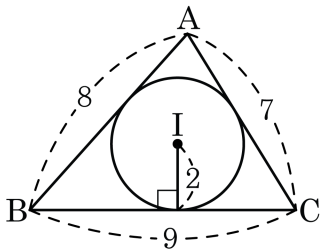
따라서 $\triangle IAB$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (\angle IAB + \angle IBC)$$

$$= 180^\circ - 52^\circ$$

$$= 128^\circ$$

12. 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



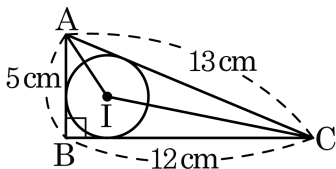
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 + 9 + 7) = 24 \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 13 cm²

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

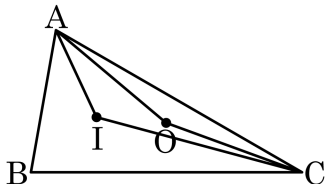
$$\overline{DI} = \overline{BE}, x = \overline{BE} \text{ 라 하면 } \overline{AF} = 5 - x, \overline{CF} = 12 - x$$

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$$

$$\therefore x = 2\text{cm}$$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160°

② 120°

③ 125°

④ 130°

⑤ 140°

해설

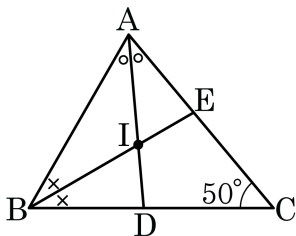
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이

점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad$

▷ 정답 : 165°

해설

점 I는 내심이므로

$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 50^\circ = 180^\circ$,

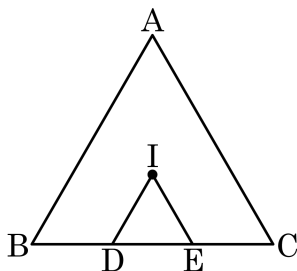
$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50^\circ + \angle x$

$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50^\circ + \angle y$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100^\circ + \angle x + \angle y = 165^\circ$

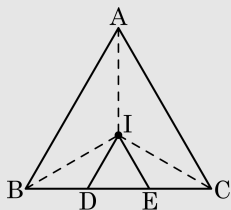
16. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E는 변 BC의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 60°

해설



점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DI}$, $\overline{AC} \parallel \overline{EI}$

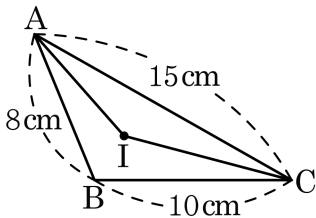
$$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\text{또, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 1

② 30 : 17

③ 32 : 15

④ 33 : 15

⑤ 36 : 17

해설

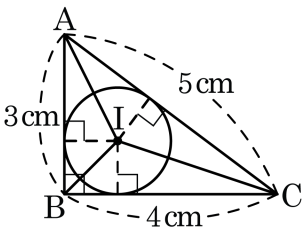
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

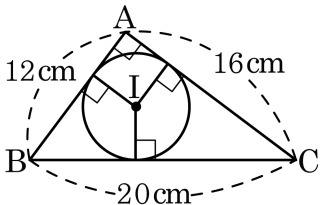
④ 4cm

⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는
내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3 + 4 + 5)x = 6$
 $\therefore x = 1\text{cm}$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

내접원의 중심을 I 라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12 + 16 + 20)x = 96\text{cm}^2$
 $\therefore x = 4\text{cm}$

20. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

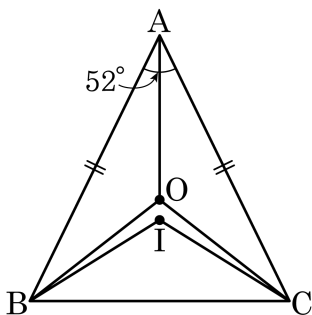
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

21. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ \text{ 이고,}$$

내심의 성질에 의해

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 52^\circ = 116^\circ$$

$$\text{또한, } \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

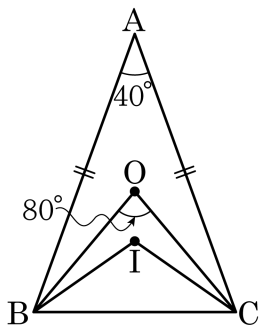
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ \dots \textcircled{7}$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ \dots \textcircled{8}$$

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

22. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 15 °

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 110^\circ$$

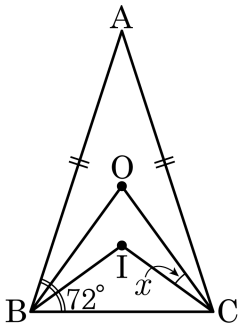
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

23. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기 = () $^\circ$ 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ \text{ 이므로 } \angle BOC = 2\angle BAC = 72^\circ$$

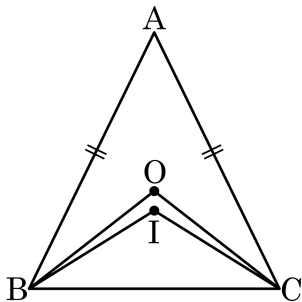
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle x = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

24. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다.
 $\angle BOC = 104^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 6 °

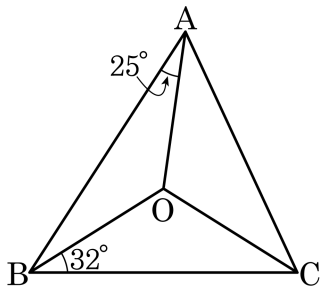
해설

$\angle BOC = 104^\circ$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \times \frac{1}{2} = 38^\circ$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104^\circ \times \frac{1}{2} = 52^\circ$ 이므로 $\angle ABC = (180^\circ - 52^\circ) \times \frac{1}{2} = 64^\circ$ $\therefore \angle IBC = 32^\circ$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6^\circ$

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BAO = 25^\circ$, $\angle OBC = 32^\circ$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?



- ① 100° ② 112° ③ 114° ④ 116° ⑤ 118°

해설

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}, \angle ABO = 25^\circ, \angle B = 57^\circ$$
$$\therefore \angle AOC = 114^\circ$$