

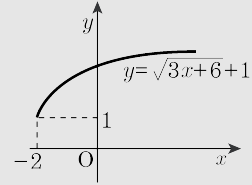
1. 함수 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면
③ 제 1, 4 사분면 ④ 제 1, 2, 3 사분면
⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

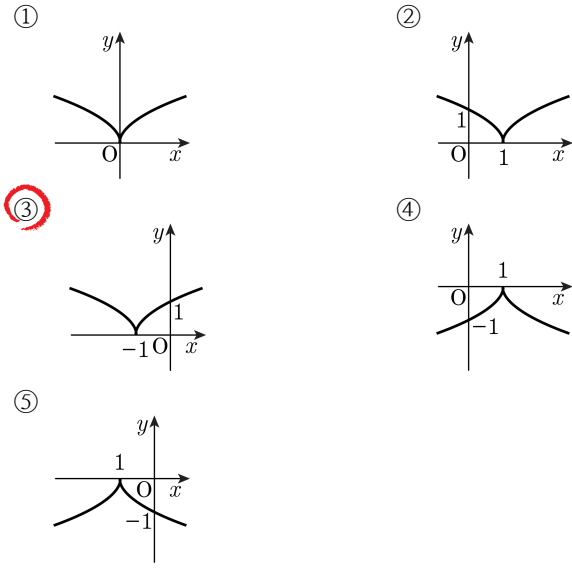
$$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



따라서 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

2. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

3. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

- ① $\{y \mid y \geq 1\}$ ② $\{y \mid y \leq 3\}$ ③ $\{y \mid y \geq 3\}$
④ $\{y \mid y \leq 5\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$a - x \geq 0$ 에서 $x \leq a$

$\therefore a = 4$

$y = -\sqrt{4-x} + b$ 의 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지나므로 $2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$

$\therefore b = 5$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

4. 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프와 곡선 $y = \frac{40}{x} (x > 0)$ 이 만나는 점의 x 좌표가 10일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로
2만큼 평행이동시키면
 $y = \sqrt{a(x-2)}$

이 그래프와 곡선 $y = \frac{40}{x}$ 이 만나는 점의
 x 좌표는 10이므로

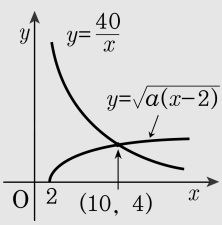
$$y\text{좌표는 } y = \frac{40}{10} = 4$$

즉 교점의 좌표는 (10, 4)

이것을 $y = \sqrt{a(x-2)}$ 대입하면

$$4 = \sqrt{a(10-2)} = \sqrt{8a}$$

$$\therefore a = 2$$



5. $y = -\sqrt{4-2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

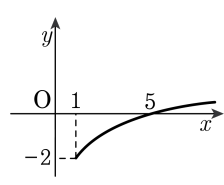
- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ⑤ 이 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

해설

- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④, ⑤ 꼭지점이 $(2, 1)$ 이고 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.

$\therefore 1, 3, 4$, 분면을 지난다.

6. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?



- ① 1 ② -1 ③ 2
 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$ 의 그래프를 보면

점(1, -2)에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, c = -2$$

$$\therefore -b = a, c = -2$$

$y = \sqrt{ax-a} - 2$ 가 점(5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a-a} - 2, 2 = \sqrt{4a}$$

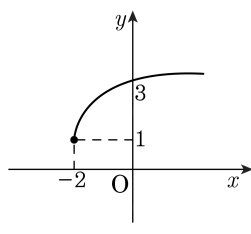
양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

7. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$

또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

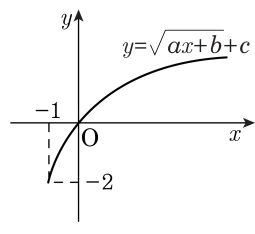
따라서 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

8. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



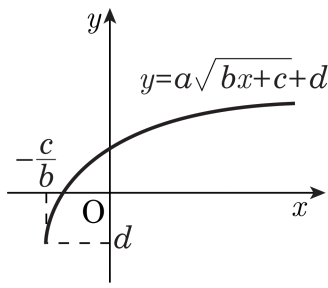
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
 평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

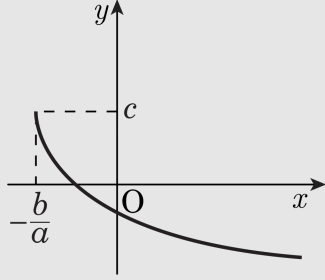
9. 함수 $y = a\sqrt{bx+c} + d$ 의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y = d\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 반드시 지나는 사분면은?



- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
④ 제 2, 4사분면 ⑤ 제 3, 4사분면

해설

$$\frac{-c}{b} < 0, d < 0, a > 0$$



10. $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y = \sqrt{3x+a} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) $x = -\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

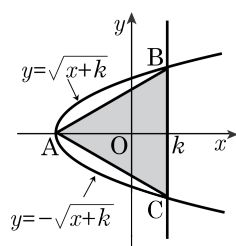
$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii) $x = \frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서 $a+b = 1+5 = 6$

11. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = \sqrt{x+k}$, $y = -\sqrt{x+k}$ 의 그래프의 교점을 A, 두 그래프와 직선 $x = k$ 의 교점을 각각 점B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 64이다. 이 때, 실수 k 의 값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

해설

점 A의 좌표는 $(-k, 0)$ 이고,
 $y = \sqrt{x+k}$ 에서 $x = k$ 일 때, $y = \sqrt{2k}$
 $y = -\sqrt{x+k}$ 에서 $x = k$ 일 때, $y = -\sqrt{2k}$
 이므로 두 점 B, C의 좌표는 각각
 $B(k, \sqrt{2k})$, $C(k, -\sqrt{2k})$ 이다.
 따라서 삼각형 ABC의 넓이는
 $\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2k} \cdot 2k = 64$, $k\sqrt{2k} = 32$
 양변을 제곱하면 $2k^3 = 32^2$, $k^3 = 512$
 이 때, k 는 실수이므로
 $\therefore k = 8$

12. 무리함수 $y = \sqrt{x-a} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \\ \therefore 2 &= \sqrt{3-a} + 1 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

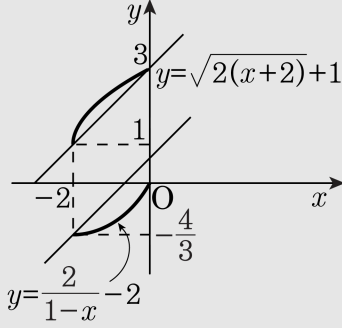
13. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1, y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다

아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}, r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

14. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2-k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

15. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1} + 1$, $x = \sqrt{y+1} + 1$ 의 교점을 P라고 할 때, 선분 OP의 길이를 구하면? (단, O는 원점)

① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

두 함수가 서로 역함수 관계이므로 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x+1} + 1 = x \text{에서}$$

$$x + 1 = (x - 1)^2$$

$$x = 0, 3$$

$$x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

$$\therefore P(3, 3)$$

$$OP = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$