1. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$(3x + 1)(x - 1) = 0$

$x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

$\therefore \quad 3A + B = 0$

2. x에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k는 상수)

① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$를 대입하면

$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$

$4k - 2 - k - 7 = 0,\ 3k = 9,$

$\therefore\ k = 3$

$3x^2 - x - 10 = 0,\ (3x+5)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 2, -\frac{5}{3}$

3. 이차방정식 $x^2+(a+2)x+1=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(a+2)^2-4=0$이므로
$a^2+4a+4-4=a^2+4a=0$
따라서 $a=0$ 또는 $a=-4$
따라서 상수 a의 값의 합은 -4

4. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0,\ a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0,\ 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$에서

(i) 이차방정식이므로 x^2의 계수는 $a \neq 0$이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0,\ 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a값의 범위는

$-2 < a < 0$ 또는 $a > 0$

5. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$이 실수 k의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$

$\therefore\ -2ka - b + 2 = 0$

이 식은 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

k에 대한 항등식이다.

$a = 0,\ b = 2$

$\therefore\ a + b = 2$

6. x에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$이 완전제곱식이 될 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$이 완전제곱식이므로

$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$

$(k-3)^2 = 0$

$\therefore\ k = 3$

7. 함수 $y = -x^2 + kx$의 그래프가 직선 $y = -x + 4$에 접할 때, 양수 k의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$가 $y = -x + 4$에 접하려면

$4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.

$D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k + 1 = \pm 4$

$\therefore k = 3 \ (\because k > 0)$

8. 이차방정식 $(1-i)x^2+(1+3i)x-2(1+i)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)(1+3i)x-2(1+i)(1+i)=0$

$2x^2+(4i-2)x-2(2i)=0$

$x^2+(2i-1)x-2i=0$

$(x+2i)(x-1)=0$

$\therefore x=-2i$ 또는 $x=1$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(-2i)^2+1^2=-3$

9. x에 대한 이차방정식 $x^2+(m+3)x+(m+6)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 값의 범위에 속하는 정수를 구하면 ?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

(i) (두근의 합) $-m-3>0$

$m<-3$

(ii) (두근의 곱) $m+6>0$

$m>-6$

(iii) $D=(m+3)^2-4(m+6)\geq 0$

$m^2+2m-15\geq 0$

$(m-3)(m+5)\geq 0$

$m\leq -5$ 또는 $m\geq 3$

(i), (ii), (iii)에서 $-6<m\leq -5$

$\therefore m=-5$

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2a$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 $\overline{AB} = 2$ 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A(\alpha,\ 0),\ B(\beta,\ 0)(\alpha < \beta)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 + ax + 2a = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = -a,\ \alpha\beta = 2a \quad \cdots$ ㉠

이 때, $\overline{AB} = 2$ 이므로

$\beta - \alpha = 2$ 양변을 제곱하면

$(\beta - \alpha)^2 = 4$

$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad \cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a^2 - 8a - 4 = 0$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 8 이다

11. 이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표가 각각 $0, -3$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와
직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표 $0, -3$ 은
이차방정식 $ax^2 - (b+5)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\text{두근의합}) = 0 + (-3) = \frac{b+5}{a}$$

$\therefore\ 3a + b = -5 \cdots$ ㉠

$$(\text{두 근의 곱}) = 0 \cdot (-3) = \frac{-a-2}{a}$$

$\therefore a = -2$

㉠에서 $b = 1$ 이므로 $a + b = -1$

12. 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$의 두 근의 비가 $1 : 3$이 되도록 상수 k의 값을 구하면?

① $\pm 2\sqrt{2}$ ② $\pm 2\sqrt{3}$ ③ $\pm 2\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{6}$ ⑤ ± 2

해설

한 근을 α라 하면 다른 한 근은 3α

$\therefore$ 두 근의 곱은 $3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$

두 근의 합은 $\alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$

$\therefore \quad k = \pm 2\sqrt{3}$

13. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 2

④ 4 ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
$a = 4, b = 1$
$\therefore ab = 4$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 $2 - i$일 때, 두 실수 a, b의 곱 ab의 값을 구하면?

① -20 ② -12 ③ 5 ④ 12 ⑤ 20

해설

한 근이 $2 - i$이면 다른 한 근은 $2 + i$

두 근의 합 : $4 = -a$

두 근의 곱 : $5 = b$

$\therefore\ ab = -20$