

1.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

### 해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

2.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

3. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

#### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

4. 임의의 실수  $x$ 에 대하여 등식  $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때,  $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -30

해설

$$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

양변에  $x = 2, -2, 1$ 을 각각 대입하면

$$0 = 1 + a + b + c, 0 = -27 + 9a - 3b + c, -9 = c$$

세 식을 연립하여 풀면  $a = 5, b = 3, c = -9$

$$\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$$(x-2)(x+2)^2$$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1)[(x-1)\{(x-1) + a\} + b] + c$$

|   |   |   |    |    |     |
|---|---|---|----|----|-----|
| 1 | 1 | 2 | -4 | -8 |     |
|   |   | 1 | 3  | -1 |     |
| 1 | 1 | 3 | -1 | -9 | ← c |
|   |   | 1 | 4  |    |     |
| 1 | 1 | 4 | 3  |    | ← b |
|   |   | 1 |    |    |     |
|   | 1 | 5 |    |    | ← a |

$$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$$

5.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면  $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면  $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면  $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

6.  $k$ 의 값에 관계없이  $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록  $x, y, z$ 의 값을 정할 때,  $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

주어진 식을  $k$ 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$ ,  $y = -3x$  을  $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

7. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식  $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여 성립하도록  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = 2$

②  $a = 2, b = 2$

③  $a = 2, b = 0$

④  $a = 0, b = 2$

⑤  $a = 0, b = 0$

### 해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을  $x, y$ 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의  $x, y$ 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면  $a = 2, b = 0$

8. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단,  $a < c$ )

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① -4

② 4

③ 5

④ -5

⑤ 0

### 해설

$a < c$ 에서  $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서

$$x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$$

$$x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

9.  $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가  $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

10.  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

### 해설

(i)  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$ 에서

$x, y$ 를  $z$ 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii)  $x = 2z + 1$ ,  $y = -3z - 1$ 을  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$