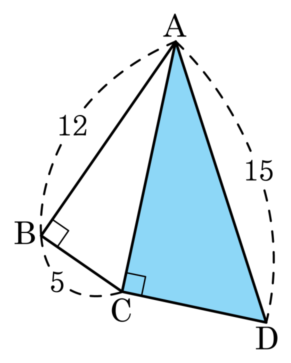
1. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이는?

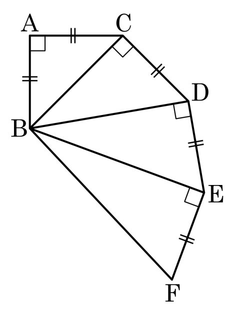


① 13　② $13\sqrt{10}$　③ 14
④ $13\sqrt{13}$　⑤ $13\sqrt{14}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 12^2 + 5^2$
$\overline{\mathrm{AC}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = 13$ 이다.
삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라
$13^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 15^2$
$\overline{\mathrm{CD}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{CD}} = 2\sqrt{14}$
따라서 삼각형 ACD 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{14} \times 13 = 13\sqrt{14}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BF}} = 5$ 일 때, $\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{5} + \sqrt{15}$　　② $3\sqrt{10} + \sqrt{15}$

③ $5\sqrt{3} + \sqrt{15}$　　④ $5\sqrt{5} + \sqrt{15}$

⑤ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

해설

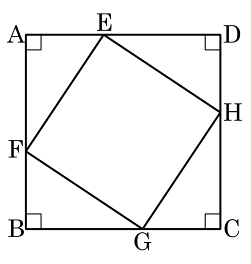
$\overline{\mathrm{AB}} = a$라 두면

$\overline{\mathrm{BF}} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{5} = 5$, $a = \sqrt{5}$이다.

$\triangle\mathrm{BDE}$ 의 둘레의 길이를 구하기 위해서 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = \sqrt{15}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$이다.

따라서 둘레는 $\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{15} = 3\sqrt{5} + \sqrt{15}$이다.

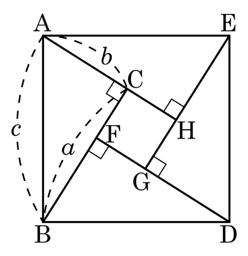
3. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\,\mathrm{cm}$ 이다. □ABCD 의 넓이가 $100\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① $8\,\mathrm{cm}$　② $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$　③ $9\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$　⑤ $10\,\mathrm{cm}$

해설
△AFE 에서 $\overline{AE} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AF} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로
$\overline{EF} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

4. 다음은 4 개의 합동인 직각삼각형을 맞대어서 정사각형 ABDE를 만든 것이다. 정사각형 ABDE에서 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이와 □CFGH의 사각형의 종류를 차례대로 말한 것은?



① $a-b$, 마름모
② $b-a$, 마름모
③ $a-b$, 정사각형
④ $b-a$, 정사각형
⑤ $a-b$, 직사각형

해설

$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AC}} = a-b$

□CFGH는 네 변의 길이가 같고, 내각이 모두 $90°$이므로 정사각형이다.

5. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2+4, 4a, a^2-4$ 인 삼각형은 $\boxed{}$삼각형이다.

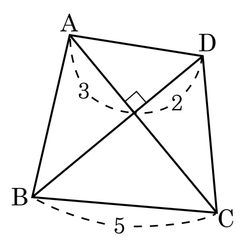
▶ 답 :

▷ 정답 : 직각

해설

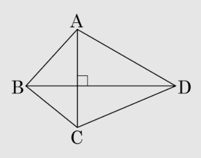
$a^2+4-4a=(a-2)^2$
$a^2-4 \neq 0$이므로$a \neq \pm 2$
$(a-2)^2>0$
따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.
$(a^2+4)^2=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉠
$(4a)^2+(a^2-4)^2$
$=16a^2+a^4-8a^2+16$
$=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉡
㉠ = ㉡이므로 직각삼각형이다.

6. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$의 값은?



① 34 ② 35 ③ 36 ④ 37 ⑤ 38

해설

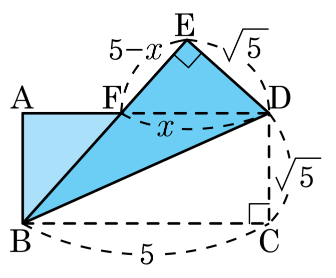


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\sqrt{13})^2 + 5^2 = 38$

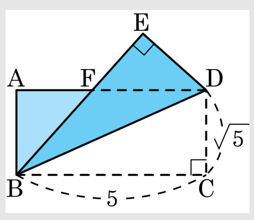
7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{FD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

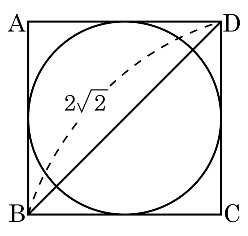
▷ 정답 : 3

해설



$\overline{\mathrm{FD}} = x$ 라 하면
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{EF}} = 5 - x$
$\triangle\mathrm{EFD}$ 에서 $(5 - x)^2 + (\sqrt{5})^2 = x^2,\ 10x = 30$
$\therefore x = 3$

8. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형에 내접하는 원의 넓이는?



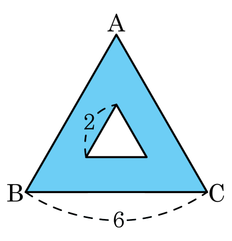
① 8π ② 6π ③ 4π

④ 2π ⑤ π

해설

$\overline{BD} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이므로 $\overline{BC} = 2$
즉 원의 지름이 2 이므로 반지름은 1
따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 안에서 한 변의 길이가 2 인 정삼각형을 오려냈을 때, 어두운 부분과 넓이가 같은 정삼각형의 한 변의 길이는?



① $2\sqrt{2}$　　② $3\sqrt{2}$　　③ $4\sqrt{2}$

④ $5\sqrt{2}$　　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

한 변이 a 인 정삼각형의 넓이는 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

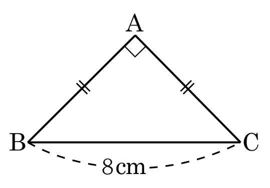
구하는 길이를 x 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$

$x^2 = 32$

$x > 0$ 이므로 $x = 4\sqrt{2}$ 이다.

10. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 8 cm 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



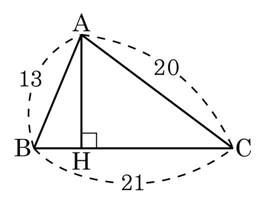
① $32\,\mathrm{cm}^2$　② $24\,\mathrm{cm}^2$　③ $16\,\mathrm{cm}^2$　④ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$2\overline{\mathrm{AB}^2} = 8^2,\ \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{ABC} = (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{1}{2} = 16(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



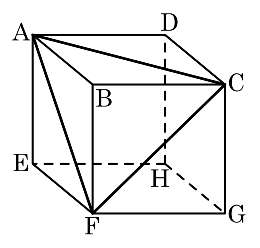
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{BH}=x$ 라고하면 $\overline{CH}=21-x$
$\overline{AH}=\sqrt{13^2-x^2}=\sqrt{20^2-(21-x)^2}$ 이므로
$169-x^2=400-(21-x)^2$,
$169-x^2=400-441+42x-x^2$,
$42x=210$, $\therefore x=5$
$\therefore \overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$

12. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $6\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle$ AFC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}$ $\therefore$ $a = 6$

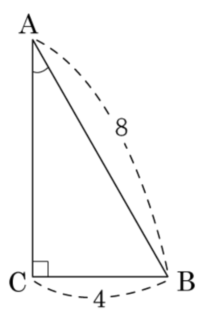
정육면체의 한 모서리의 길이가 6 이므로

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}} = 6\sqrt{2}$

$\triangle$AFC 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}$

13. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle \mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 8$, $\overline{\mathrm{BC}} = 4$일 때, $\sin \mathrm{A} - \tan \mathrm{A}$의 값은?



① $\dfrac{1-\sqrt{3}}{6}$　② $\dfrac{2-\sqrt{3}}{6}$

③ $\dfrac{2-2\sqrt{2}}{6}$　④ $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{6}$

⑤ $\dfrac{3-2\sqrt{3}}{6}$

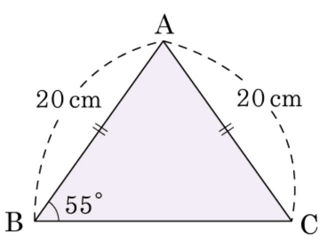
해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{8^2-4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\sin \mathrm{A} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$, $\tan \mathrm{A} = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin \mathrm{A} - \tan \mathrm{A} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{6}$

14. 다음 그림과 같이 두 변 AB, AC 의 길이가 20 cm 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 어림하여 구하여라. (단, $\sin 20° = 0.3420$, $\cos 20° = 0.9397$)



① 약 $188\,\text{cm}^2$ ② 약 $190\,\text{cm}^2$

③ 약 $198\,\text{cm}^2$ ④ 약 $200\,\text{cm}^2$

⑤ 약 $208\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle$ABC 에서 내각의 합이 $180°$ 이므로

$\angle A = 180° - 2 \times 55° = 70°$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 70° \\ &= 200 \times \cos(90° - 70°) \\ &= 200 \times \cos 20° \\ &= 200 \times 0.9397 \fallingdotseq 188 \ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

15. $\tan A = 2$일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$의 값을 구하여라. (단, $0° \leq A \leq 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$\tan A = 2$ 를 만족하는 직각삼각형 ABC 를 만들면

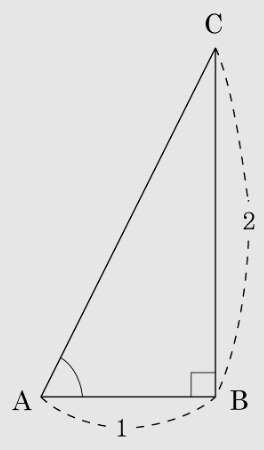
$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

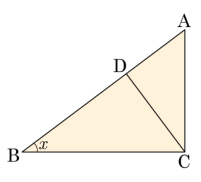
$\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2 A - \cos^2 A$

$= \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$



16. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\angle B = x$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ ③ $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

④ $\sin x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ ⑤ $\cos x = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

해설

③ $\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$

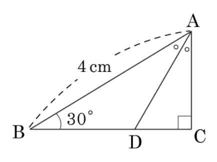
17. 다음 중 $2\sin 60° \tan 30° \cos 0° + 7$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(준식) $= 2 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times 1 + 7 = 1 + 7 = 8$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$, $\angle B = 30°$, $\overline{AB} = 4cm$ 이고 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

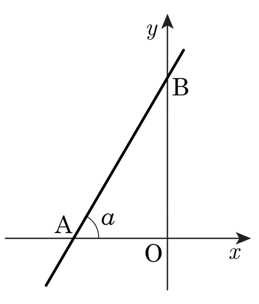


① $\frac{\sqrt{3}}{3}\,cm^2$　② $\frac{5\sqrt{6}}{3}\,cm^2$　③ $4\sqrt{5}\,cm^2$
④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}\,cm^2$　⑤ $3\sqrt{2}\,cm^2$

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\angle BAD = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 2 : \sqrt{3} : 1$ 이므로 $\overline{AC} = 2, \overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 이다.
$\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC = 60°$
$\overline{AD} : \overline{DC} : \overline{CA} = 2 : 1 : \sqrt{3}$
$\overline{AD} : \overline{DC} : 2 = 2 : 1 : \sqrt{3}$
$\overline{DC} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$
그러므로 $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}(cm)$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{4}{3}\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{3}\sqrt{3}(\ cm^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $y = 2x + 4$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a 라고 할 때, $\sin a - \cos a$ 의 값은?

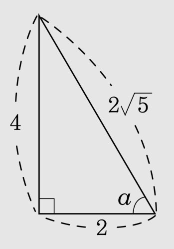


① $\frac{\sqrt{3}}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{7}}{5}$

해설

$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})}$

$= |(\text{일차함수의 기울기})|$ 이므로 $\tan a = 2$ 이다.



피타고라스 정리에 의해 빗변의 길이는 $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$\sin a = \frac{2}{5}\sqrt{5}, \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

따라서 $\sin a - \cos a$ 의 값은 $\frac{2}{5}\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

20. $\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, x 의 값은? (단, $0° \le x \le 45°$)

① $15°$　② $20°$　③ $25°$　④ $30°$　⑤ $35°$

해설

$\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(0° \le x \le 45°)$ 에서

$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $2x-10°=60°$

$2x=70°$

$\therefore x=35°$

21. 삼각비의 표를 보고, 보기에서 가장 작은 값과 가장 큰 값을 차례대로 짝지은 것을 구하여라.

각도	sin	cos	tan
10°	0.1736	0.9848	0.1763
20°	0.3420	0.9397	0.3640
35°	0.5736	0.8192	0.7002
45°	0.7071	0.7071	1.0000
50°	0.7660	0.6428	1.1918
70°	0.9397	0.3420	2.7475
89°	0.9998	0.0175	57.2900

보기

㉠ $\sin 20°$ ㉡ $\cos 35°$ ㉢ $\sin 70°$

㉣ $\cos 50°$ ㉤ $\tan 70°$

① ㉠, ㉣ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉤

해설

㉠$\sin 20° = 0.3420$
㉡$\cos 35° = 0.8192$
㉢$\sin 70° = 0.9397$
㉣$\cos 50° = 0.6428$
㉤$\tan 70° = 2.7475$
이므로 가장 작은 값은 ㉠$\sin 20°$, 가장 큰 값은 ㉤$\tan 70° = 2.7475$

22. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

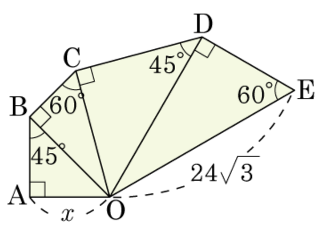
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \quad \therefore \ a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \quad \therefore a = \sqrt{34}$

23. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore\ \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore\ \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

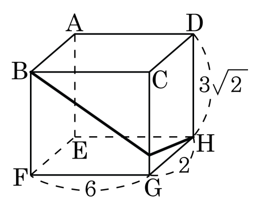
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

24. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 2, $3\sqrt{2}$, 6 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



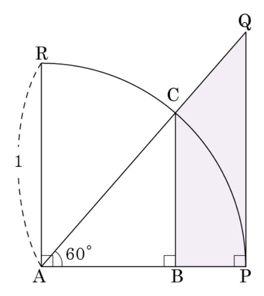
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{82}$$

25. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$　② $\frac{\sqrt{3}}{4}$　③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \frac{1}{\cos 60°} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle$APQ 의 넓이-$\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$