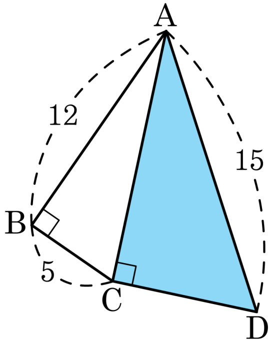
1. 다음 그림에서 $\triangle ACD$ 의 넓이는?



① 13 ② $13\sqrt{10}$ ③ 14

④ $13\sqrt{13}$ ⑤ $13\sqrt{14}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = 12^2 + 5^2$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 13$ 이다.

삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라

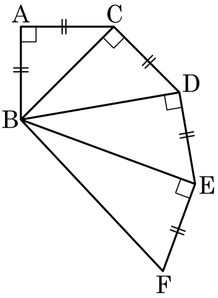
$13^2 + \overline{CD}^2 = 15^2$

$\overline{CD} > 0$ 이므로 $\overline{CD} = 2\sqrt{14}$

따라서 삼각형 ACD 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{14} \times 13 = 13\sqrt{14}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{BF}=5$ 일 때, $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{5}+\sqrt{15}$　② $3\sqrt{10}+\sqrt{15}$

③ $5\sqrt{3}+\sqrt{15}$　④ $5\sqrt{5}+\sqrt{15}$

⑤ $5\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

해설

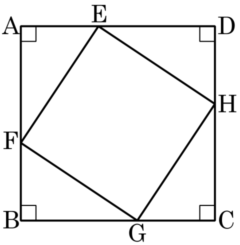
$\overline{AB}=a$라 두면

$\overline{BF}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{5}=5$, $a=\sqrt{5}$이다.

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하기 위해서 $\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{15}$ 이고, $\overline{BE}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}$이다.

따라서 둘레는 $\sqrt{5}+2\sqrt{5}+\sqrt{15}=3\sqrt{5}+\sqrt{15}$이다.

3. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\,\text{cm}$ 이다. □ABCD 의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① $8\,\text{cm}$ ② $3\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $9\,\text{cm}$

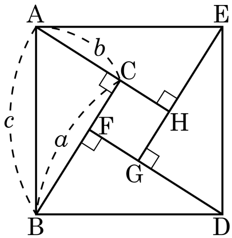
④ $2\sqrt{13}\,\text{cm}$ ⑤ $10\,\text{cm}$

해설

$\triangle$AFE 에서 $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AF} = 6\,\text{cm}$ 이므로

$\overline{EF} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}\,\text{cm}$

4. 다음은 4 개의 합동인 직각삼각형을 맞대어서 정사각형 ABDE를 만든 것이다. 정사각형 ABDE에서 $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이와 □CFGH의 사각형의 종류를 차례대로 말한 것은?



① $a-b$, 마름모 ② $b-a$, 마름모

③ $a-b$, 정사각형 ④ $b-a$, 정사각형

⑤ $a-b$, 직사각형

해설

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}-\overline{\mathrm{AC}}=a-b$

□CFGH는 네 변의 길이가 같고, 내각이 모두 $90°$이므로 정사각형이다.

5. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2+4, 4a, a^2-4$ 인 삼각형은 $\boxed{}$삼각형이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 직각

해설

$a^2+4-4a=(a-2)^2$

$a^2-4\neq 0$이므로$a\neq\pm 2$

$(a-2)^2>0$

따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.

$(a^2+4)^2=a^4+8a^2+16\ \cdots$ ㉠

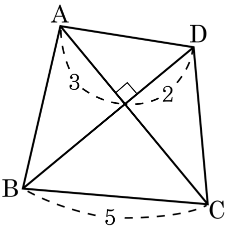
$(4a)^2+(a^2-4)^2$

$=16a^2+a^4-8a^2+16$

$=a^4+8a^2+16\ \cdots$ ㉡

㉠ $=$ ㉡이므로 직각삼각형이다.

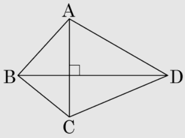
6. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 의 값은?



① 34 ② 35 ③ 36

④ 37 ⑤ 38

해설

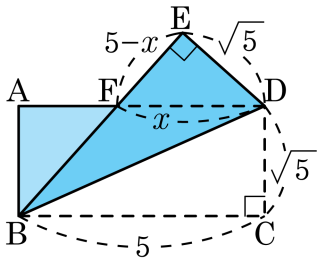


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\sqrt{13})^2 + 5^2 = 38$

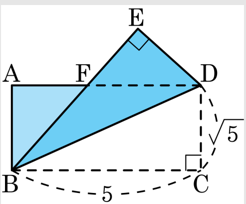
7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



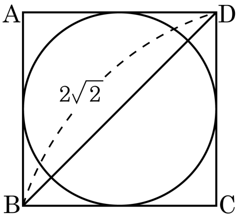
$\overline{FD} = x$ 라 하면

$\overline{AF} = \overline{EF} = 5 - x$

$\triangle EFD$ 에서 $(5-x)^2 + (\sqrt{5})^2 = x^2,\ 10x = 30$

$\therefore x = 3$

8. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형에 내접하는 원의 넓이는?



① 8π　② 6π　③ 4π

④ 2π　⑤ π

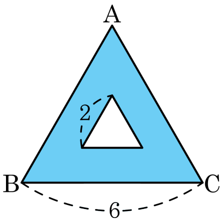
해설

$\overline{BD} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$ 이므로 $\overline{BC} = 2$

즉 원의 지름이 2 이므로 반지름은 1

따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi \times 1^2 = \pi$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 안에서 한 변의 길이가 2인 정삼각형을 오려냈을 때, 어두운 부분과 넓이가 같은 정삼각형의 한 변의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$

④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

한 변이 a 인 정삼각형의 넓이는 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

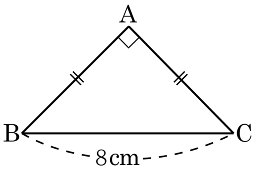
구하는 길이를 x 라 하면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 - \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2$

$x^2 = 32$

$x > 0$ 이므로 $x = 4\sqrt{2}$ 이다.

10. 아래 그림과 같이 빗변의 길이가 8 cm 인 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $32\,\text{cm}^2$ ② $24\,\text{cm}^2$

③ $16\,\text{cm}^2$ ④ $8\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

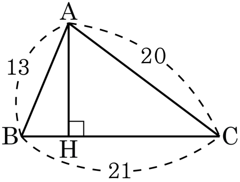
⑤ $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

$2\overline{\text{AB}}^2 = 8^2,\ \overline{\text{AB}} = 4\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\triangle\text{ABC} = (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{1}{2} = 16(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{BH} = x$ 라고하면 $\overline{CH} = 21 - x$

$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - x^2} = \sqrt{20^2 - (21 - x)^2}$ 이므로

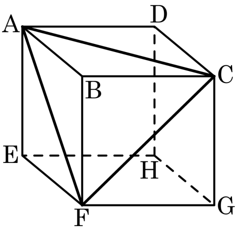
$169 - x^2 = 400 - (21 - x)^2,$

$169 - x^2 = 400 - 441 + 42x - x^2,$

$42x = 210, \therefore x = 5$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

12. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $6\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle$ AFC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}$ $\therefore$ $a = 6$

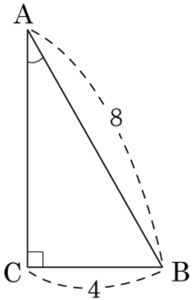
정육면체의 한 모서리의 길이가 6 이므로

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}} = 6\sqrt{2}$

$\triangle$AFC 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}$

13. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\sin A - \tan A$ 의 값은?



① $\dfrac{1-\sqrt{3}}{6}$ ② $\dfrac{2-\sqrt{3}}{6}$

③ $\dfrac{2-2\sqrt{2}}{6}$ ④ $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{6}$

⑤ $\dfrac{3-2\sqrt{3}}{6}$

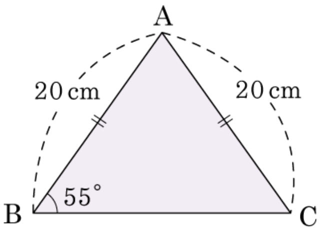
해설

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2-4^2} = \sqrt{64-16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},\quad \tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore\ \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3-2\sqrt{3}}{6}$$

14. 다음 그림과 같이 두 변 AB, AC 의 길이가 20 cm 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 어림하여 구하여라. (단, $\sin 20° = 0.3420$, $\cos 20° = 0.9397$)



① 약 $188\,\mathrm{cm}^2$　② 약 $190\,\mathrm{cm}^2$

③ 약 $198\,\mathrm{cm}^2$　④ 약 $200\,\mathrm{cm}^2$

⑤ 약 $208\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle$ABC 에서 내각의 합이 $180°$ 이므로

$\angle A = 180° - 2 \times 55° = 70°$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 70° \\ &= 200 \times \cos(90° - 70°) \\ &= 200 \times \cos 20° \\ &= 200 \times 0.9397 \fallingdotseq 188\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

15. $\tan A = 2$일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$의 값을 구하여라. (단, $0° \le A \le 90°$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{5}$

해설

$\tan A = 2$ 를 만족하는 직각삼각형 ABC 를 만들면

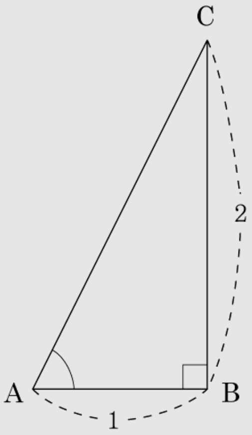
$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

$\therefore \sin A = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$,

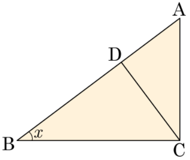
$\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin^2 A - \cos^2 A$

$= \dfrac{4}{5} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{3}{5}$



16. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\angle B = x$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\sin x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ ③ $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

④ $\sin x = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ ⑤ $\cos x = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

해설

③ $\tan x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$

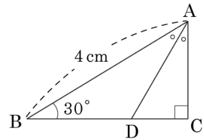
17. 다음 중 $2\sin 60^\circ \tan 30^\circ \cos 0^\circ + 7$ 의 값은?

① 3　② 5　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

$$(\text{준식}) = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1 + 7 = 1 + 7 = 8$$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$, $\angle B = 30°$, $\overline{AB} = 4cm$ 이고 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{6}}{3}\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{5}\text{cm}^2$
④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}^2$ ⑤ $3\sqrt{2}\text{cm}^2$

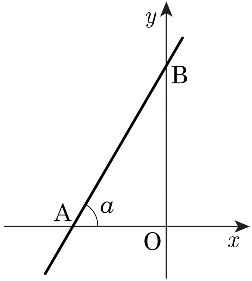
해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\angle BAD = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 2 : \sqrt{3} : 1$ 이므로 $\overline{AC} = 2, \overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 이다.
$\triangle ADC$ 에서 $\angle ADC = 60°$
$\overline{AD} : \overline{DC} : \overline{CA} = 2 : 1 : \sqrt{3}$
$\overline{AD} : \overline{DC} : 2 = 2 : 1 : \sqrt{3}$

$$\overline{DC} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

그러므로 $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{4}{3}\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{3}\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $y = 2x + 4$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a 라고 할 때, $\sin a - \cos a$ 의 값은?



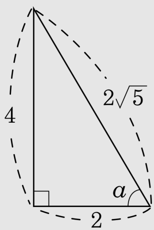
① $\frac{\sqrt{3}}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{7}}{5}$

해설

$$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})}$$

$= |(\text{일차함수의 기울기})|$ 이므로 $\tan a = 2$ 이다.



피타고라스 정리에 의해 빗변의 길이는 $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$\sin a = \frac{2}{5}\sqrt{5}, \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

따라서 $\sin a - \cos a$ 의 값은 $\frac{2}{5}\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

20. $\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, x 의 값은? (단, $0° \le x \le 45°$)

① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\sin(2x-10°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(0° \le x \le 45°)$ 에서

$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $2x-10°=60°$

$2x=70°$

$\therefore x=35°$

21. 삼각비의 표를 보고, 보기에서 가장 작은 값과 가장 큰 값을 차례대로 짝지은 것을 구하여라.

각도	sin	cos	tan
$10°$	0.1736	0.9848	0.1763
$20°$	0.3420	0.9397	0.3640
$35°$	0.5736	0.8192	0.7002
$45°$	0.7071	0.7071	1.0000
$50°$	0.7660	0.6428	1.1918
$70°$	0.9397	0.3420	2.7475
$89°$	0.9998	0.0175	57.2900

보기

㉠ $\sin 20°$ ㉡ $\cos 35°$ ㉢ $\sin 70°$

㉣ $\cos 50°$ ㉤ $\tan 70°$

① ㉠, ㉣ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉤

해설

㉠$\sin 20° = 0.3420$

㉡$\cos 35° = 0.8192$

㉢$\sin 70° = 0.9397$

㉣$\cos 50° = 0.6428$

㉤$\tan 70° = 2.7475$

이므로 가장 작은 값은 ㉠$\sin 20°$, 가장 큰 값은 ㉤$\tan 70° = 2.7475$

22. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a라 하면

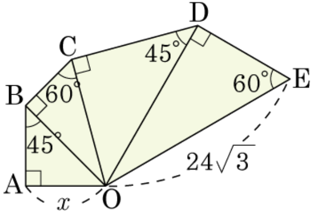
i) 5가 가장 긴 변인 경우

$5^2 = a^2 + 3^2 \quad \therefore \; a = 4$

ii) a가 가장 긴 변인 경우

$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \;\; \therefore a = \sqrt{34}$

23. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

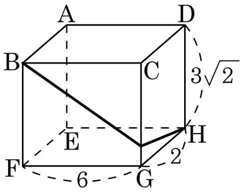
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

24. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $2,\ 3\sqrt{2},\ 6$ 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



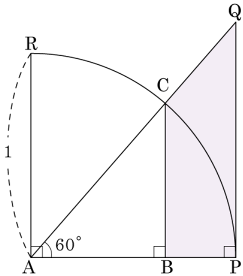
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{82}$$

25. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $90°$ 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\overline{AC}=1, \angle A=60°$ 이므로 $\overline{AB}=\cos 60°=\frac{1}{2}$,

$\overline{BC}=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$APQ 에서 $\overline{AP}=1, \angle A=60°$ 이므로 $\overline{AQ}=\frac{1}{\cos 60°}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

, $\overline{PQ}=\tan 60°=\sqrt{3}$

(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle$APQ 의 넓이-$\triangle$ABC 의 넓이

$\triangle$APQ 의 넓이$=\frac{1}{2}\times(1\times\sqrt{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$ABC 의 넓이$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$