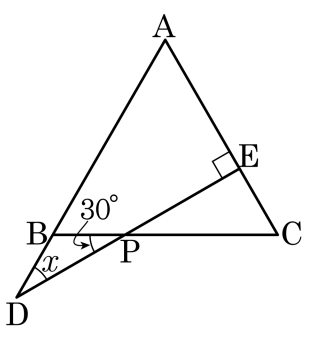
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{AC}$ 위에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\angle x$의 값을 구하여라.

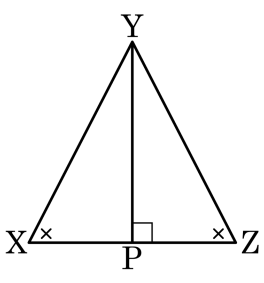


① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\angle DPB$와 $\angle CPE$는 맞꼭지각이므로
$\angle CPB = \angle CPE = 30°$
이때, $\triangle CPE$에서 $\angle PCE = 60°$
또, $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 60°$
$\triangle ADE$의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x + 60° + 90° = 180°$
$\therefore \angle x = 30°$

2. 다음은 「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면
$\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나) 합동이므로
(다)
$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

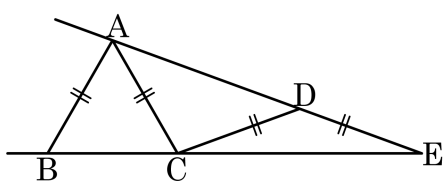
(가),(나),(다)에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$
⑤ $\angle X = \angle Z$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)$\angle X = \angle Z$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나)ASA 합동이므로
(다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$
$\therefore \triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림에서 $\angle E = \angle e$ 라 하고, $\angle BAC = 2\angle e + 20°$ 일 때, 틀린 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

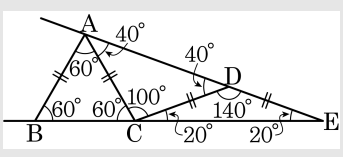
② $\angle e$ 의 크기는 $30°$ 이다.

③ $\angle ACD = 100°$ 이다.

④ $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{DE}$ 와 같다.

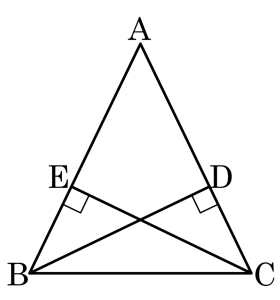
⑤ $\triangle ABE$ 는 직각삼각형이다.

해설



② $\angle e$ 의 크기는 $20°$ 이다.
⑤ $\triangle ABE$ 는 둔각삼각형이다.

4. 다음 그림과 같이$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



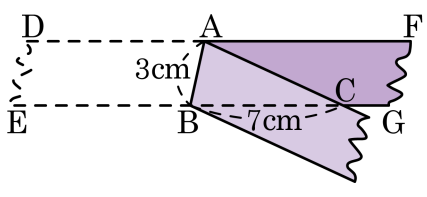
(가정)
(1) ($\overline{AB} =$ (가))
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} =$ (나))
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = (다) $= 90°$) $\cdots$㉠
(∠B = (라)) $\cdots$㉡
(마)는 공통 $\cdots$㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$ ② (나) $\overline{CE}$ ③ (다) ∠BDA
④ (라) ∠C ⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

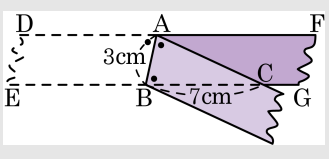
(가정)
(1) ($\overline{AB} =$ $\overline{AC}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} =$ $\overline{CE}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = ∠CEB $= 90°$) $\cdots$㉠
(∠B = ∠C) $\cdots$㉡
$\overline{BC}$는 공통 $\cdots$㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었을 때, $\overline{AC}$의 길이는?



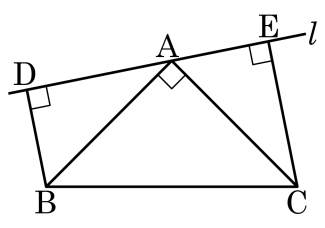
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\angle DAB = \angle BAC$ (종이 접은 각)
$\angle DAB = \angle ABC$ (엇각)
$\therefore \angle BAC = \angle ABC$
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AC} = \overline{BC} = 7(cm)$

6. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭지점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 내렸다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

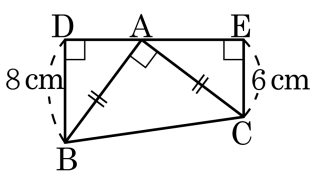
▷ 정답: 10 cm

해설

△ADB 와 △CEA 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고
$\angle ADB = \angle BAC = \angle AEC = 90°$ 이므로
$\angle DAB = 180° - 90° - \angle EAC$
$= 90° - \angle EAC = \angle ACE$

$\therefore$ △ADB ≡ △CEA (RHA 합동)
이 때 $\overline{BD} = \overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로
$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{AE} = 4 + 6 = 10\ (\text{cm})$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



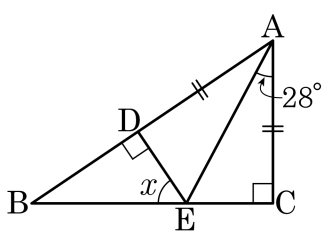
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ 이므로
$\overline{DA} = \overline{EC} = 6\,\text{cm}$
$\overline{AE} = \overline{BD} = 8\,\text{cm}$
$\therefore \overline{DE} = 6 + 8 = 14(\,\text{cm})$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle EAC = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 54° ② 56° ③ 58° ④ 60° ⑤ 62°

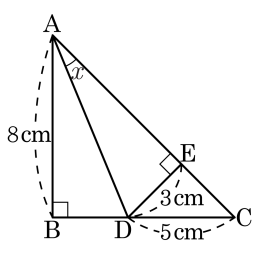
해설

$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)

$\angle AED = \angle AEC = 62°$

$\therefore \angle x = 180° - (62° + 62°) = 56°$

9. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면 $\overline{DE} = 3\,\text{cm}$일 때, $\angle DAE$의 크기를 구하여라.



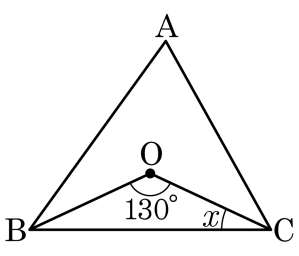
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 22.5°

해설

$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = \overline{AB} - \overline{CD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$
$\overline{BD} = \overline{DE}$이므로, $\triangle ADB \equiv \triangle ADE$이다.
$\therefore$ $\angle DAB = \angle DAE$이고 $\triangle ABC$는 직각 이등변 삼각형이므로 $\angle BAC = 45°$이다.
$\therefore \angle x = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



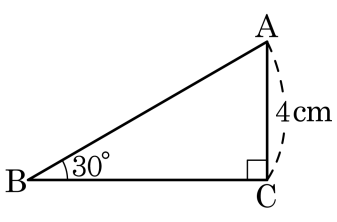
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 25°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $x = 25°$ 이다.

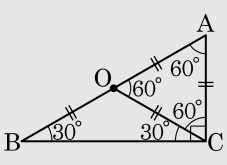
11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4cm$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

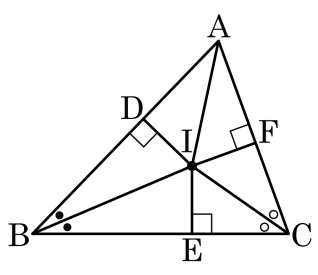


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(cm)$

12. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



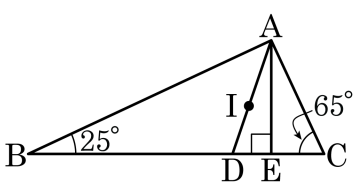
∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 I라 하면
ⅰ) $\overline{BI}$는 ∠B의 이등분선이므로
△BDI ≡ △BEI ∴ $\overline{ID}$ = (㉠)
ⅱ) $\overline{CI}$는 ∠C의 이등분선이므로 △CEI ≡ △CFI ∴ $\overline{IE}$ = (㉡)
ⅲ) $\overline{ID}$ =(㉠) = (㉡)
ⅳ) $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI ≡ (㉢)
∴ ∠DAI = (㉣)
따라서 $\overline{AI}$는 ∠A의 (㉤)이다.
따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : △BDI
④ ㉣ : ∠FAI ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

△IBE ≡ △IBD(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
△ICE ≡ △ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI와 △AFI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15° ② 17° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

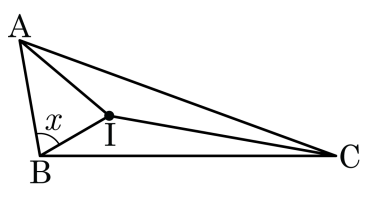
$\angle A = 180° - (25° + 65°) = 90°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

$\angle EAC = 25°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 45° - 25° = 20°$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$이므로

$\angle AIB = 360° \times \frac{5}{5+6+7} = 100°$,

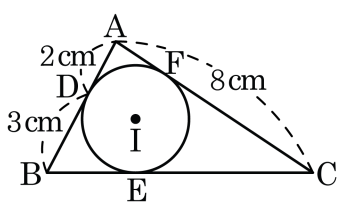
$\angle BIC = 360° \times \frac{6}{5+6+7} = 120°$, $\angle AIC = 360° \times \frac{7}{5+6+7} = 140°$이다.

점 I가 삼각형의 내심일 때,

$\angle AIC = 140° = 90° + \frac{1}{2}\angle B$이므로

$\angle B = 100°$, $\angle x = \frac{1}{2}\angle B = 50°$이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 점점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

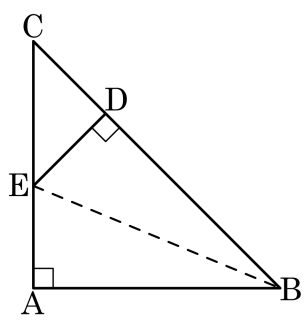


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

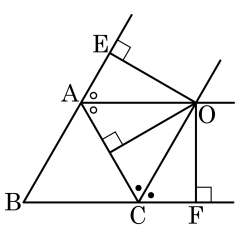


① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$
② $\angle DBE = \angle ABE$
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$
④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

17. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 두 각 $\angle A$, $\angle C$ 에 대한 외각의 이등분선이 만나는 점을 O 라 하자. 점 O 에서 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 연장선 위와 $\overline{AC}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F, G 라고 할 때, $\overline{OE} = \frac{2}{3}$cm 라고 한다. $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 를 구하여라.



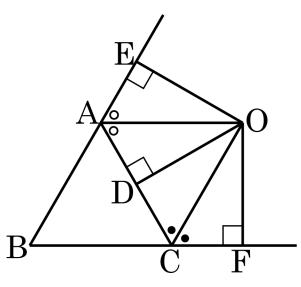
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle OAE$ 와 $\triangle OAG$ 에서
$\overline{OA}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle OAE = \angle OAG \cdots$ ㉡
$\angle OEA = \angle OGA = 90° \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OAE \equiv \triangle OAG$(RHA) $\cdots$ ㉮
$\triangle OGC$ 와 $\triangle OFC$ 에서
$\overline{OC}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle OCG = \angle OCF \cdots$ ㉡
$\angle OGC = \angle OFC = 90° \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OGC \equiv \triangle OFC \cdots$ ㉯
따라서 ㉮, ㉯ 에 의해 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \frac{2}{3}$cm
$\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG} = 2$(cm) 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$

② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$

④ $\overline{CD} = \overline{CF}$

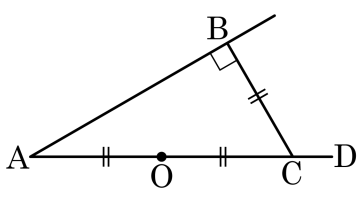
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

19. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



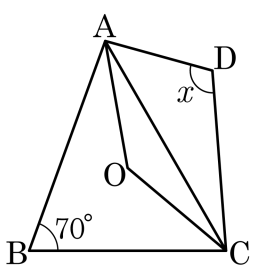
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots ㉠$
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots ㉡$
㉠, ㉡에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120°}{30°} = 4$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



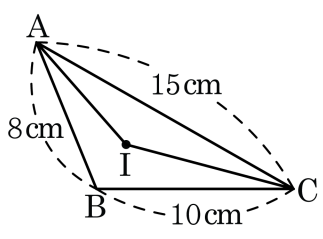
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 110°

해설

$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$
$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a+b)$, $a+b = \angle ADC = 110°$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

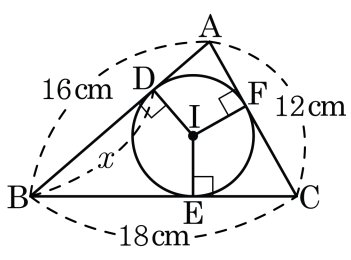
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2}r\ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

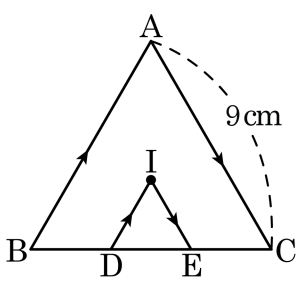
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

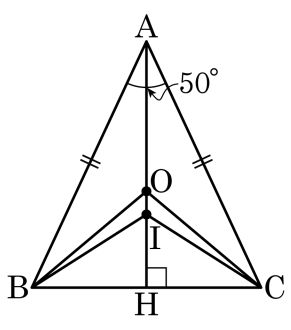
▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ °

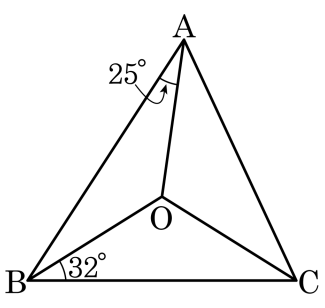
해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$. $\angle OBC = 40^\circ$.

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 115^\circ$, $\angle IBH = \frac{65}{2}^\circ$.

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = \frac{15}{2}^\circ$

25. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle BAO = 25°$, $\angle OBC = 32°$일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?



① 100° ② 112° ③ 114° ④ 116° ⑤ 118°

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle ABO = 25°$, $\angle B = 57°$

$\therefore \angle AOC = 114°$