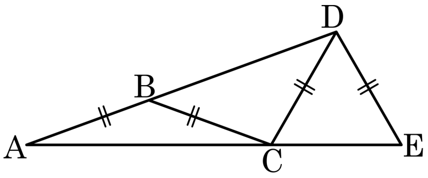
1. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ADE}$ 에서 $\angle\mathrm{ADE} = 100°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{\mathrm{AD}}, \overline{\mathrm{AE}}$ 위에 있다. $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{A}$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 20 °

해설

$\angle\mathrm{A}$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BCA} = \angle x$

$\angle\mathrm{CBD} = \angle\mathrm{CDB} = 2\angle x$

$\angle\mathrm{DCE} = \angle\mathrm{DEC} = 3\angle x$

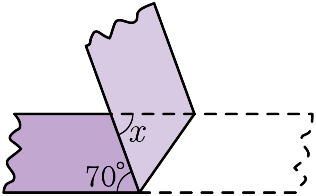
$\triangle\mathrm{ADE}$ 에서

$\angle\mathrm{DAE} + \angle\mathrm{DEA} + 100° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 80°$

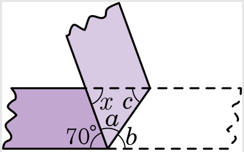
$\angle x = 20°$

2. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 70°

해설

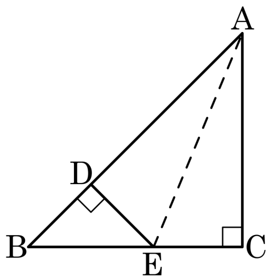


$\angle a = \angle b = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ (종이 접은 각)

$\angle b = \angle c = 55°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 180 - (55° + 55°) = 70°$ (삼각형 내각의 합은 180°)

3. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90°$, $\angle ADE = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DAE = \angle CAE$

② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$

③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$

④ $\overline{BE} = \overline{EC}$

⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45°$

$\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$

$\angle DEB = 180° - \angle DEC = 45°$

$\angle DEB = \angle BAC = 45°$ (⑤)

$\angle B = \angle DEB = 45°$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$

$\overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉠

$\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서

i) $\overline{AE}$ 는 공통

ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$

iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90°$ (③)

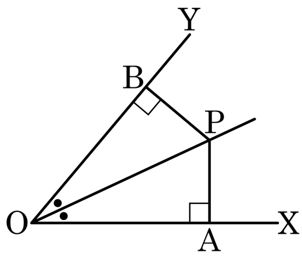
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로

$\angle DAE = \angle CAE$ (①)

합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ (②)

4. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

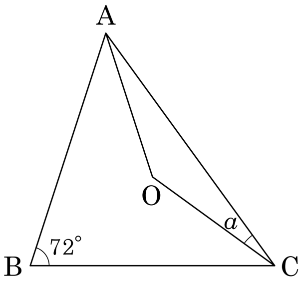
$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO =$ ((가)) $= 90° \cdots$ ㉠
가정에서$\angle POA =$ ((나)) $\cdots$ ㉡
$\overline{OP}$((다)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ ((라) 합동)
$\therefore \overline{PA} =$ ((마))

① (가)$\angle PBO$
② (나) $\angle POB$
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{PB}$

해설

$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\angle PBO\ ) = 90° \cdots$㉠
$\angle POA = (\angle POB) \cdots$ ㉡
$\overline{OP}$ = (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{PA} = (\overline{PB})$

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABC = 72°$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18°$

해설

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOC = 2\angle ABC$

$\therefore \angle AOC = 2 \times 72° = 144°$

$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\angle a = \frac{1}{2}(180° - 144°) = 18°$

6. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ **답 :**

▶ **답 :**

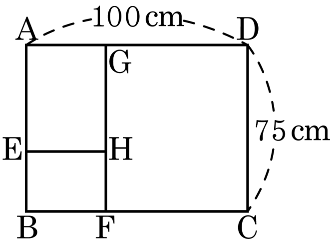
▷ **정답 :** ㉣

▷ **정답 :** ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

7. 다음 그림에서 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH 가 닮음일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는 ?



① 25cm　② 36cm　③ 50cm　④ 75cm　⑤ 90cm

해설

$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF}$

$\overline{AD} : \overline{DC} = 100 : 75 = 4 : 3$

$\overline{EH} = \overline{BF} = a$ 라고 하면

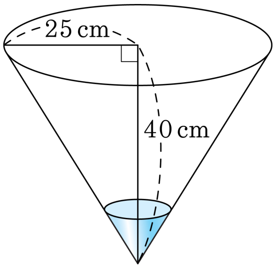
$\overline{HF} = \dfrac{3}{4}a$, $\overline{GH} = \dfrac{4}{3}a$

$\overline{GH} + \overline{HF} = \overline{DC} = 75(\text{cm})$ 이므로

$\dfrac{4}{3}a + \dfrac{3}{4}a = 75$, $\dfrac{25}{12}a = 75$, $a = 36(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF} = 36\text{cm}$

8. 다음 그림과 같이 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{4}$ 만큼 채웠을 때, 수면의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $\frac{25}{4}$ cm

해설

물이 채워진 부분의 높이는 $40 \times \frac{1}{4} = 10(\text{cm})$

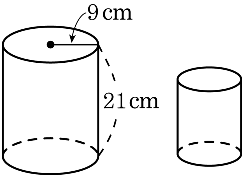
따라서 수면의 반지름의 길이를 r cm 라 하면

$10 : 40 = r : 25$

$40r = 250$

$\therefore\ r = \frac{25}{4}$

9. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 168π cm^2

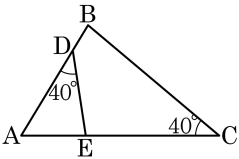
해설

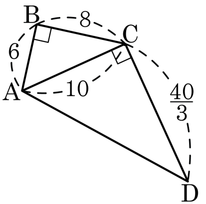
작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 9 \times \frac{2}{3} = 6(\text{cm})$, $h = 21 \times \frac{2}{3} = 14(\text{cm})$

(옆면의 넓이) $= 2\pi rh = 2\pi \times 6 \times 14 = 168\pi(\text{cm}^2)$

10. 다음과 같은 닮음 삼각형을 보고 닮음조건으로 바르게 연결한 것은?

(1) 

(2) 

① (1) AA 닮음 (2) SAS 닮음

② (1) SSS 닮음 (2) SAS 닮음

③ (1) SSS 닮음 (2) SSS 닮음

④ (1) SAS 닮음 (2) AA 닮음

⑤ (1) AA 닮음 (2) AA 닮음

해설

(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle ACB = \angle ADE = 40°$

$\therefore$ AA 닮음

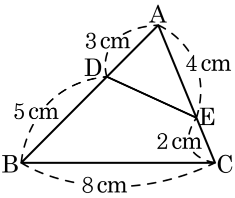
(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서 $\angle ABC = \angle ACD = 90°$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$

$\overline{BC} : \overline{CD} = 8 : \frac{40}{3} = 3 : 5$

$\therefore$ SAS 닮음

11. 다음 그림에서 $\angle ADE = \angle ACB$ 일 때, $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 의 닮음비를 구하면?

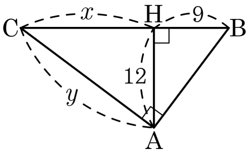


① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4 ④ 4 : 5 ⑤ 5 : 8

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 에서 $\angle A$ 가 공통이고,
$\angle ADE = \angle ACB$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)
$\overline{AD}$ 의 대응변이 $\overline{AC}$ 이므로 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

12. 다음과 같은 직각삼각형에서 x, y 의 값은 얼마인가?



① $x=16,\ y=16$

② $x=16,\ y=18$

③ $x=16,\ y=20$

④ $x=18,\ y=24$

⑤ $x=18,\ y=26$

해설

$\overline{\mathrm{AH}}^2=\overline{\mathrm{BH}}\times\overline{\mathrm{CH}}$

$144=9x$

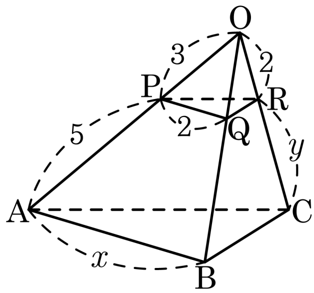
$\therefore\ x=16$

$\overline{\mathrm{AC}}^2=\overline{\mathrm{CH}}\times\overline{\mathrm{CB}}$

$y^2=16\times 25=400$

$\therefore\ y>0$ 이므로 $y=20$

13. 삼각뿔 O－ABC 에서 $\triangle PQR$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{3}$

해설

$\overline{PQ}$ $//\overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$ (AA 닮음) 이고, $\overline{OP}:\overline{OA}=\overline{PQ}:\overline{AB}$ 와 같은 비례식이 생긴다.

$3:8=2:x$ 이므로 $3x=16$,

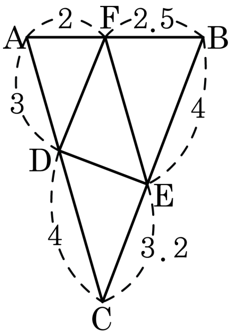
따라서 $x=\frac{16}{3}$ 이 된다.

$\overline{PR}$ $//\overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$ (AA 닮음) 이고, $\overline{OP}:\overline{PA}=\overline{OR}:\overline{RC}$ 와 같은 비례식이 생긴다.

$3:5=2:y$ 이므로 $3y=10$, $y=\frac{10}{3}$ 이 된다.

따라서 $x+y=\frac{16}{3}+\frac{10}{3}=\frac{26}{3}$ 이다.

14. 다음 그림의 $\overline{DE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ 중에서 $\triangle ABC$ 의 변과 평행한 선분은?



① $\overline{EF}$　② $\overline{DF}$　③ $\overline{DF}$, $\overline{EF}$

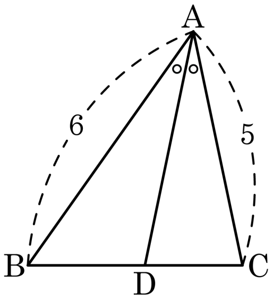
④ $\overline{DE}$, $\overline{EF}$　⑤ $\overline{DE}$

해설

$\overline{BF} : \overline{FA} = \overline{BE} : \overline{EC}$ 라면, $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이다.

$2.5 : 2 = 4 : 3.2$ 이므로 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고,$\triangle ABC$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?



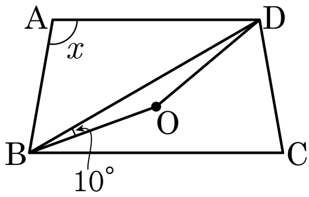
① $\dfrac{1}{11}a$ ② $\dfrac{11}{5}a$ ③ $\dfrac{11}{6}a$ ④ $\dfrac{5}{11}a$ ⑤ $\dfrac{6}{11}a$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $6 : 5$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 6 : 5$ 이다.

$$\therefore \triangle ABD = \frac{6}{11}\triangle ABC = \frac{6}{11} \times a = \frac{6}{11}a$$

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

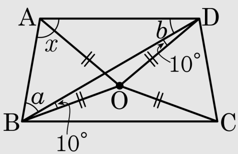
▷ 정답 : 100 °

해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10°$

$\therefore\ \angle DOB = 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10°$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 $360°$ 이므로

$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$

$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$

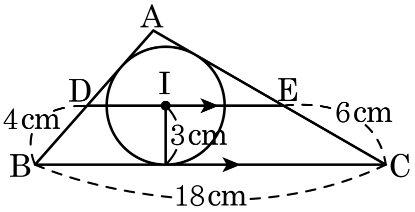
$= 2a + 2b + 200°$

$= 360°$

$\therefore\ a + b = 80°$

$\therefore\ \angle A = a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

17. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $42\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$

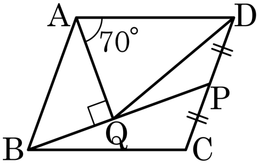
또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore \angle DBI = \angle DIB$

같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

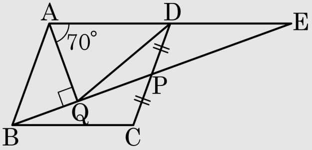
18. 다음은 $\angle AQB = 90°$ 고 $\overline{DP} = \overline{CP}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAQ = 70°$ 일때, $\angle DQP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{20°}$

해설



$\overline{AD}, \overline{BP}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하면

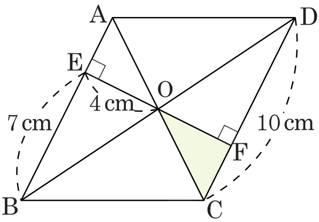
$\triangle BCP \equiv \triangle EDP$(ASA합동)

점 D 는 $\triangle AQE$ 의 외심이 된다.

$\overline{DA} = \overline{DQ} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DQP = 90° - 70° = 20°$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, $\triangle OCF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $6\,cm^2$

해설

$\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서

평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\angle AEO = \angle CFO = 90°$(엇각)

$\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle OAE \equiv \triangle OCF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OE} = \overline{OF} = 4(cm)$

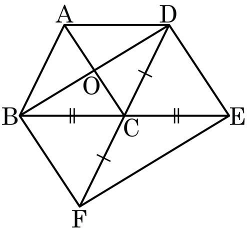
$\overline{AE} + 7 = 10$, $\overline{AE} = 3(cm)$

$\overline{CF} = \overline{AE}$이므로

$\therefore\ \overline{CF} = 3(cm)$

따라서 $\triangle OCF$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(cm^2)$

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle ADC$ 의 넓이가 $7\,cm^2$ 일 때, □BFED 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ **정답 :** $28\,\underline{cm^2}$

해설

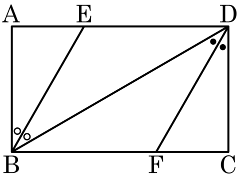
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 □BDEF 는 평행사변형이 된다.

$\triangle CBD$ 의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle ADC$ 의 넓이와 같다.

$\triangle CBD = 7\,cm^2$, □BFED $= 4 \times \triangle CBD$

$\therefore$ □BFED $= 4 \times 7 = 28\,(cm^2)$

21. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8cm$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

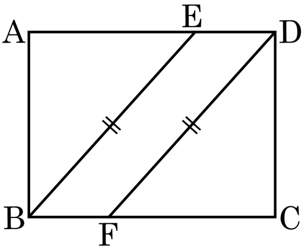
해설

$\overline{EB} // \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{DE} = 8cm$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(cm)$이다.

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

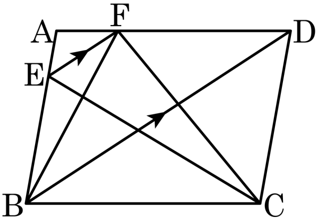
해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$

한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BD}//\overline{EF}$ 일 때, 넓이가 다른 것을 골라라.



보기

㉠ $\triangle EBD$ ㉡ $\triangle EBC$ ㉢ $\triangle FDB$

㉣ $\triangle CFD$ ㉤ $\triangle EFC$

▶ 답 :

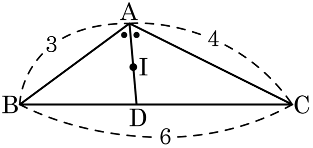
▷ 정답 : ㉤

해설

$\overline{BD} // \overline{EF}$ 임을 이용해야 한다.

$\triangle EBD = \triangle EBC$, $\triangle EBD = \triangle FDB = \triangle CFD$

24. 다음 그림에서 점 I는 내심이다. $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=6$ 일 때, $\overline{AI}:\overline{ID}$ 를 구하면?



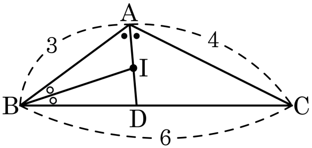
① 4 : 3　② 5 : 3　③ 6 : 5

④ 7 : 6　⑤ 8 : 5

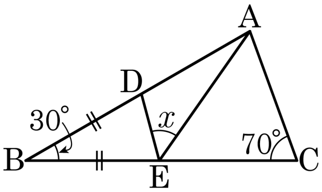
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=3:4$ 이므로 $\overline{BD}=6\times\frac{3}{7}=\frac{18}{7}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로 $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=3:\frac{18}{7}=7:6$



25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CA} = \overline{CE}$ 이고 $\angle DBE = 30°$, $\angle ACE = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 50 °

해설

$\triangle BED$ 에서 $\angle BED = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

$\triangle CAE$ 에서 $\angle AEC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\therefore \angle x = 180° - (75° + 55°) = 50°$