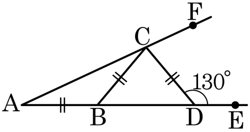
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 130°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기는?



① 15°　② 20°　③ 25°

④ 30°　⑤ 35°

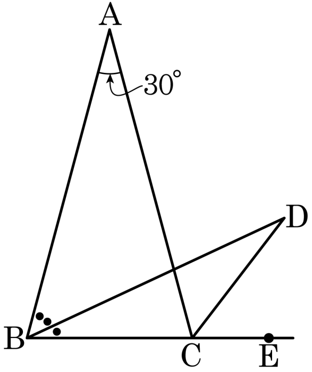
해설

$\angle CBD = \angle CDB = 50°$,

$\angle ABC = 180° - 50° = 130°$

$\therefore \ \angle CAB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

2. 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 삼등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 할 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 25° ② 27.5° ③ 30° ④ 32.5° ⑤ 35°

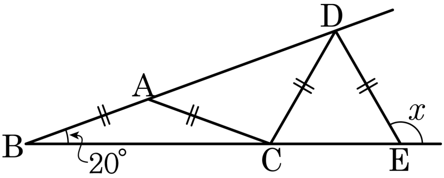
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C = (180° - 30°) \div 2 = 75°$ 이므로 $\angle DBC = 75° \div 3 = 25°$

그리고 $\angle ACE = 180° - 75° = 105°$, $\angle ACD = 105° \div 2 = 52.5°$

따라서 $\angle BDC = 180° - (25° + 75° + 52.5°) = 27.5°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

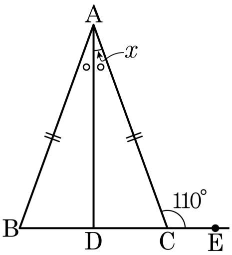
$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 40°$

$\angle ACD = 180° - (40° \times 2) = 100°$

$\angle DCE = 20° + 40° = 60°$

$\angle x = 180° - 60° = 120°$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ACE = 110°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



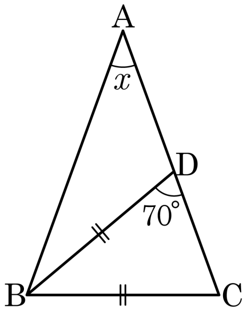
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 20°

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle ADC = 90°$
$\triangle ADC$에서 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $\angle x + 90° = 110°$이다.
따라서 $\angle x = 20°$이다.

5. $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$ 가 되도록 AC 위에 점 D 를 잡을 때, $\angle x$ 의 값은?



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\triangle$BCD 에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$ 이므로 이등변삼각형

$\angle BDC=\angle BCD=70°$

$\triangle$ABC 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=70°$

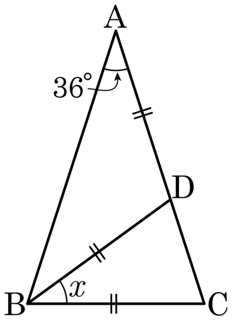
따라서 $\angle x+\angle ABC+\angle ACB=180°$ 이므로

$\angle x+70°+70°=180°$

$\angle x+140°=180°$

$\therefore \angle x=40°$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 36°　② 40°　③ 44°　④ 46°　⑤ 30°

해설

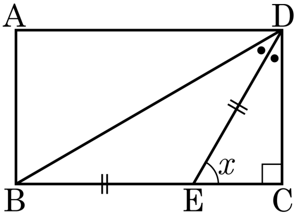
$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle ABD = 36°$

$\angle BDC = 36° + 36° = 72°$

$\triangle BDC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BDC = \angle BCD = 72°$

$\therefore \angle x = 180° - 72° - 72° = 36°$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$, $\angle BDE=\angle CDE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 65°

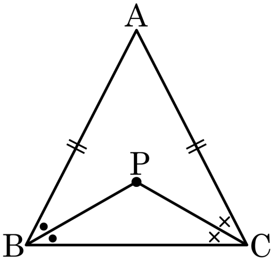
해설

$\angle BDE=\angle a$ 라고 하면 $\angle BDE=\angle CDE=\angle a$ 이고, $\angle x=2\angle a$
$\triangle CDE$ 의 내각의 합을 이용하면

$$\begin{aligned}180° &= \angle CDE+\angle DEC+\angle ECD \\ &= \angle a+2\angle a+90° \\ &= 3\angle a+90°\end{aligned}$$

$\therefore \angle a=30°$
한편 $\angle x=2\angle a$ 이므로
$\therefore \angle x=60°$

8. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \boxed{(가)}$

$\angle PBC = \boxed{(나)}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{(나)}\angle ACB$

$\therefore \boxed{(다)}$

즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{(라)}$ 이다.

따라서 $\boxed{(마)}$ 는 이등변삼각형이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle ACB$
② (나) 2
③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = (\angle ACB)$

$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,

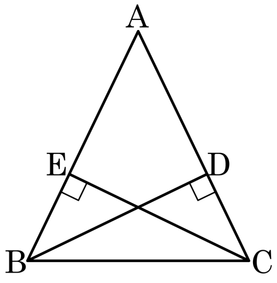
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$

$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$

즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$)이다.

따라서 ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD}=\overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

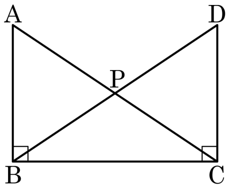


(가정)
(1) ($\overline{AB}=\boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD}=\boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC=\boxed{(다)}=90°$) ⋯㉠
($\angle B=\boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD}=\overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$ ② (나) $\overline{CE}$ ③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$ ⑤ (마) $\overline{BC}$

해설
(가정)
(1) ($\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD}=\boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC=\boxed{\angle CEB}=90°$) ⋯㉠
($\angle B=\boxed{\angle C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD}=\overline{CE}$

10. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$이면 $\triangle PBC$는 어떤 삼각형인가?



① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

i) $\overline{AC}=\overline{DB}$

ii) $\angle ABC=\angle DCB=90°$

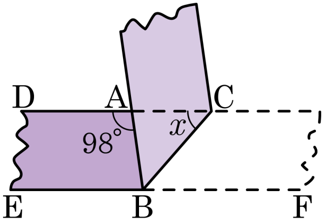
iii) $\overline{AB}=\overline{DC}$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$

따라서 $\angle DBC=\angle ACB$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

11. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접을 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $46°$ ③ $47°$ ④ $48°$ ⑤ $49°$

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle FBC$이고

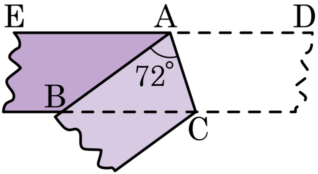
$\angle CBF = \angle BCA = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle ABC = \angle x$

$\angle DAB = \angle ABF = 98°$

$\therefore \ \angle x = \dfrac{98°}{2} = 49°$

12. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



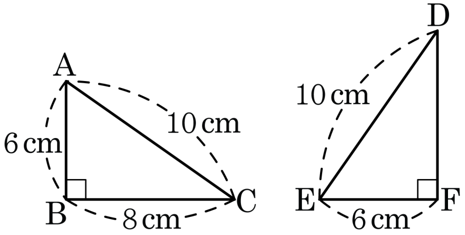
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

13. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



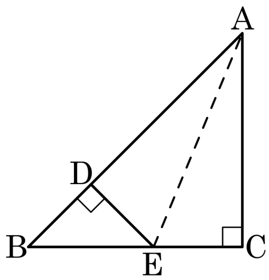
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

14. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90°$, $\angle ADE = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DAE = \angle CAE$

② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$

③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$

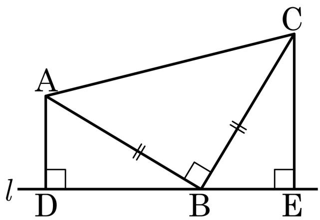
④ $\overline{BE} = \overline{EC}$

⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
$\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45°$
$\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$
$\angle DEB = 180° - \angle DEC = 45°$
$\angle DEB = \angle BAC = 45°$ (⑤)
$\angle B = \angle DEB = 45°$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$
$\overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉠
$\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서
i) $\overline{AE}$ 는 공통
ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$
iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90°$ (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로
$\angle DAE = \angle CAE$ (①)
합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ (②)

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle ADB =$ ㉠$\angle BEC = 90° \cdots$ ⓐ
$\overline{AB} =$ ㉡$\overline{CB} \cdots$ ⓑ
$\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$
또, $\triangle ADB$ 에서 ㉢$\angle ABD + \angle BAD = 90°$
㉣ $\therefore\ \angle BAD = \angle BCE \cdots$ ⓒ
ⓐ, ⓑ, ⓒ 에 의하여
$\triangle ADB \equiv BEC$(㉤RHA 합동)

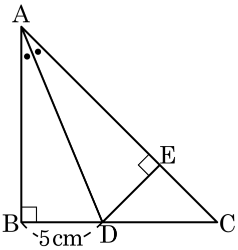
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
$\angle ADB =$ ㉠$\angle BEC = 90° \cdots$ ⓐ
$\overline{AB} =$ ㉡$\overline{CB} \cdots$ ⓑ
$\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$
또, $\triangle ADB$ 에서 ㉢$\angle ABD + \angle BAD = 90°$
㉣ $\therefore\ \angle BAD = \angle CBE \cdots$ ⓒ
ⓐ, ⓑ, ⓒ 에 의하여
$\triangle ADB \equiv BEC$(㉤RHA 합동)

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이라고 하고, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 한다. $\overline{BD}=5\,\text{cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)

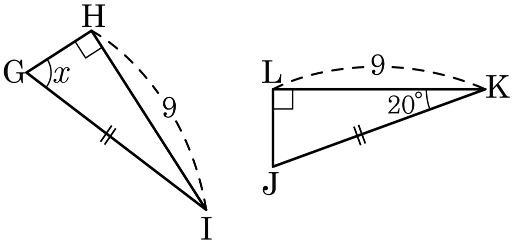
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{ED}$

$\angle ACB = 45°$이므로 $\angle EDC = 45°$

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{CE}$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CE}=5(\text{cm})$

17. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



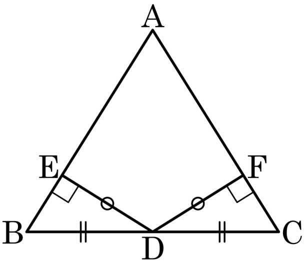
① 55°　　② 60°　　③ 65°　　④ 70°　　⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180° - 90° - 20° = 70°$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 32°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는 ?



① 52°　　② 56°　　③ 58°　　④ 62°　　⑤ 64°

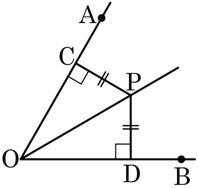
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 58°$

$\therefore \angle A = 180° - 58° \times 2 = 64°$

19. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



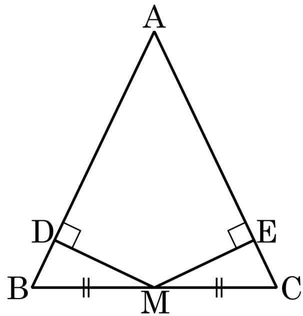
① SSS 합동　　② SAS 합동　　③ ASA 합동

④ RHA 합동　　⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 는 RHS 합동이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$

② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$

④ $\angle BMD=\angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB}=\overline{MC}$

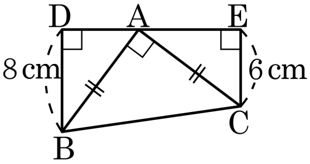
ii) $\angle B=\angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB=\angle MEC=90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB\equiv\triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD}=\overline{ME}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

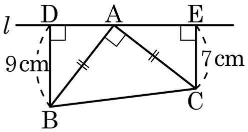
$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ 이므로

$\overline{DA}=\overline{EC}=6\,\text{cm}$

$\overline{AE}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=6+8=14(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

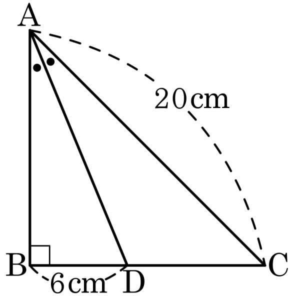
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

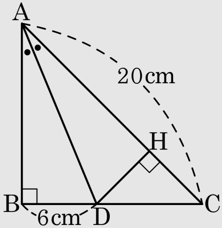
23. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56　② 57　③ 58　④ 59　⑤ 60

해설

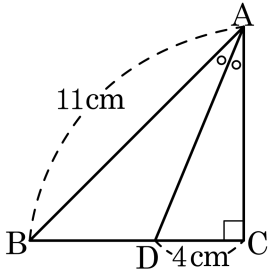
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

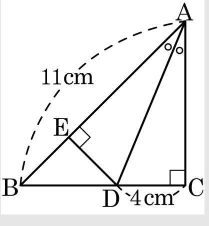
24. 다음 그림과 같이 $\angle C=90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB}=11\text{cm}$, $\overline{DC}=4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $22\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC=\angle DAE$ 이므로

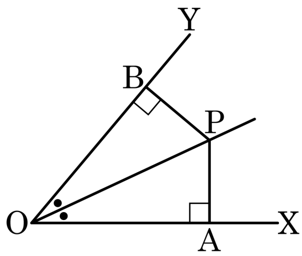
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE}=\overline{DC}$

$$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}$$

$$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DC}$$

$$=\frac{1}{2}\times 11\times 4=22\left(\text{cm}^2\right)$$

25. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

∠XOY 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
△PAO 와 △PBO 에 있어서
∠PAO = ((가)) = 90° ⋯ ㉠
가정에서∠POA = ((나)) ⋯ ㉡
$\overline{OP}$((다)) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
△PAO ≡ △PBO ((라) 합동)
∴ $\overline{PA}$ = ((마))

① (가)∠PBO
② (나) ∠POB
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{PB}$

해설

∠XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
△PAO 와 △PBO 에 있어서
∠PAO = (∠PBO) = 90° ⋯㉠
∠POA = (∠POB) ⋯ ㉡
$\overline{OP}$ = (빗변(공통변)) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
△PAO ≡ △PBO (RHA 합동)
∴ $\overline{PA}$ = ($\overline{PB}$)