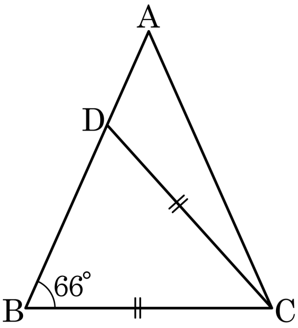
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{CD}$이고 $\angle B = 66°$일 때, $\angle ACD$의 크기는?

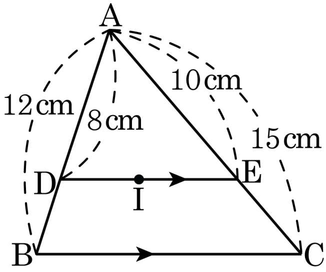


① 10° ② 15° ③ 18° ④ 23° ⑤ 25°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle BCD = 180° - 2 \times 66° = 48°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 66°$
$\therefore \angle ACD = 66° - 48° = 18°$

2. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB , AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle$ADE 의 둘레의 길이= (　　)cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 구하여라.



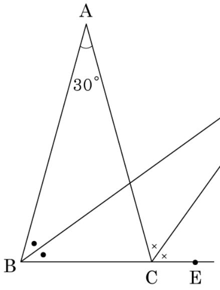
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = (12-8)+(15-10) = 4+5 = 9(\text{cm})$ 이다.
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= 8 + 10 + 9 = 27(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 D 라 하자. $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 15°

해설

$\angle B = \angle C = (180° - 30°) \div 2 = 75°$

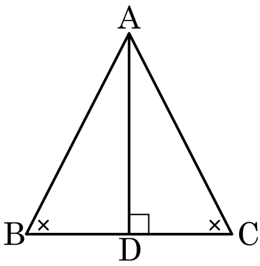
$\angle DBC = 75° \div 2 = 37.5°$

$\angle ACE = 180° - 75° = 105°$

$\angle ACD = 105° \div 2 = 52.5°$

$\angle x = 180° - (37.5° + 75° + 52.5°) = 15°$

4. 다음은 '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이는 과정이다.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB = \boxed{\text{(가)}}$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $\boxed{\text{(나)}}$° 이므로
$\angle BAD = \boxed{\text{(다)}}$
$\boxed{\text{(라)}}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{(마)}}$ 합동) 이므로
$\angle B = \angle C$
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

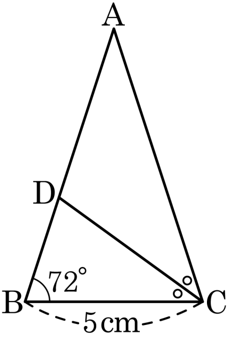
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle ADC$ ② (나) 180 ③ (다) $\angle CAD$
④ (라) $\angle A$ ⑤ (마) ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB =$ ($\angle ADC$)
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD =$ ($\angle CAD$)
($\overline{AD}$) 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

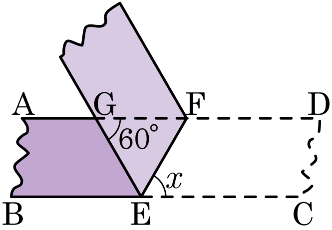


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

6. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 크기는?

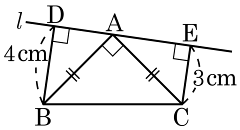


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 80°

해설

$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle \mathrm{GEF} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle \mathrm{GEF}$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $60^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 60^\circ$ 이다.

7. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 그은 것이다. $\overline{DE}$ 의 길이는?

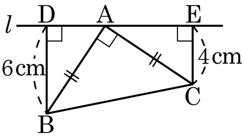


① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 7cm　⑤ 8cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이고
$\triangle ABD$ 에서 $\angle DBA + \angle BAD = 90°$ 이고
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$ 이므로 $\angle DBA = \angle CAE$
$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{DA} = \overline{EC}$ 이므로
$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. 점 B, C 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DB} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

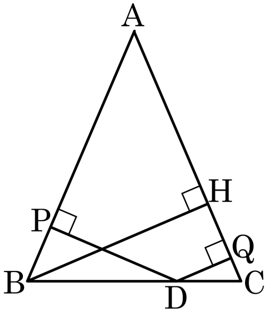
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$

$\angle BAD + \angle ABD = 90°$ 이므로 $\angle ABD = \angle CAE$ 이고,

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

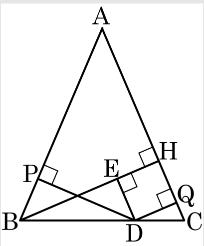
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} + \overline{AD} = \overline{DB} + \overline{EC} = 10(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 7\text{cm}$, $\overline{DQ} = 3\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이는?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

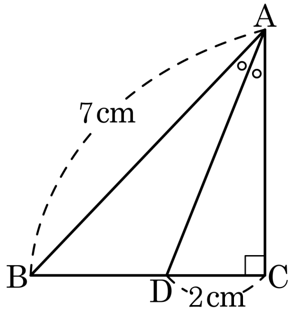


점 D 에서 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면

$\triangle PBD \equiv \triangle EDB$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = \overline{DP} + \overline{DQ} = 7 + 3 = 10(\text{cm})$

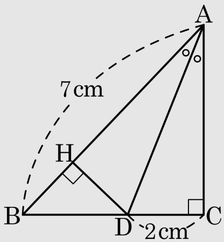
10. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 6cm^2 ③ 7cm^2 ④ 8cm^2 ⑤ 9cm^2

해설

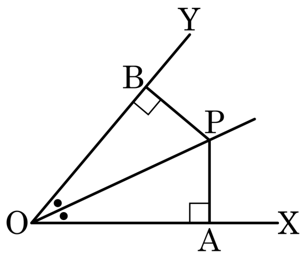
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$

11. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

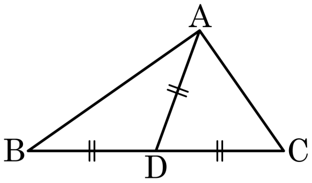
$\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle$PAO 와 $\triangle$PBO 에 있어서
$\angle$PAO $=$ (㈎) $= 90° \cdots$ ㉠
가정에서$\angle$POA $=$ (㈏) $\cdots$ ㉡
$\overline{\text{OP}}$(㈐) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAO $\equiv$ $\triangle$PBO (㈑ 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{PA}}$ $=$ (㈒)

① (가)$\angle$PBO
② (나) $\angle$POB
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{\text{PB}}$

해설

$\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle$PAO 와 $\triangle$PBO 에 있어서
$\angle$PAO $=$ ($\angle$PBO) $= 90° \cdots$㉠
$\angle$POA $=$ ($\angle$POB) $\cdots$ ㉡
$\overline{\text{OP}}$ $=$ (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle$PAO $\equiv$ $\triangle$PBO (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{PA}}$ $=$ ($\overline{\text{PB}}$)

12. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이면 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



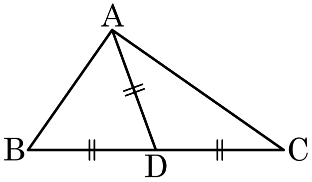
▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 직각삼각형의 외심이다.

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 없는 삼각형의 종류는 무엇인가?

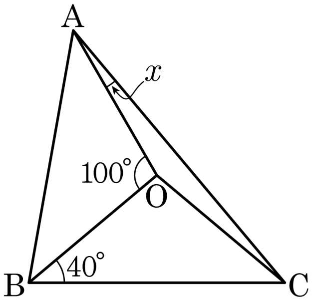


① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

14. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

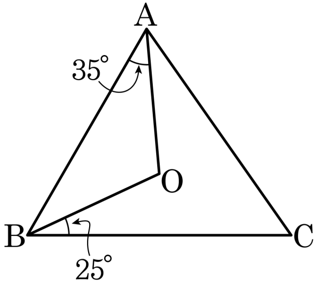


① 10°　　② 20°　　③ 30°　　④ 40°　　⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \ \angle x = 10°$.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① 40 ° ② 45 ° ③ 50 ° ④ 55 ° ⑤ 60 °

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

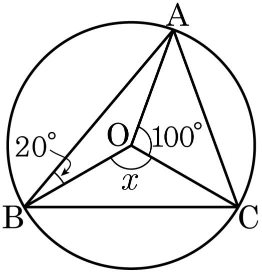
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

16. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 40°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = 20°$

$\therefore \ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$

점 O가 삼각형의 외심이므로

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

17. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창고 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

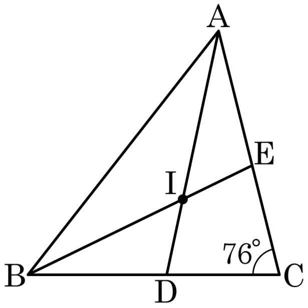
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

18. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

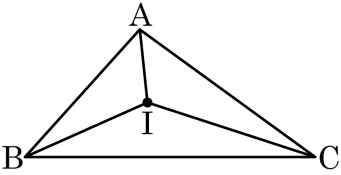
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^\circ}$

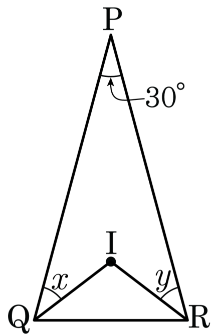
▷ 정답 : $\underline{36^\circ}$

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$이므로, $\angle AIB = 360^\circ \times \dfrac{6}{20} = 108^\circ$이다.

$\angle AIB = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle ACB = 108^\circ$에서 $\angle ACB = 36^\circ$이다.

20. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x + y$의 값을 구하면?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

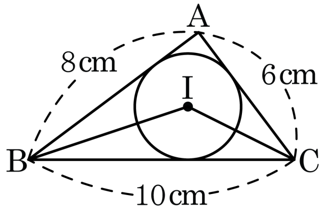
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.

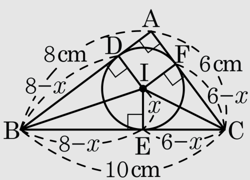


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 10 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.

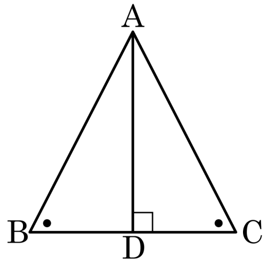


내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2\text{cm}$

$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle B = \angle C$

$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡

$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로

$\overline{AB} = \overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

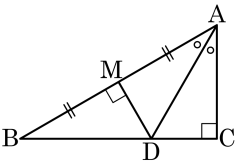
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : $\underline{30°}$

해설

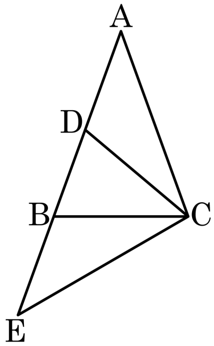
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.

$\angle B + \angle A = 90°$ 이고

$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로

$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$ 이다.

24. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 40 °

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$

$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$

$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로

$\angle ECB = \angle y$

$\angle ACE = 100°$ 이므로

$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠

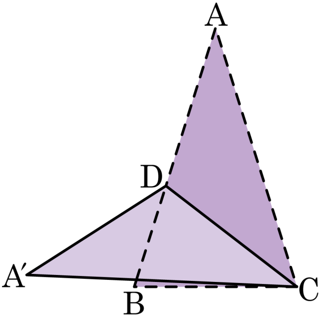
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°, \ \angle y = 30°$

$\therefore \ \angle x = \angle BCD = 40°$

25. 다음 그림은 ∠A 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. ∠A 가 35° 일 때, ∠BCD 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle$ADC는 이등변삼각형이므로

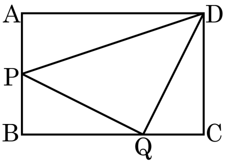
$\angle A = \angle ACD = 35°$

$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$

($\because$ $\triangle$ABC는 이등변삼각형)

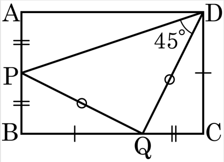
$\therefore$ $\angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

26. 다음 그림의 $\overline{AB}$: $\overline{BC}$ = 2 : 3 인 직사각형ABCD에서 점 P는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q는 변 BC를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$의 크기는?



① 45°　　② 50°　　③ 55°　　④ 60°　　⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D와 Q를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

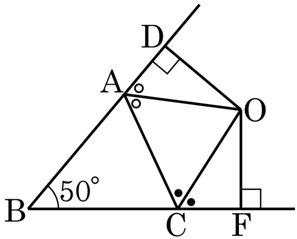
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

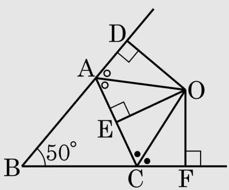
27. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

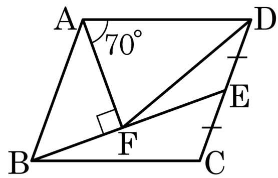
28. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

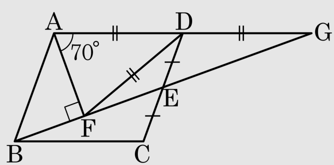
29. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면

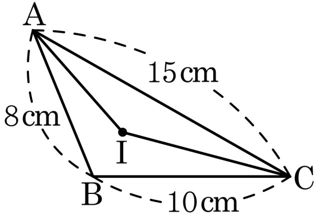
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,

$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.

직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$

$\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

30. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

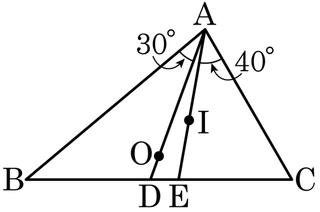
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r\ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

31. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30°$, $\angle CAE = 40°$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

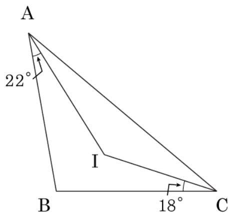
해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10°$,$\angle OBA = \angle OAB = 30°$

$\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90°$ 이므로 $\angle OBC = 10°$

$\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70°$

32. 다음 $\triangle ABC$에서 점 I는 삼각형의 내심이다. $\angle BAI = 22°, \angle BCI = 18°$일 때,
$\angle AIC : \angle ABC$를 간단한 정수비로 나타내어라.



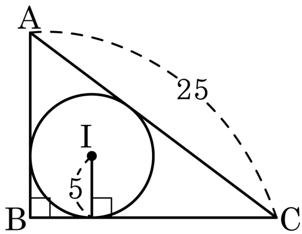
▶ 답 :

▷ 정답 : 7 : 5

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle BAI = \angle CAI = 22°$, $\angle BCI = \angle ACI = 18°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle AIC = 180° - 22° - 18° = 140°$이다.
또, 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle AIC = 140° = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC$
이므로
$\angle ABC = 100°$이다.
$\therefore \angle AIC : \angle ABC = 140 : 100 = 14 : 10 = 7 : 5$

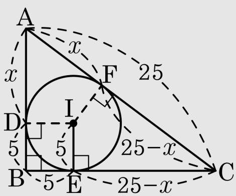
33. 다음 그림에서 직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 5이고, 빗변의 길이가 25일 때, 직각삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설



점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에 그은 수선을 각각 D, E, F라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이고, □IDBE는 정사각형이 된다.

$\overline{AF}=x$라 하면, $\overline{CF}=25-x$가 되고, $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 x를 이용하여 나타내면,

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{AF}+\overline{DB}=x+5$,

$\overline{BC}=\overline{CE}+\overline{EB}=\overline{CF}+\overline{EB}=25-x+5=30-x$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times\{25+(x+5)+(30-x)\}=\dfrac{5}{2}\times 60=150$