1. $1 < x < 3$ 인 x에 대하여 방정식 $x^2 - [x]x - 2 = 0$의 해를 구하여라.
(단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수)

① 2 ② $1+\sqrt{2}$ ③ $1+\sqrt{3}$

④ $\sqrt{5}-1$ ⑤ $2\sqrt{2}-1$

해설

(i) $1 < x < 2$일 때, $[x] = 1$
준식은 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x-2)(x+1) = 0$
$\therefore\ x = -1$ 또는 $x = 2$
그런데 $1 < x < 2$이므로 만족하는 해가 없다.
(ii) $2 \le x < 3$일 때, $[x] = 2$
준식은 $x^2 - 2x - 2 = 0$이고 근의 공식에 의하여 $x = 1 \pm \sqrt{3}$
그런데 $2 \le x < 3$이므로 만족하는 해는
$x = 1 + \sqrt{3}$

2. 부등식 $\left|\frac{(1-a)x}{x^2+1}\right| < 1$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때, a의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 3$

② $a < -1$ 또는 $a > 3$

③ $-1 < a < 3$

④ $-1 \leq a \leq 3$

⑤ $-3 < a < 1$

해설

$-1 < \frac{(1-a)x}{x^2+1} < 1$

$\Rightarrow$ i) $-x^2-1 < (1-a)x$,

ii) $(1-a)x < x^2+1$

$\Rightarrow$ i) $x^2+(1-a)x+1 > 0$,

ii) $x^2+(a-1)x+1 > 0$

둘 모두 판별식이 0보다 작아야 한다.

$D = (1-a)^2 - 4 < 0$

$D = (a-1)^2 - 4 < 0$

$\Rightarrow$ $(a-3)(a+1) < 0$

$\Rightarrow$ $-1 < a < 3$

$-1 < a < 3$

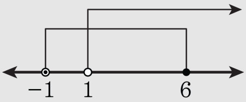
$\therefore$ $-1 < a < 3$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-5x-6\le 0 \\ (x+k)(x-1)>0 \end{cases}$ 의 해가 $1<x\le 6$ 이 되도록 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $k>1$　② $k\ge 1$　③ $k<-1$

④ $k>-1$　⑤ $k\ge -1$

해설



$x^2-5x-6\le 0$,

$(x-6)(x+1)\le 0$,

$-1\le x\le 6$

연립방정식의 해가 $1<x\le 6$이 되려면

$(x+k)(x-1)>0$의 해는 $x>1$, $x<-k$이어야 하고

다음 그림에서 k의 범위는 $-k\le -1$, $k\ge 1$

4. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$$x^2+y^2-2x+4y+1=0, \quad 3x-4y+6=0$$

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$(x-1)^2+(y+2)^2=2^2$

따라서 , 원의 중심 $(1,-2)$ 에서 직선

$3x-4y+6=0$ 까지의 거리 d 는

$$d=\frac{|17|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5}>2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

$\therefore$ 교점의 개수 : 0 개

5. 이차함수 $y = 6x^2 + ax + b$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3 ⑤ 0

해설

이차부등식 $6x^2 + ax + b < 0$의 해가 $\frac{1}{3} < x < \frac{5}{2}$

이므로 $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{2}$는 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$의

두 실근이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{1}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{a}{6}$에서 $a = -17$

$\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{b}{6}$에서 $b = 5$

$\therefore\ a + b = -12$

6. 두 부등식 $x^2+2x-15>0$, $x^2-x+k\le 0$에 대하여 두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x의 값은 $3<x\le 6$일 때, 상수 k 의 값은?

① -48　② -30　③ -18　④ 12　⑤ 24

해설

부등식 $x^2+2x-15>0$ 에서

$(x+5)(x-3)>0$, $x>3$ 또는 $x<-5$

부등식 $x^2-x+k\le 0$ 에 대하여

두 부등식의 공통범위가 $3<x\le 6$ 이므로

$x^2-x+k\le 0$ 를 만족하는 범위는

$-5\le x\le 6$ $(x-6)(x+5)\le 0$

$x^2-x-30\le 0$

$\therefore k=-30$

7. 두 부등식 $|x-a|<2,\ x^2-2x+1-b^2\leq 0$을 동시에 만족하는 x의 값이 없도록 하는 양수 a, b의 관계식은?

① $a-b\geq 3$　② $a-b\leq 3$　③ $a-b>3$

④ $a-b<3$　⑤ $a-b>-3$

해설

$-2<x-a<2$

$\Rightarrow\quad -2+a<x<2+a$

$x^2-2x+1-b^2\geq 0$

$\Rightarrow \{x-(1+b)\}\{x-(1-b)\}\leq 0$

$\Rightarrow\quad 1-b\leq x\leq 1+b$

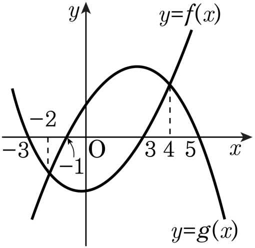
두 부등식의 공통범위가 없으려면

$2+a\leq 1-b$이거나

$1+b\leq -2+a$이어야 한다

$\Rightarrow a+b\leq -1$ 또는 $a-b\geq 3$

8. 두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)g(x)>0$의 해는?



① $x<-1$ 또는 $x>3$

② $x<-1$ 또는 $4<x<5$

③ $-3<x<-1$ 또는$3<x<5$

④ $-3<x<-2$ 또는 $4<x<5$

⑤ $-2<x<-1$ 또는 $3<x<5$

해설

$f(x)g(x)>0$에서 $f(x)>0$, $g(x)>0$ 또는 $f(x)<0$, $g(x)<0$

(ⅰ) $f(x)>0$, $g(x)>0$을 만족하는 x의 값의 범위는 $3<x<5$

(ⅱ) $f(x)<0$, $g(x)<0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는 $-3<x<-1$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 부등식의 해는 $-3<x<-1$ 또는 $3<x<5$

9. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식 $\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$ 의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ $b^2 - 4ac > 0$

ㄴ $a + c < b$

ㄷ $a < 1$이고 $b < c$

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ 두 식의 판별식 값이 모두 $b^2 - 4ac$이고 $D > 0$이어야 해가 존재하므로 옳다.

ㄴ주어진 식에 1을 대입하면 성립한다.

10. x에 대한 이차부등식 $x^2-10x-24 \geq 0$,
$(x+1)(x-a^2+a) \leq 0$을 동시에 만족하는 x의 값의 존재하지 않도록 상수 a의 값의 범위는?

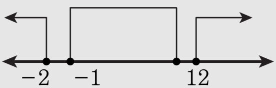
① $-3 < a < 12$ ② $-3 < a < 8$ ③ $-3 < a < 4$
④ $-2 < a < 12$ ⑤ $-2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} x^2-10x-24 \geq 0 & \cdots (가) \\ (x+1)(x-a^2+a) \leq & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서
$(x-12)(x+2) \geq 0$
$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 12$ (가)와 (나)의
공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서

$a^2-a > -2 \cdots$(다)



$a^2-a < 12 \cdots$(라)

(다)에서$a^2-a+2>0$, $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$

$\therefore$모든 실수
(라)에서 $a^2-a-12<0$, $(a+3)\times(a-4)<0$
$\therefore -3 < a < 4$
따라서 (다)와 (라)의 공통 범위를 구하면
$-3 < a < 4$

11. 직선 $3x+4y+k=0$이 원 $x^2+y^2=4$와 서로 만나지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $k=-10$ ② $k=10$

③ $-10<k<10$ ④ $k<-10$ 또는 $k>10$

⑤ $k>10$

해설

직선 $3x+4y+k=0$ 에서 원의 중심 $(0,\ 0)$ 까지의 거리를 d 라 하면

$d=\dfrac{|k|}{5}$ 이다.

원과 직선이 만나지 않을 때, $d>r$ 이므로

$$\frac{|k|}{5}>2$$

$\therefore\ k<-10$ 또는 $k>10$

12. 부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되어야하므로

$0 \le x \le 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \le x \le 2$ 에서

$f(x) \le 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서

$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

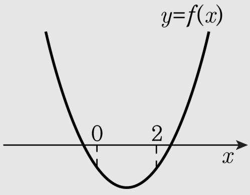
$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서

$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



13. 직선 $y=2x+b$ 와 원 $x^2+y^2=4$ 이 만나지 않을 때, 상수 b 의 범위를 구하면?

① $b<-\sqrt{5}$ 또는 $b>\sqrt{5}$
② $b<-2\sqrt{5}$ 또는 $b>2\sqrt{5}$
③ $b<-3\sqrt{5}$ 또는 $b>3\sqrt{5}$
④ $b<-4\sqrt{5}$ 또는 $b>4\sqrt{5}$
⑤ $b<-5\sqrt{5}$ 또는 $b>5\sqrt{5}$

해설

원과 직선의 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식
$5x^2+4bx+b^2-4=0 \cdots\cdots ㉠$
의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(2b)^2-5\left(b^2-4\right)=-b^2+20$$

원과 직선이 만나지 않으려면 ㉠이
실근을 갖지 않아야 하므로

$\frac{D}{4}<0$ 에서 $-b^2+20<0, b^2-20>0$

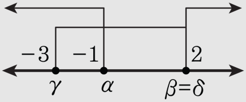
$\therefore b<-2\sqrt{5}$ 또는 $b>2\sqrt{5}$

14. 두 부등식 $x^2+ax+b \geq 0$, $x^2+cx+d \leq 0$을 동시에 만족하는 x의 범위가 $-3 \leq x \leq -1$ 또는 $x=2$라고 한다.
이 때 $a+b+c+d$의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -8 ④ -10 ⑤ -3

해설

$x^2+ax+b \geq 0$의 해를 $x \leq \alpha$, $x \geq \beta$
$x^2+cx+d \leq 0$의 해를 $\gamma \leq x \leq \delta$라고 하면



공통의 해가 $-3 \leq x \leq -1$ 또는 $x=2$이려면
다음 그림에서와 같이 $\alpha=-1$, $\beta=2$, $\gamma=-3$, $\delta=2$이어야 한다.
$\therefore x^2+ax+b=(x+1)(x-2)=x^2-x-2$이므로 $a=-1$, $b=-2$
$x^2+cx+d=(x+3)(x-2)=x^2+x-6$이므로 $c=1$, $d=-6$
따라서 $a+b+c+d=-1+(-2)+1+(-6)=-8$

15. 방정식 $\left[x+\frac{1}{2}\right]^2-3\left[x-\frac{1}{2}\right]-7=0$의 해 $a \le x < b$ 또는 $c \le x < d$에 대하여 $a+b+c+d$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\left[x-\frac{1}{2}\right]=\left[x+\frac{1}{2}\right]-1$이므로

$\left[x+\frac{1}{2}\right]^2-3\left[x+\frac{1}{2}\right]-4=0$

$\left[x+\frac{1}{2}\right]=4$또는 $\left[x+\frac{1}{2}\right]=-1$이므로

$\frac{7}{2} \le x < \frac{9}{2}, -\frac{3}{2} \le x < -\frac{1}{2}$이다

따라서 구하는 값은

$\therefore a+b+c+d=6$

16. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 12x - 45 > 0 \\ (x+2)(x-a^2+2a) < 0 \end{cases}$ 을 만족하는 x의 값이 존재하지 않을 때, 정수 a의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

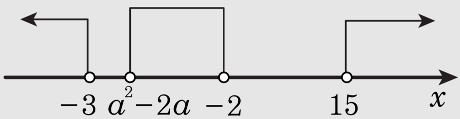
해설

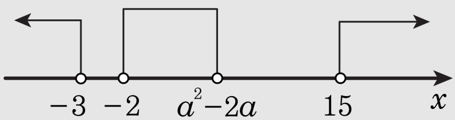
$x^2 - 12x - 45 > 0$에서

$(x+3)(x-15) > 0$

$\therefore x < -3$ 또는 $x > 15 \cdots$ ㉠

$(x+2)\{x-(a^2-2a)\} < 0 \cdots$ ㉡





$-3 \le a^2 - 2a \le 15$이면서

부등식 ㉠, ㉡를 동시에 만족하는

x은 존재하지 않는다.

(ⅰ) $-3 \le a^2 - 2a$에서

$a^2 - 2a + 3 = (a-1)^2 + 2 \ge 0$이므로

모든 실수 a에 대하여 항상 성립한다.

(ⅱ) $a^2 - 2a \le 15$에서

$a^2 - 2a - 15 \le 0,\ (a+3)(a-5) \le 0$

$\therefore -3 \le a \le 5$

따라서 정수 a는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

17. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7-2a)x - 7a < 0 \end{cases}$

을 만족하는 정수가 -3한 개뿐일 때, 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $-3 < a \le 3$ ② $-3 < a \le 2$ ③ $-2 < a \le 7$

④ $0 < a \le 7$ ⑤ $7 < a \le 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$에서

$(x+2)(x-2) > 0$

$\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots$ ㉠

$2x^2 + (7-2a)x - 7a < 0$에서

$(2x+7)(x-a) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 동시에 만족하는 정수가

-3뿐이어야 하므로

a가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \le 3$이다.

18. 직선 $y = mx + 5$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 서로 만나지 않을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{6} < m < 2\sqrt{6}$

③ $-2 < m < 2$

④ $-2\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3}$

⑤ $-4 < m < 4$

해설

직선 $y = mx + 5$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과
서로 만나지 않으므로, 원의 중심 $(0, 0)$ 에서
직선까지의 거리가 반지름의 길이 1보다 커야 한다.

$$\frac{5}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} > 1$$

$\therefore \sqrt{m^2 + 1} < 5$ 양변을 제곱하여 정리하면

$m^2 + 1 - 25 < 0, \quad m^2 - 24 < 0$

$(m - 2\sqrt{6})(m + 2\sqrt{6}) < 0$

$\therefore -2\sqrt{6} < m < 2\sqrt{6}$

19. $-2 \le x \le 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \ge a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \le a \le 0$ ② $-2 \le a \le 2$ ③ $0 \le a \le 4$

④ $2 \le a \le 4$ ⑤ $4 \le a \le 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고
$-2 \le x \le 2$ 에서
$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.
$f(x) = (x-3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로
$-2 \le x \le 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,
$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \ge 0$
$a^2 - 6a + 8 \le 0 \quad \Rightarrow \quad (a-2)(a-4) \le 0$
$\therefore \ 2 \le a \le 4$

20. 두 부등식 $x<-1,\ x>2$, $2x^2+(5+2a)x+5a<0$을 동시에 만족하는 정수 x의 값이 $x=-2$뿐일 때, 실수 a의 최솟값은? (단, $a<\frac{5}{2}$)

① -3　　② -2　　③ 1　　④ 2　　⑤ -5

해설

$2x^2+(5+2a)x+5a=(2x+5)(x+a)<0$

$-\frac{5}{2}<x<-a\ \left(\because\ a<\frac{5}{2}\right)$

두 부등식을 만족하는 정수가 $x=-2$뿐이므로 $-2<-a\le 3$

$\therefore\ -3\le a<2$

따라서, 구하는 a의 최솟값은 -3

21. x에 대한 이차부등식 $a(2x^2+1) \le (x-1)^2$의 해가 없도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $0 < a < \frac{3}{2}$
② $a > \frac{3}{2}$
③ $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{2}$
④ $a \ge \frac{3}{2}$
⑤ $a < \frac{1}{2}$ 또는 $a > \frac{3}{2}$

해설

$a(2x^2+1) \le (x-1)^2$에서

$2ax^2 + a \le x^2 - 2x + 1$,

$(2a-1)x^2 + 2x + a - 1 \le 0$이므로

$2a - 1 > 0$일 때

즉 $a > \frac{1}{2}$일 때

$\frac{D}{4} = 1 - (2a-1)(a-1)$

$= 1 - (2a^2 - 3a + 1) = -2a^2 + 3a < 0$이어야

모든 x에 대하여 성립한다.

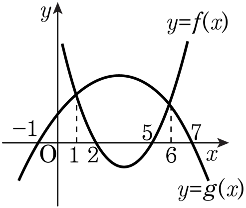
즉 $a(2a-3) > 0$

$a < 0$ 또는 $a > \frac{3}{2}$인데

$a > \frac{1}{2}$이어야 하므로

$a > \frac{3}{2}$

22. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, 부등식 $0 < g(x) < f(x)$의 해는 $a < x < b$ 또는 $c < x < d$이다. 이 때, $a + b + c + d$의 값은?



① 14 ② 13 ③ 12

④ 11 ⑤ 10

해설

$0 < g(x) < f(x)$에서 $g(x) > 0$이고 $g(x) < f(x)$

(i) $g(x) > 0$을 만족하는 x의 값의 범위는 $-1 < x < 7$

(ii) $g(x) < f(x)$를 만족하는 x의 값의 범위는 $x < 1$ 또는 $x > 6$

따라서, (i)과 (ii)를 동시에 만족하는 x의 값의 범위는 $-1 < x < 1$ 또는 $6 < x < 7$

즉, $a = -1,\ b = 1,\ c = 6,\ d = 7$이므로 $a + b + c + d = 13$

23. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 2 \le 0 \\ x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 x의 범위가 $1 < x \le 2$일 때, k의 범위는?

① $k > -1$ ② $k > 0$ ③ $k < -1$

④ $k < 1$ ⑤ $k > -2$

해설

$x^2 - x - 2 \le 0$ 에서

$(x+1)(x-2) \le 0 \quad \therefore -1 \le x \le 2 \cdots\cdots$ ㉠

$x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0$ 에서

$\{x - (k+2)\} \cdot (x-1) < 0 \cdots\cdots$ ㉡

i) $k + 2 < 1$ 이면

㉡의 해는 $k + 2 < x < 1$ 가 되므로

㉠, ㉡ 의 공통범위가 $1 < x \le 2$ 가 될 수 없다.

ii) $k + 2 > 1$ 이면

㉡의 해는 $1 < x < k + 2 \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉢의 공통범위가 $1 < x \le 2$ 가 되려면

$k + 2 > 2 \quad \therefore k > 0$

24. 두 부등식 $-x^2-3x+4\le 0$,
$x^2+ax+b<0$에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x의 값은 $1\le x<3$일 때, 실수 a, b의 합 $a+b$를 구하면?

① -12　② -11　③ -10　④ 11　⑤ 12

해설

$-x^2-3x+4\le 0$,　$x^2+3x-4\ge 0$

$\Rightarrow x\le -4$ 또는 $x\ge 1$

$\therefore\ a=1,\ b=-12 \quad\Rightarrow\quad a+b=-11$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - (k+3)x + 3k > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x \le 4$ 가 되도록 하는 k의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 1$ ② $-1 < k < 3$ ③ $k \ge -1$

④ $k \le 1$ ⑤ $-1 \le k \le 3$

해설

$x^2 - 5x + 4 \le 0$에서 $(x-1)(x-4) \le 0,\ 1 \le x \le 4$

$x^2 - (k+3)x + 3k > 0$에서 $(x-k)(x-3) > 0$

ⅰ) $x < k$ 또는 $x > 3$

ⅱ) $x < 3$ 또는 $x > k$

해가 $3 < x < 4$가 되려면 ⅰ)의 경우이어야 하고 $k \le 1$ 이어야 한다

26. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 = 4, \quad y = x + 3$

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $y = x + 3$ 까지의 거리를 d 라 하면,

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

이때, $d = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} > 2 = r$

이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

$\therefore$ 교점의 개수 : 0 개

27. x에 대한 연립부등식 $\begin{cases}(x+a)(x-4)<0\\(x-a)(x-3)>0\end{cases}$ 의 해가 $3<x<4$가 되도록 하는 실수 a 의 값의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M-m$의 값을 구하면?

① 3 ② -3 ③ 4 ④ -4 ⑤ -7

해설

$(x+a)(x-4)<0 \cdots\cdots$ ㉠
$(x-a)(x-3)>0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통해가 $3<x<4$이므로
$-a<4,\ a<3$ 이어야 한다.
$\therefore$ ㉠의 해는 $-a<x<4 \cdots\cdots$ ㉢
㉡의 해는 $x<a$ 또는 $x>3 \cdots\cdots$ ㉣
㉢, ㉣의 공통 범위가 $3<x<4$ 이려면
$-a\le 3,\ a\le -a$
$\therefore -3\le a\le 0$
$\therefore M=0,\ m=-3 \therefore M-m=3$