

1. 다음 그림에서 $\square JKGC$ 와 넓이가 같은 도형은?

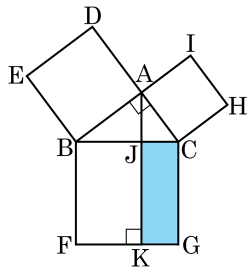
① $\square DEBA$

② $\square BFKJ$

③ $\square ACHI$

④ $\triangle ABC$

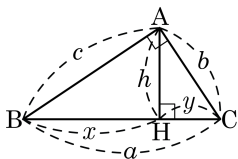
⑤ $\triangle ABJ$



해설

$\square JKGC$ 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $c^2 = ax$

㉡ $bx = cy$

㉢ $b^2 = ay$

㉤ $bc = ah$

㉥ $a^2 = bc$

㉦ $h^2 = xy$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉦

해설

㉠ $c^2 = ax$ (○)

㉡ $bx = cy$

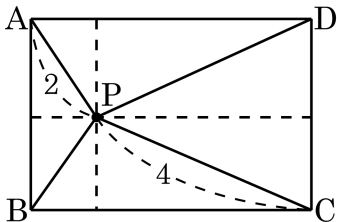
㉢ $b^2 = ay$ (○)

㉤ $bc = ah$ (○)

㉥ $a^2 = bc$

㉦ $h^2 = xy$ (○)

3. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{AP} = 2$, $\overline{CP} = 4$ 이면, $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 의 값은?



① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

$$\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 = 2^2 + 4^2 = 20$$

4. 두 변의 길이가 각각 5, 12 인 직각삼각형을 만들려면 나머지 한 변의 길이를 a 또는 b 로 해야 한다. $b^2 - 2a$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 93

해설

나머지 한 변을 x 라고 하면

(1) $x > 12$ 일 때, $x = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

$$\therefore a = 13$$

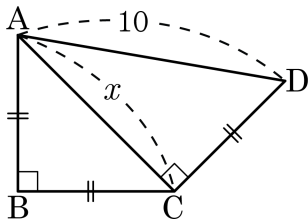
(2) $5 < x \leq 12$ 일 때,

$$x = \sqrt{12^2 - 5^2} = \sqrt{119}$$

$$b = \sqrt{119}$$

$$\begin{aligned}\therefore b^2 - 2a &= (\sqrt{119})^2 - 2 \times 13 \\ &= 119 - 26 = 93\end{aligned}$$

5. 다음 그림을 보고 x 의 값을 바르게 구한 것은?



① $\frac{10\sqrt{5}}{3}$

② $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

③ $\frac{11\sqrt{5}}{3}$

④ $\frac{11\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\frac{13\sqrt{6}}{3}$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = a$ 라고 하면

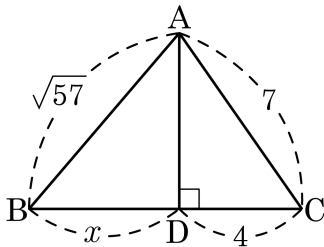
$x = a\sqrt{2}$ 이므로

$$2a^2 + a^2 = 100, a^2 = \frac{100}{3} \therefore a = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

6. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 x 의 값을 구하여라.



① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{6}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{6}$

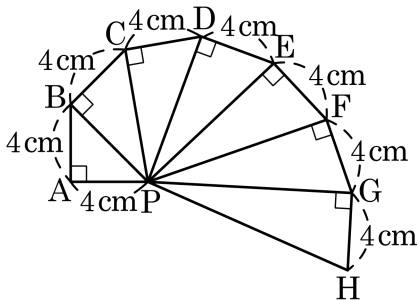
⑤ $5\sqrt{6}$

해설

$$\overline{AD} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{49 - 16} = \sqrt{33}$$

$$\therefore x = \sqrt{(\sqrt{57})^2 - (\sqrt{33})^2} = \sqrt{57 - 33} = 2\sqrt{6}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



① $5\sqrt{2}$

② $6\sqrt{2}$

③ $7\sqrt{2}$

④ $8\sqrt{2}$

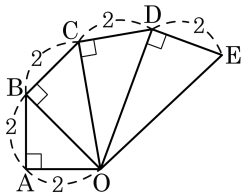
⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$$\overline{PB} = 4\sqrt{2}, \overline{PC} = 4\sqrt{3}, \overline{PD} = 4\sqrt{4}, \dots$$

$$\therefore \overline{PH} = 4\sqrt{8} = 8\sqrt{2}$$

8. 다음 그림에서 $\triangle ODE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

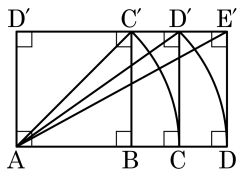
▷ 정답 : 4

해설

$$\overline{OD} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2} = 4 \text{이다.}$$

따라서 $\triangle ODE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\square ABC'D'$ 은 정사각형이고 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



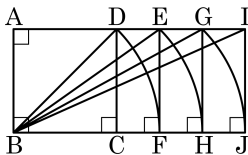
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB} = x$ 라고 두면 $\overline{AD} = \sqrt{x^2 + x^2 + x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}, x = 2$ 이다.

10. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BE} = \overline{BH}$, $\overline{BG} = \overline{BJ}$ 이고, $\overline{BG} = 6$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

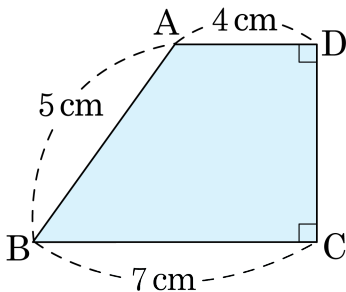
▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{AB} = a$ 라고 하면 $\overline{BG} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = 2a = 6, a = 3$ 이다.

따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ 이다.

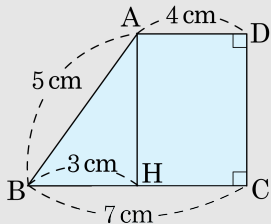
11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{65}$ cm

해설

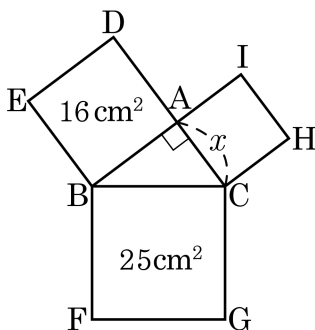


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 수선의 발을 H 라 하자. $\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm}) \text{ 가 된다.}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$$

12. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x 의 값을 구하여라.

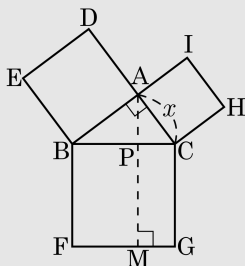


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

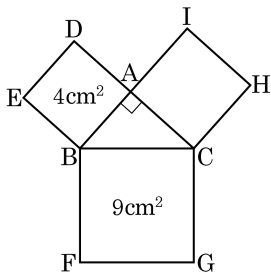
해설

$\overline{BC}$ 와 수직인 $\overline{AM}$ 을 그을 때 $\overline{BC}$ 와의 교점을 P라고 하면,
 $\square BFMP = \square EBAD$, $\square PMGC = \square IACH$ 이다.



$\square PMGC = 25 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2 = \square ACHI$ 이다. 그러므로
 $x = 3 \text{ cm}$ 이다.

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\square ABED = 4\text{cm}^2$, $\square BFGC = 9\text{cm}^2$ 일 때, $\square ACHI$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



답 :

cm^2

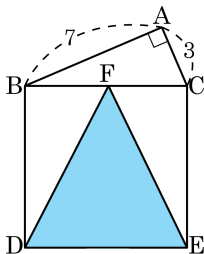


정답 : 5cm^2

해설

($\square ABED$ 의 넓이) + ($\square ACHI$ 의 넓이)
 = ($\square BFGC$ 의 넓이) 이므로 공식을 적용하면
 $\square ACHI$ 의 넓이는 5cm^2 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\square BDEC$ 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 3$ 이고, 점 F 는 $\overline{BC}$ 위의 한 점일 때, $\triangle FDE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

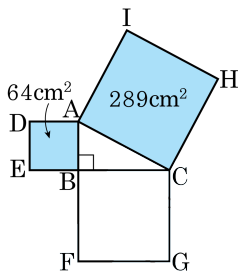
▷ 정답 : 29

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$$

따라서 $\triangle FDE = \frac{1}{2} \square BDEC = \frac{1}{2} \times (\sqrt{58})^2 = 29$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변 위에 정사각형 ADEB, BFGC, ACHI를 만들었다. $\square ADEB$ 의 넓이가 64cm^2 이고 $\square ACHI$ 의 넓이가 289cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

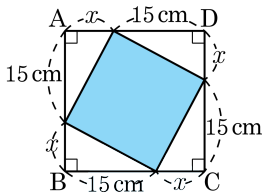
▷ 정답: 15cm

해설

$\square BFGC$ 의 넓이는 $289 - 64 = 225(\text{cm}^2)$,

$\square BFGC$ 는 정사각형이므로 $\overline{BC} = \sqrt{225} = 15(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
어두운 부분의 넓이가 289 cm^2 일 때, x 의
값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

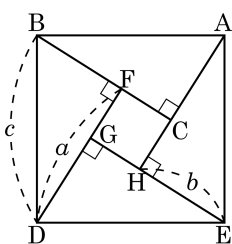
어두운 부분은 정사각형이므로 한 변의 길이가 $\sqrt{289}\text{ cm}$ 이다.

피타고라스 정리에서 $(\sqrt{289})^2 = (15)^2 + x^2$ 이므로

$$x^2 + 15^2 = 289, x^2 = 64$$

$$\therefore x = 8(\text{cm})$$

17. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 를 만들어 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $c^2 = a^2 + b^2$

② $\triangle ABC = \triangle EAH$

③ $\square CFGH$ 는 정사각형

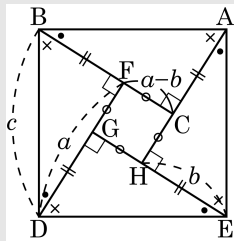
④ $\overline{CH} = a - b$

⑤ $\square CFGH = 2\triangle ABC$

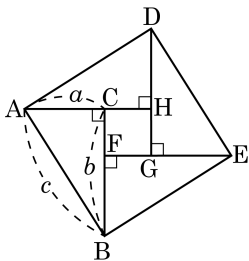
해설

네 개의 직각삼각형은 합동이다. (RHA 합동)

따라서 ①, ②, ③, ④가 성립한다.



18. 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 다음 그림과 같이 맞추어 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 만들었을 때, $\overline{CH}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $b - a$

해설

□CFGH는 네 변의 길이가 같고 네 내각이 90° 이므로 정사각형이다.

$$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = b - a$$

19. 세 변의 길이가 3, 5, a 인 삼각형이 있을 때, 직각삼각형이 되도록 하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 + \sqrt{34}$

해설

가장 긴 변의 길이가 주어지지 않았으므로 가장 긴 변의 길이를 정해주어야 한다.

3 은 가장 긴 변이 될 수 없으므로, 5 또는 a 가 가장 긴 변의 길이가 된다.

(i) 5 가 가장 긴 변일 경우, $5^2 = 3^2 + a^2, a^2 = 16, a = 4$

(ii) a 가 가장 긴 변일 경우, $a^2 = 3^2 + 5^2 = 34, a = \sqrt{34}$

두 값의 합은 $4 + \sqrt{34}$ 가 된다.

20. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형이 될 수 있는 것을 2개 고르면?

① $4\sqrt{3}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{5}$

② $3\sqrt{7}, 2\sqrt{5}, \sqrt{83}$

③ $4\sqrt{2}, 5\sqrt{3}, 2\sqrt{11}$

④ $2\sqrt{6}, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{7}$

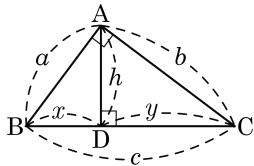
⑤ $3\sqrt{2}, \sqrt{38}, 2\sqrt{14}$

해설

② $(3\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{5})^2 = (\sqrt{83})^2$

⑤ $(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{38})^2 = (2\sqrt{14})^2$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90^\circ$,
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 않은 것을 고르면?

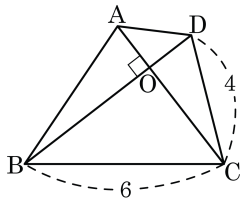


- ① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$
③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$
⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

22. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

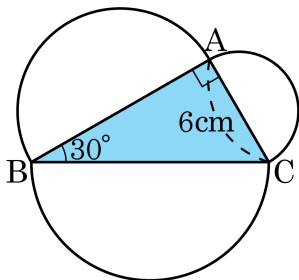
▷ 정답 : 20

해설

$$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$$

$$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

23. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$

② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

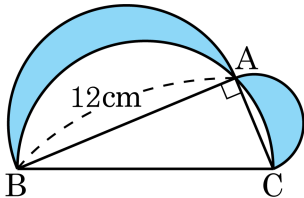
$\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle ABC$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$$

$$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그렸다. $\overline{AB} = 12\text{ cm}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이가 30 cm^2 일 때 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 5 cm

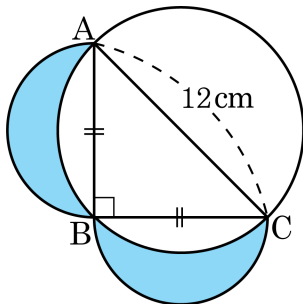
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로

$$\triangle ABC = 12 \times \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 30 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AC} = 5\text{ cm}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 36 cm²

해설

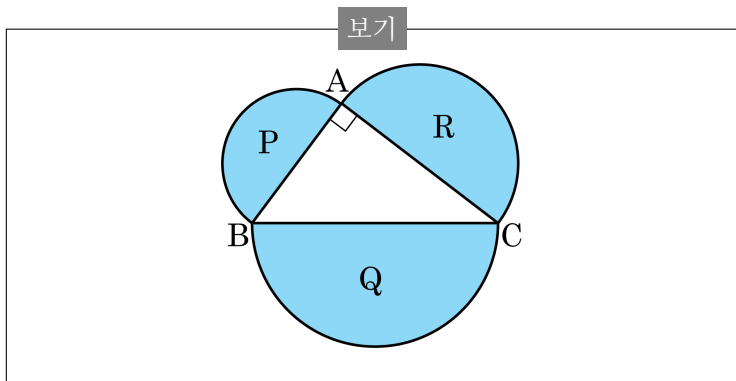
$$\overline{AB} = \overline{BC} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

어두운 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로

$$\triangle ABC \text{의 넓이를 구하면 } 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 72 \times \frac{1}{2} = 36(\text{cm}^2)$$

이다.

26. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.



$P = \frac{9}{2}\pi\text{cm}^2$, $Q = \frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm

② 6cm

③ 7cm

④ 8cm

⑤ 9cm

해설

$R = Q - P$ 이다.

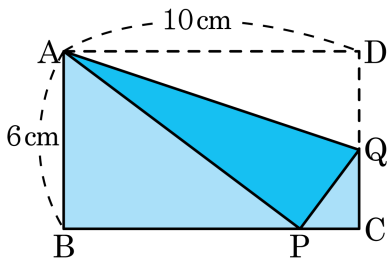
$$R = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\text{cm}^2) \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 8\pi \text{ 에서}$$

$$\overline{AC}^2 = 64 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AC} = 8\text{cm}(\because \overline{AC} > 0)$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 선분 AQ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었다. $\triangle ABP$ 와 $\triangle PCQ$ 가 직각삼각형이 되기 위한 $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AP} = 10\text{cm}$ 이므로 삼각형 ABP 는 $10^2 = 6^2 + \overline{BP}^2$ 이 된다. $\overline{BP} = 8(\text{cm})$

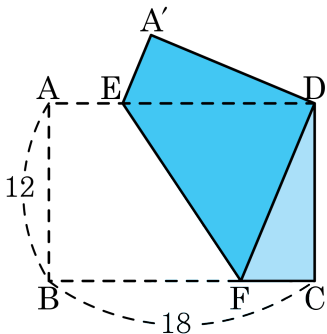
그러므로 $\overline{PC} = 2\text{cm}$

$\overline{PQ} = x$ 라 놓으면 $\overline{DQ} = x$ 가 되고, $\overline{CQ} = 6 - x$ 가 된다.

삼각형 QCP 는 $x^2 = 2^2 + (6 - x)^2$

$$\therefore x = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

28. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다.
이 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

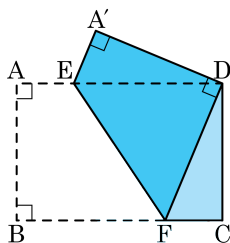
$\overline{DF} = x$ 라 하면, $\overline{BF} = x$ 이므로 $\overline{CF} = 18 - x$

$\triangle CDF$ 에서

$$x^2 = (18 - x)^2 + 12^2$$

$$\therefore x = 13$$

29. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 보기 중 옳지 않은 것은?



보기

㉠ $\triangle A'ED \cong \triangle CDF$

㉡ $\overline{ED} = \overline{DF}$

㉢ $\triangle BEF \cong \triangle DEF$

㉣ $\overline{AB} = \overline{BC} - \overline{DF}$

㉤ $\overline{CD} + \overline{CF} = \overline{BF}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{CF} = \overline{A'E}$, $\overline{CD} = \overline{A'D}$ 이므로 $\triangle A'ED \cong \triangle CDF$ 이다.

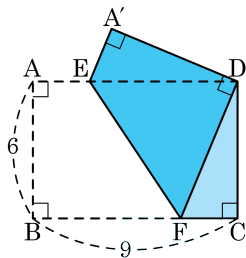
㉡ $\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF} = \overline{BE}$

㉢ $\overline{EF}$ 는 공통, $\overline{BE} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이므로 $\triangle BEF \cong \triangle DEF$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의
꼭짓점 B 가 점 D 에 오도록 접었다.
 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?

- ① 18 ② 18.5 ③ 19

- ④ 19.5 ⑤ 20



해설

$\overline{DE}$ 를 x 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

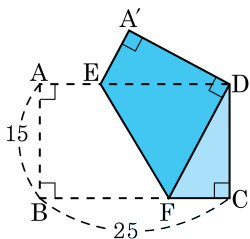
$$6^2 + (9 - x)^2 = x^2$$

$$18x = 36 + 81$$

$$x = \frac{117}{18} = \frac{13}{2}$$

따라서 $\triangle EDF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times 6 = \frac{39}{2} = 19.5$ 이다.

31. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는?



- ① 150 ② 163.5 ③ 175
 ④ 187.5 ⑤ 194.5

해설

$\overline{A'E}$ 를 x 라고 하면,

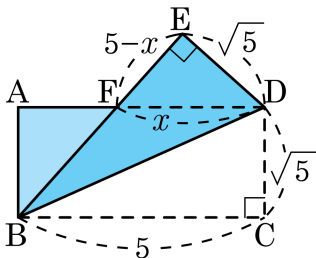
$\triangle A'ED$ 에서

$$x^2 + 15^2 = (25 - x)^2$$

$$50x = 625 - 225, x = 8$$

따라서 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (8 + 17) \times 15 = \frac{375}{2} = 187.5$ 이다.

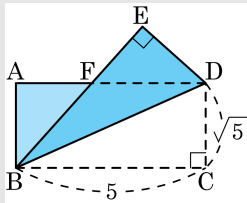
32. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



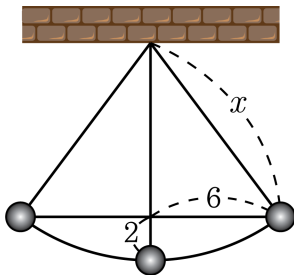
$\overline{FD} = x$ 라 하면

$\overline{AF} = \overline{EF} = 5 - x$

$\triangle EFD$ 에서 $(5 - x)^2 + (\sqrt{5})^2 = x^2$, $10x = 30$

$\therefore x = 3$

33. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x - 2$ 이므로

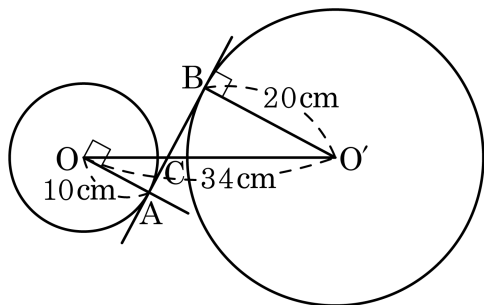
피타고라스 정리에 따라

$$x^2 = (x - 2)^2 + 6^2$$

$$4x = 4 + 36$$

$$x = 10 \text{ 이다.}$$

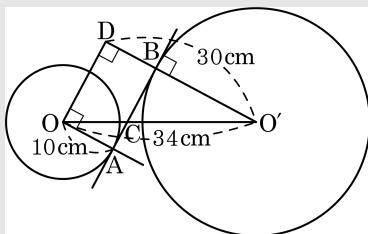
34. 다음 그림에서 반지름의 길이가 10 cm, 20 cm 인 원 O, O' 의 중심 사이의 거리는 34 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 16 cm

해설

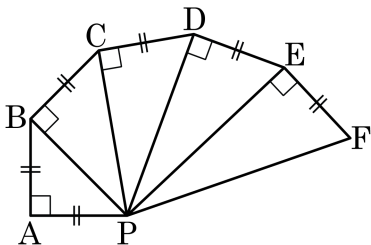


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D라 하면

$$\overline{O'D} = 20 + 10 = 30(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

35. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$

② $\overline{PC}$

③ $\overline{PD}$

④ $\overline{PE}$

⑤ $\overline{PF}$

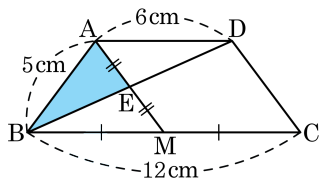
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4, \quad \overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

이므로 길이가 4인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

36. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

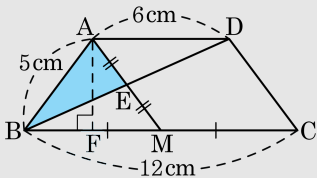


▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

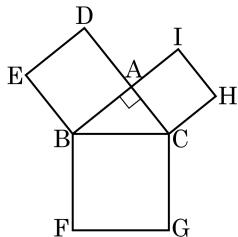


$$\overline{BF} = 3 \text{ cm 이므로 } \overline{AF} = 4 \text{ cm}$$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 (\text{cm}^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 6cm^2 이다. ($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

37. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI의 넓이의 차를 구하면?



- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

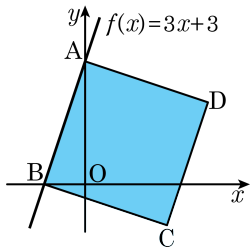
해설

$$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$$

$$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

38. 함수 $f(x)$ 와 y 축, x 축이 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

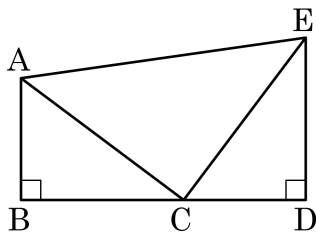
A = (0, 3), B = (-1, 0) 이므로

$\overline{OA} = 3$, $\overline{OB} = 1$

따라서 피타고라스 정리에 대입하면 $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 이 성립한다.

그러므로 구하고자 하는 □ABCD 의 넓이는 10 이다.

39. 다음 그림에서 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



- ① $28 + 10\sqrt{2}$ ② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
 ③ $48 + 10\sqrt{2}$ ④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
 ⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$$\therefore \overline{DE} = 8$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 6, \overline{BC} = \overline{DE} = 8$$

또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로

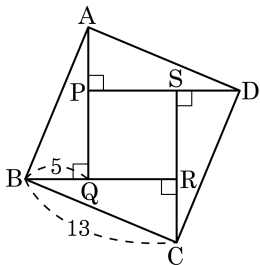
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ 이고, } \overline{AE} = 10\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

따라서 사다리꼴 둘레의 길이는

$$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$$

40. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다.
 $\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, $\square PQRS$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 49

해설

$\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2 \quad \therefore \overline{AQ} = 12,$$

$\overline{AP} = 5$ 이므로 $\square PQRS$ 에서 $\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

$$\therefore \square PQRS = 7 \times 7 = 49$$

41. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

① $x > \sqrt{113}$

② $8 < x < \sqrt{113}$

③ $8 < x < 15$

④ $\sqrt{113} < x < 15$

⑤ $x > 15$

해설

삼각형에서 x 가 가장 긴 변이므로 예각삼각형이 되는 조건은 $x^2 < 7^2 + 8^2$, $x^2 < 113$, $x < \sqrt{113}$ 이다.

조건에 의해 $x > 8$ 이므로 $8 < x < \sqrt{113}$

42. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

① 4, 5, 6

② $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$, $\sqrt{15}$

③ 6, 8, 10

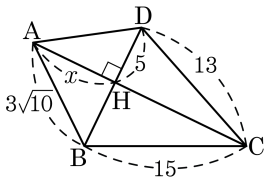
④ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$, 5

해설

$5^2 > (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

43. 다음 그림에서 $\triangle AHD$ 의 넓이를 구하라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$$(3\sqrt{10})^2 + 13^2 = \overline{AD}^2 + 225, \overline{AD}^2 = 34$$

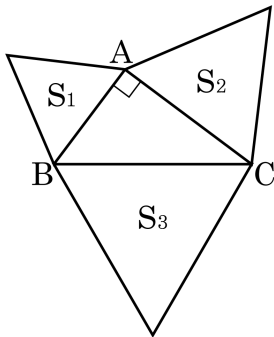
$\triangle AHD$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$$34 = x^2 + 25$$

$$\therefore x = 3$$

$$\triangle AHD = 3 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

44. $\angle A$ 가 90° 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$

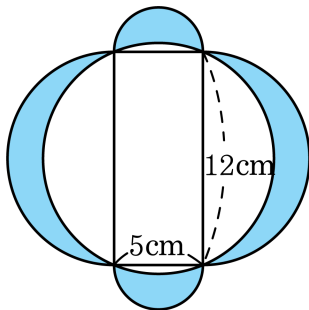
$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면

$$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$$

따라서, S_1, S_2, S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로
넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$

즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

45. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

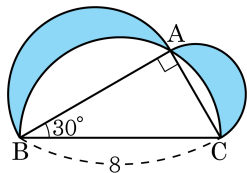
▷ 정답 : 60 cm²

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.

$$\therefore 5 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$$

46. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{3}$

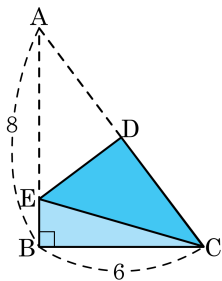
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4, \overline{AB} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$$

47. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A가 점 C와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$$(8 - x)^2 = x^2 + 6^2, x = \frac{7}{4} \text{ 이고,}$$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2, \overline{AC} = 10 \text{ 이다.}$$

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

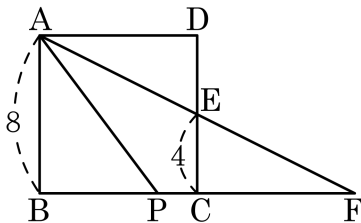
$$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2, \overline{DE} = \frac{15}{4} \text{ 이다.}$$

$$\triangle EDC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8} \text{ 이고,}$$

$$\triangle EBC \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 합은 } \frac{75}{8} + \frac{21}{4} = \frac{117}{8} \text{ 이다.}$$

48. 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 점 A와 점 P를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle ECF \sim \triangle ABF$ 이므로

$$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$$

$$\therefore \overline{CF} = 8$$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

$$\overline{AP} = \overline{PF} = x \text{ 라 하면 } \overline{BP} = 16 - x$$

$\triangle ABP$ 에서

$$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$$

$$\therefore x = 10$$

49. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 $a, a + 50, b$ 인 삼각형이 직각 삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a + 50$ 이 빗변인 경우이다.

피타고라스 정리에 의해 $a^2 + b^2 = (a + 50)^2$

$$\therefore b = 10\sqrt{a + 25}$$

그런데 b 는 자연수이므로 $a + 25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.

이때, $a + 25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a + 25 = 36$ 에서 $a = 11$ 일 때이다.

따라서 b 의 최솟값은 $10\sqrt{11 + 25} = 60$ 이다.

50. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{DE} = 4$, $\overline{BE} = 5$, $\overline{BC} - \overline{CD} = 3(\sqrt{5} - 2)$ 를 만족할 때, $\overline{CD}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\overline{BC} = x$ 라 하면

$$\overline{CD} = x - 3(\sqrt{5} - 2) = x + 6 - 3\sqrt{5}$$

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$$4^2 + x^2 = 5^2 + (x + 6 - 3\sqrt{5})^2$$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

따라서 $\overline{CD} = 6$ 이다.