

1. 다음 이차함수 중  $y = \frac{7}{5}x^2$  의 그래프와  $x$  축 대칭인 것은?

①  $y = \frac{5}{7}x^2$

②  $y = -\frac{5}{7}x^2$

③  $y = -\frac{7}{5}x^2$

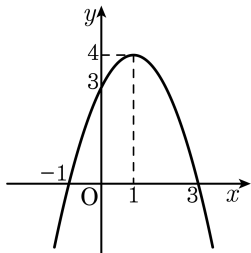
④  $y = -x^2$

⑤  $y = \frac{2}{7}x^2$

해설

$x$  축 대칭이므로  $y = -\frac{7}{5}x^2$

2. 다음 그림은 이차함수의 그래프이다. 이 포물선의 방정식은 어느 것인가?



①  $y = -x^2 + 2x + 3$

②  $y = x^2 + 2x + 1$

③  $y = x^2 - 3x + 2$

④  $y = -2x^2 + 3$

⑤  $y = -3x^2 + 2x - 1$

### 해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 4) 이므로

$y = a(x - 1)^2 + 4$  이고, 점 (0, 3) 을 지나므로

$$3 = a(0 - 1)^2 + 4 \quad \therefore a = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -(x - 1)^2 + 4 \\ &= -x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

3. 이차함수  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$  에서  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$  ,  $2a(a - 2) = 0$  이므로  $a = 0$  ,  $a = 2$  이다.

4. 이차함수  $y = a(x + 3)^2 - 2$  의 그래프는 이차함수  $y = -(x + b)^2 + c$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-5$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-4$  만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값은?

①  $-5$

②  $-3$

③  $-1$

④  $1$

⑤  $3$

해설

$$y = -(x + 5 + b)^2 + c - 4 = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에서}$$

$$a = -1, \quad 5 + b = 3, \quad c - 4 = -2$$

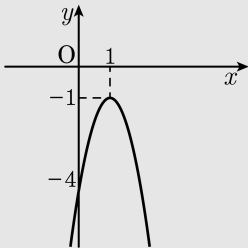
$$\therefore a = -1, \quad b = -2, \quad c = 2$$

따라서  $a + b + c = -1$  이다.

5. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x - 4$  의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1, 2사분면      ② 제1, 4 사분면      ③ 제2, 3 사분면  
④ 제2, 4 사분면      ⑤ 제3 사분면

해설



6. 이차함수  $y = -2x^2 + 8x - 10$  의 그래프는  $y = -2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $n$  만큼 평행이동한 것이다.  $mn$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$$m = 2, n = -2$$

$$\therefore mn = -4$$

7. 이차함수  $y = x^2 + 4ax + 1$  에서  $x = 4$  일 때, 최솟값  $b$  를 갖는다.  
 $a + b$  의 값은?

① 1

② -17

③ 17

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4ax + 1 = (x + 2a)^2 - 4a^2 + 1$$

$x = 4$  일 때, 최솟값  $b$  를 가지므로

$$-2a = 4, -4a^2 + 1 = b$$

$$a = -2, b = -15$$

$$\therefore a + b = -2 - 15 = -17$$

8. 이차함수  $y = -2x^2 + bx + c$  가  $x = 2$ 에서 최댓값 5를 가질 때, 상수  $b, c$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b = 8$

▷ 정답 :  $c = -3$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(2, 5)$  이므로 이차함수의 식은  $y = -2(x-2)^2 + 5$  이다.

$y = -2(x-2)^2 + 5$  을 전개하면  $y = -2x^2 + 8x - 3$  이므로  $b = 8, c = -3$  이다.

9. 이차함수  $y = -2x^2 - 4ax + 8a$  의 최댓값을  $M$  이라고 할 때,  $M$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-8$

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서  $M$  의 최솟값은  $-8$  이다.

10. 이차함수  $y = \frac{1}{4}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이 되도록 평행이동하면 점  $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수  $k$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

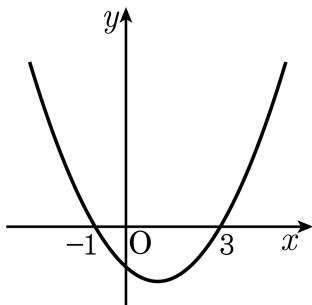
▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

### 해설

이차함수  $y = \frac{1}{4}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이 되도록 평행이동하면  $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$  이다. 점  $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면  $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$ ,  $16 = (k+1)^2$ ,  $k+1 = \pm 4$  따라서  $k = 3, -5$  이다.

11. 다음은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠  $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡  $abc < 0$
- ㉢  $a - b + c < 0$
- ㉣  $9a + 3b + c > 0$
- ㉤  $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로  $a > 0$

축이  $y$  축의 오른쪽에 있으므로  $ab < 0$

$\therefore b < 0$

$y$  절편이 음수이므로  $c < 0$

㉠  $x$  축과의 교점이 2개이므로  $b^2 - 4ac > 0$

㉡  $abc > 0$

㉢  $x = -1$  일 때,  $y = a - b + c = 0$

㉣  $x = 3$  일 때,  $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤  $x = 1$  일 때,  $y = a + b + c$ ,  $x = 2$  일 때,  $y = 4a + 2b + c$ ,  
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

12. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이  $x$  축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은  $x = 4$  이다.

㉢ 점  $(6, -2)$ 를 지난다.

①  $y = -2(x - 4)^2$

②  $y = 2(x - 4)^2$

③  $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤  $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

### 해설

꼭짓점이  $x$  축 위에 있으므로 꼭짓점의  $y$  좌표는 0 이다. 축의 방정식이  $x = 4$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는  $(4, 0)$  이다.  $y = a(x - 4)^2$  의 형태에서 점  $(6, -2)$  를 지나므로  $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$  이다.

13.  $x + y = 3$  일 때  $x - y^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{13}{4}$

해설

$$x + y = 3 \rightarrow y = -x + 3$$

$$x - y^2 = x - (-x + 3)^2$$

$$= x - (x^2 - 6x + 9)$$

$$= -x^2 + 7x - 9$$

$$= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}$$

14. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다

해설

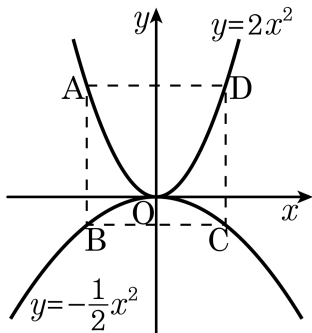
$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25)$$

$$= -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

15. 다음 그림과 같이 두 이차함수  $y = 2x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$  의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의  $x$  좌표는?



①  $\frac{2}{3}$

② 1

③  $\frac{4}{3}$

④  $\frac{5}{3}$

⑤  $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를  $(a, 2a^2)$  이라고 하면

$A(-a, 2a^2)$ ,  $B(-a, -\frac{1}{2}a^2)$ ,  $C(a, -\frac{1}{2}a^2)$  이고,  $\overline{DC} = \overline{BC}$

이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

16. 이차함수  $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$  의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때,  $k$  의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3 < k < 0$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18\end{aligned}$$

꼭짓점은  $(-k, k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$$-k > 0 \quad \therefore k < 0$$

$$k^2 - 3k - 18 < 0$$

$$(k+3)(k-6) < 0$$

$$\therefore -3 < k < 6$$

따라서  $-3 < k < 0$  이다.

17. 이차함수  $y = x^2 - 5x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의  $y$  절편을 구하여라.



① -14

② -7

③ -1

④ 4

⑤ 45

해설

점 P 의 좌표  $a$  라 하면 Q 좌표는  $a + 9$

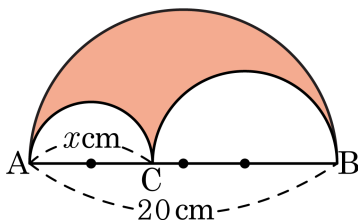
두 근의 합은 5

$$\therefore a + (a + 9) = 5, a = -2$$

$$\therefore \text{두 점은 } (-2, 0), (7, 0)$$

$$\text{두 근의 곱은 } k = (-2) \times 7 = -14$$

18. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가  $y\pi \text{ cm}^2$  일 때,  $y$  의 최댓값을 구하면?



① 10

② 15

③ 16

④ 25

⑤ 36

### 해설

$\overline{AC} = x \text{ cm}$  이므로  $\overline{BC} = (20 - x) \text{ cm}$  이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이  $S$  는

(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2 \pi - \left\{ \frac{1}{2} \pi \left( \frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left( \frac{20-x}{2} \right)^2 \right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left( \frac{x^2}{8} \pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8} \pi \right) = y\pi$$

$$50\pi - \left( \frac{2x^2 - 40x + 400}{8} \right) \pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

$$\begin{aligned} y\pi &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x - 10)^2 + 25\pi \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값  $25\pi \text{ cm}^2$  를 갖는다.