1. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

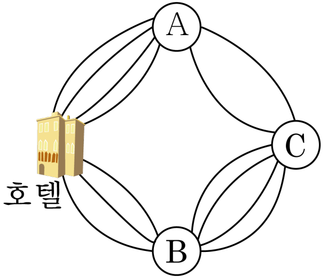
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

2. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C 를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?



① 144 ② 152 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

(호텔 $\rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$
(호텔 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$
$\therefore 96 + 96 = 192$

3. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 90 가지

해설

$_{10}P_2 = 90$

4. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$4! \times 3! = 144$

5. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는
${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

6. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{(\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
따라서 다음 등식이 성립한다.
${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$ ② $5{}_9P_4$, ${}_9P_5$ ③ ${}_9P_4$, ${}_8P_5$
④ ${}_8P_4$, $4{}_9P_5$ ⑤ $4{}_9P_4$, ${}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

7. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705 ② 720 ③ 735 ④ 750 ⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$\therefore \dfrac{6!}{3!} \times 3! = 720$

8. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720가지
a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법
a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고
a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면
$5! \times 2! = 240$ (가지)
따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는
$720 - 240 = 480$ (가지)

9. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

10. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

$a\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$b\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$ca\square\square\square$의 경우의 수는

$3\times2\times1=6$(가지)

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade$, $cbaed$, $cbdae$, $\cdots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$이다.

11. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$2000=2^4\cdot5^3$ 의 양의 약수는

$2^j\cdot5^k(0\le j\le4, 0\le k\le3)$ 의 형태이다.

그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은

$2\cdot5^k(k=0,1,2,3)$

$2^2\cdot5^k\ (k=1,\ 3)$

$2^3\cdot5^k\ (k=0,\ 1,\ 2,\ 3)$

$2^4\cdot5^k(k=1,3)$ 의 형태이므로

구하는 개수는 $4+2+4+2=12$ (개)

12. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 4 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 118 가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1 가지이다.
그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,
∴(지불 방법의 수)$= (2 + 1)(4 + 1)(4 + 1) - 1 = 74$
50 원짜리 동전이 2 개가 되면 100 원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 8 개와 10 원짜리 동전 4 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
∴(지불 금액의 수)$= (8 + 1)(4 + 1) - 1 = 44$

13. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120 일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

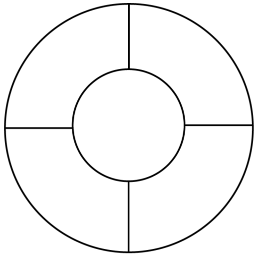
전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore\ n = 6$$

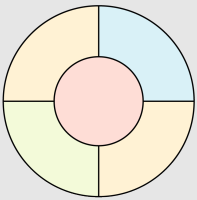
14. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.



또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

$\therefore$ 12 가지