

1. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

2. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

3. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

4. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

5. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

- ① $y = \frac{1}{1-x}$ ② $y = \frac{1}{1+x}$ ③ $y = \frac{x}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$ ⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

6. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{3x^2 + 13x + 4}$$

- ① $x \leq -4$ 또는 $x \geq -\frac{1}{3}$ ② $x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$
③ $x \leq \frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$ ④ $-4 \leq x \leq \frac{1}{3}$
⑤ $-\frac{1}{3} \leq x \leq 4$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 13x + 4 &\geq 0 \\ (3x + 1)(x + 4) &\geq 0 \\ \therefore x &\leq -4 \text{ 또는 } x \geq -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

7. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

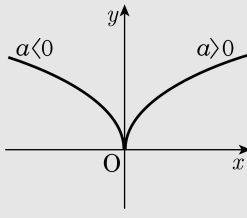
⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

8. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



9. $x+y=\frac{y+z}{8}=\frac{z+x}{5}$ 일 때, $\frac{5x^2-4y^2+z^2}{xy+3yz-2zx}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{25}{46}$

③ 2

④ $\frac{12}{23}$

⑤ $\frac{13}{23}$

해설

$x+y=\frac{y+z}{8}=\frac{z+x}{5}=k$ 라고 하면,

$$\begin{cases} x+y=k \\ y+z=8k \\ z+x=5k \end{cases}$$

세 식을 각 변끼리 모두 더하면, $x+y+z=7k$

$\therefore x=-k, y=2k, z=6k$

$$\frac{5x^2-4y^2+z^2}{xy+3yz-2zx}=\frac{5k^2-16k^2+36k^2}{-2k^2+36k^2+12k^2}=\frac{25}{46}$$

10. $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 일 때, $\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, x, y 는 0이 아니다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$4x^2 - 4xy + y^2 = 0, (2x - y)^2 = 0 \text{에서 } 2x - y = 0$$

$$\therefore y = 2x$$

$$\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$$

$$= \frac{8x^2 - x \cdot 2x + 3 \cdot 4x^2}{x^2 + 8x^2}$$

$$= \frac{18x^2}{9x^2} = 2$$

11. $\frac{a+b}{5} = \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} = \frac{2a+8b-c}{x}$ 에서 x 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{5} &= \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} \\ &= \frac{2(a+b) + 3(2b+c) - 4c}{2 \times 5 + 3 \times 4 + (-4) \times 3} \\ &= \frac{2a+8b-c}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 10$$

12. A, B 두 마을의 인구의 비는 4 : 3, 남자의 비는 2 : 1, 여자의 비는 1 : 2 이고 A 마을의 총 인구가 6000 명일 때, A 마을의 여자의 수를 구하시오.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 1000 명

해설

A 마을의 남자는 x 명, 여자는 y 명이라 하면
B 마을의 남자는 $\frac{x}{2}$ 명, 여자는 $2y$ 명
 $6000 : (B 마을의 총 인구) = 4 : 3$ 에서
B 마을의 총 인구는 4500 명이다.
 $x + y = 6000, \quad x + 4y = 9000 \quad \therefore y = 1000(\text{명})$

13. 유리함수 $y = \frac{bx+2}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선이 두 직선 $x=2, y=3$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

해설

$$y = \frac{bx+2}{ax+1}$$

$$= \frac{b(x+\frac{1}{a})+2-\frac{b}{a}}{a(x+\frac{1}{a})}$$

$$= \frac{b}{a} + \frac{2-\frac{b}{a}}{a(x+\frac{1}{a})}$$

점근선은 $x = -\frac{1}{a}, y = \frac{b}{a}$ 이므로

$$-\frac{1}{a} = 2, \frac{b}{a} = 3$$

$$\therefore a+b = -2$$

14. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서 $abc = 2$

15. 함수 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 (p, q) 에 대하여 대칭이고, 동시에 $y = x + r$ 에 대하여 대칭이다. 이때, $p + q + r$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{2(x+4)-5}{x+4} = \frac{-5}{x+4} + 2$$

따라서 $y = \frac{2x+3}{x+4}$ 의 그래프는 점 $(-4, 2)$ 에 대하여 대칭이고,
점 $(-4, 2)$ 를 지나고

기울기가 1 인 직선 $y = x + 6$ 에 대하여 대칭이다.

$$\therefore p = -4, \quad q = 2, \quad r = 6$$

$$\therefore p + q + r = -4 + 2 + 6 = 4$$

16. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 제 1, 3 사분면만을 지난다.

㉡ 두 점근선의 교점은 (2, 1)이다.

㉢ 두 직선 $y = -x + 3$, $y = x - 1$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

- ① ㉡

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 다음 그림의 개형을 가지므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

㉡ 점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 이므로 교점은 (2, 1)

㉢ 주어진 분수함수가 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축으로 2, y 축으로 1만큼 평행이동 시킨 것이므로 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 (2, 1)을 지나는 직선이다.
 $\Rightarrow y = x - 1, y = -x + 3$

17. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

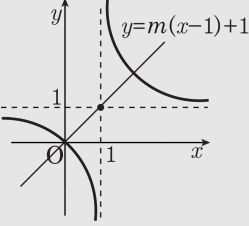
$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

18. 두 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

해설

분수함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,
점 $(0, 0)$ 을 지난다.
 $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는
다음 그림에서 $m > 0$ 이다.
따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



19. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ 에 대하여 $(g \cdot f)(x) = x$ 를 만족하는 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(1)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(g \circ f)(x) = x$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = x$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{x+2}{2x-1}\right) = x$$

$$\therefore g(1) \text{을 구하려면, } \frac{x+2}{2x-1} = 1 \text{ 이 되어야 한다.}$$

$$\Rightarrow x = 3 \quad \therefore g(1) = 3$$

20. $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $\frac{|a|+|b|}{\sqrt{(a-b)^2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a+b}{b-a}$ ③ -1 ④ 1 ⑤ a

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이면}$$

$$a < 0, b > 0 \text{ 이므로 } |a| = -a, |b| = b$$

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{b-a}{b-a} = 1$$

21. $0 < x \leq 1$ 일 때, 무리식 $\sqrt{1 + \frac{2x+1}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{2x-1}{x^2}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \frac{2x+1}{x^2}} - \sqrt{1 - \frac{2x-1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x^2}} - \sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2}} \\ &= \frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2 \end{aligned}$$

22. $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ &= |a+1| + |a-3| = (a+1) - (a-3) = 4\end{aligned}$$

23. $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$ 을 계산하면?

㉠ $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$

㉡ $4 - \sqrt{2} - \sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 5$

㉣ $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3})$

㉤ $\frac{1}{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5} \\ &= \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

24. $6 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수부분을 y 라 할 때 $\frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6 - \sqrt{3} = 4 + (2 - \sqrt{3}) \quad (\because 0 < 2 - \sqrt{3} < 1)$$

$$\therefore x = 4, y = 2 - \sqrt{3}, \frac{1}{y} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4,$$

$$y^3 + \frac{1}{y^3} = \left(y + \frac{1}{y} \right)^3 - 3 \left(y + \frac{1}{y} \right) = 52$$

$$\therefore \frac{1}{x} \left(y^3 + \frac{1}{y^3} \right) = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

25. $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{4}{a} + \frac{2}{b}$ 의 값은?

① $2+2\sqrt{2}$

② $3+2\sqrt{2}$

③ $4+2\sqrt{2}$

④ $5+2\sqrt{2}$

⑤ $6+2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{11+2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}+(\sqrt{2})^2)} \\ &= 3+\sqrt{2} \therefore 3+\sqrt{2}=4. \dots \\ & \therefore \text{정수 부분 } a: 4, \text{ 소수 부분 } b: \sqrt{2}-1 \\ & \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{2}{b} = \frac{4}{4} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} \\ & \qquad \qquad \qquad = 3+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

26. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 각각 a , b 라고 할 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{15} - 3\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$
④ $\sqrt{15} - 2\sqrt{5}$ ⑤ $-\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } \sqrt{3} &= 1 + a \\ \therefore a &= \sqrt{3} - 1 \\ \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{에서 } \sqrt{5} &= 2 + b \\ \therefore b &= \sqrt{5} - 2 \\ a - \frac{1}{a} &= \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \\ b + \frac{1}{b} &= \sqrt{5} - 2 + \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{5} - 2 + \frac{\sqrt{5} + 2}{1} = 2\sqrt{5} \\ \therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right) &= \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \cdot 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{15} - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

27. 무리수 $\sqrt{1 + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,

$\frac{1}{b} - a - b$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ $\sqrt{5} + 1$
- ⑤ $\sqrt{5} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{45 - 20\sqrt{5}} &= \sqrt{45 - 2\sqrt{500}} = \sqrt{25} - \sqrt{20} \\ &= 5 - 2\sqrt{5} \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1 + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}} &= \sqrt{1 + 5 - 2\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1\end{aligned}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{5} - 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{b} - a - b &= \frac{1}{\sqrt{5} - 2} - 1 - (\sqrt{5} - 2) \\ &= \sqrt{5} + 2 - 1 - \sqrt{5} + 2 = 3\end{aligned}$$

28. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{a}{b} = p + \sqrt{q}$

이다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2. \times \times \times$$

$$a = 2, b = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore p = 1, q = 3$$

$$\therefore p + q = 4$$

29. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $n < a-b < n+1$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. (단, n 은 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

정수 부분(a) : 0, 소수 부분(b) : $\sqrt{2}-1$

$$n < 0 - \sqrt{2} + 1 < n + 1$$

$$n - 1 < -\sqrt{2} < n$$

$$n - 1 < -1.414 \cdots < n$$

$$\therefore n = -1$$

30. $x = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ 에 대하여 x 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때,
 $x + a - \frac{1}{b}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{5} - 1 = 1.\times\times\times \\ \text{정수 부분 } a &= 1, \text{ 소수 부분 } b = x - a = \sqrt{5} - 2 \\ x + a - \frac{1}{b} &= \sqrt{5} - 1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = -2 \end{aligned}$$

31. $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $25\sqrt{5}$ ④ $34\sqrt{5}$ ⑤ $40\sqrt{5}$

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} &= \frac{x^3+y^3}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{xy} \\ &= \frac{(2\sqrt{5})^3 - 3(2\sqrt{5})}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} \\ &= 40\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 34\sqrt{5}\end{aligned}$$

32. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 일 때, $x^2 - x - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{에서 } 2x = \sqrt{5} + 1$$

$2x - 1 = \sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$$4x^2 - 4x + 1 = 5 \quad \therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = x^2 - x - 1 - 1 = 0 - 1 = -1$$

33. a, b 가 유리수이고, 방정식 $(x+1)^3 + 2(x+1)^2 - a(x+1) - b = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 일 때 a, b 의 값을 구하면?

- ① $a = 2, b = 4$ ② $a = 2, b = -4$
③ $a = -2, b = 4$ ④ $a = -2, b = -4$
⑤ $a = -2, b = 3$

해설

$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$ 이므로 주어진방정식에 대입하면
 $2\sqrt{2} + 4 - a\sqrt{2} - b = 0, \sqrt{2}(2-a) + (4-b) = 0$
 a, b 는 유리수이므로 $2-a=0, 4-b=0$
 $\therefore a=2, b=4$

34. 분수함수 $y = \frac{ax-1}{x+b}$ 의 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 정의역은? (단, a, b 는 상수)

- ① $\{x \mid x \leq -3\}$ ② $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3}\right\}$ ③ $\left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\}$
④ $\left\{x \mid x \geq \frac{2}{3}\right\}$ ⑤ $\{x \mid x \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{-ab-1}{x+b} + a \text{ 이므로}$$

$$\text{점근선은 } x = -b, y = a \therefore a = 3, b = 2$$

$$y = \sqrt{3x+2} \text{ 의 정의역은 } \left\{x \mid x \geq -\frac{2}{3}\right\} \text{ 이다.}$$

35. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4}-3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4}-3$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

36. 다음 중 함수의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것을 모두 고르면?

① $y = \sqrt{2x} - 1$

② $y = \sqrt{x} + 1$

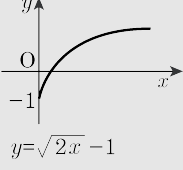
③ $y = -\sqrt{2-x}$

④ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

⑤ $y = \sqrt{1-x} + 1$

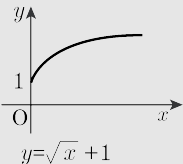
해설

① 제 1, 4 사분면을 지난다.



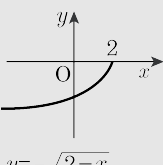
$y = \sqrt{2x} - 1$

② 제 1 사분면을 지난다.



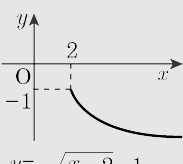
$y = \sqrt{x} + 1$

③ 제 3, 4 사분면을 지난다.



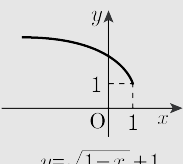
$y = -\sqrt{2-x}$

④ 제 4 사분면을 지난다.



$y = -\sqrt{x-2} - 1$

⑤ 제 1, 2 사분면을 지난다.

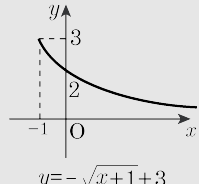


$y = \sqrt{1-x} + 1$

따라서 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않는 것은 ③, ④이다.

37. 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq -1\}$ 이다.
 - ② 치역은 $\{y \mid y \geq 3\}$ 이다.
 - ③ 그래프는 점 $(-1, 3)$ 을 지난다.
 - ④ 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
 - ⑤ 그래프는 제 2사분면을 지난다.

해설



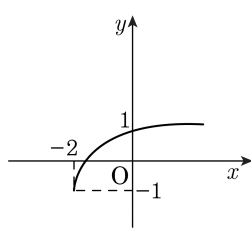
$$y = -\sqrt{x+1} + 3$$

- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 3\}$ 이다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

38. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)

- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$



해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼

평행이동 시킨 것이므로 $b = 2, c = -1$

$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$1 = a\sqrt{0+2} - 1 \therefore a = \sqrt{2}$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$

$\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

39. $1 \leq x \leq a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6이다.
 $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1} + 3$ 은 증가함수이므로
 $x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

$$\therefore a + m = 9$$

40. $8 \leq x \leq a$ 에서 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 -1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = a$ 일 때 최솟값을 가지므로

$$-1 = -\sqrt{a+1} + 3 \quad \therefore a = 15$$

$x = 8$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = -\sqrt{8+1} + 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 15 + 0 = 15$$

41. $\frac{d}{a+b+c} = \frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{c+d+a} = \frac{c}{d+a+b} = k$ 라 할 때, k 가 취할 수 있는 모든 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

준식에서 $d = (a+b+c)k$,
 $a = (b+c+d)k$,
 $b = (c+d+a)k$,
 $c = (d+a+b)k$ 이므로
변변 더하면 $a+b+c+d = 3k(a+b+c+d)$
i) $a+b+c+d \neq 0$ 일 때, $k = \frac{1}{3}$
ii) $a+b+c+d = 0$ 일 때, $a+b+c = -d$ 이므로
 $k = \frac{d}{a+b+c} = \frac{d}{-d} = -1$
 $\therefore k$ 의 모든 값의 합은 $-\frac{2}{3}$

42. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $ad + bc = 2ad$

② $\frac{ad}{bc} = 1$

③ $\frac{bc-1}{bc} + \frac{1}{ad} = 1$

④ $\frac{1}{bc} - \frac{1}{ad} = 0$

⑤ $a - b = \frac{1}{c - d}$

해설

①, ② $ad = bc$

③ $\frac{adbc - ad + bc}{adbc} = \frac{adbc}{adbc} = 1$

④ $\frac{1}{bc} = \frac{1}{ad}$

43. 지난 해 어느 대학의 입학시험 결과 수험생의 남녀의 비는 8 : 5, 합격자의 남녀의 비는 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비는 3 : 2 이었다. 이 때, 전체 합격률은?

- ① $\frac{9}{26}$
- ② $\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{9}{26}$
- ④ $\frac{5}{13}$
- ⑤ $\frac{11}{26}$

해설

	남	여	전체
합격자	$7b$	$4b$	$11b$
불합격자	$3c$	$2c$	$5c$
수험생	$8a$	$5a$	$13a$

$7b + 3c = 8a \cdots \textcircled{1}$

$4b + 2c = 5a \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 3$

$a = 2b$

(전체 합격률) $= \frac{11b}{13a} = \frac{11b}{26b} = \frac{11}{26}$

44. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$	$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$
$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$	$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$

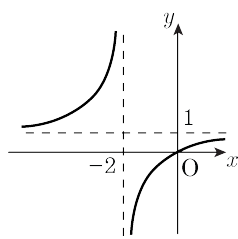
- ① $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ **② $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$** ③ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}$ ④ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ ⑤ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$

해설

①, ③은 제2사분면을 지나지 않는다.
②는 모든 사분면을 지난다.
④는 제3사분면을 지나지 않는다.

45. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 (0, 0)을 지나므로

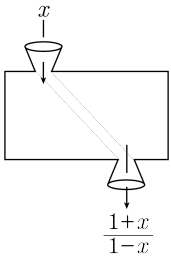
$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

46. 다음 그림과 같이 x 를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$ 가 나오는 상자
가 있다. 이 상자에 x_1 을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2 ,
 x_2 를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3 라 한다. 이와
같이 계속하여 x_n 을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}
이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$ 일 때, x_{2000} 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{ 이면}$$

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}, x_6 = \frac{1}{3}, \dots$$

그러므로 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 일 때

$$x_{4k+1} = -\frac{1}{2}, x_{4k+2} = \frac{1}{3}, x_{4k+3} = 2, x_{4k+4} = -3$$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$ 이므로

$$x_{2000} = x_4 = -3$$

47. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}-1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1. \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2} \\ y = x + \frac{1}{x} &= 2-\sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} \\ &= 2-\sqrt{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ &= 3-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y-2 &= 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

48. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
 ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\ \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\ \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\ x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

49. $x = \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 - 2x + 5$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$x = \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} \text{에서 양변을 제곱하면}$$

$$x^2 = 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{9 - 5} + 3 - \sqrt{5} = 2$$

$$\therefore x^3 - 2x^2 - 2x + 5 = 2x - 4 - 2x + 5 = 1$$

50. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.