

1. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 1 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 6 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore 2 < x \leq 6$$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ 의 값을 계산하면?

- ① $\sqrt{5}i$ ② $-\sqrt{5}i$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $-\sqrt{5}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}i$

해설

$\alpha + \beta = -3 < 0$, $\alpha\beta = 1 > 0$, $D = 9 - 4 > 0$ 이므로 두 근은 모두 음수이다.

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = (\sqrt{\alpha})^2 + (\sqrt{\beta})^2 + 2\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$$

$$= \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} \quad (\because \alpha < 0, \beta < 0 \text{ 이므로})$$

$$= -3 - 2 = -5$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \pm \sqrt{5}i$$

$$\text{한편, } \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{(-\alpha) \cdot (-1)} + \sqrt{(-\beta) \cdot (-1)}$$

$$= \sqrt{-\alpha} \cdot i + \sqrt{-\beta} \cdot i$$

$$= (\sqrt{-\alpha} + \sqrt{-\beta}) \cdot i$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \text{ 는 (양수)} \times i \text{ 꼴이다.}$$

$$\therefore \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{5}i$$

4. 점 $(1, 3)$ 에서 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식을 $ax + by + c = 0$ 이라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식의 기울기를 m 이라 하면
 $y = m(x - 1) + 3$
직선이 원에 접하므로 이 직선과 원의 중심 사이의 거리는 반지름과 같다.
$$\frac{|m \times 0 + (-1) \times 0 - m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$$
$$(-m + 3)^2 = 5(m^2 + 1)$$
방정식을 풀면, $m = -2, \frac{1}{2}$
 $\therefore$ 직선의 방정식은 $2x + y - 5 = 0, x - 2y + 5 = 0$
 $\therefore a^2 + b^2 = 5$

5. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서} \\ & \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 \\ & a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc \\ & 2a^2 = 2b^2 + 2c^2 \\ & \therefore a^2 = b^2 + c^2 \end{aligned}$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

6. 연립부등식 $-3 < \frac{x+a}{2} \leq 2$ 의 해가 $-7 < x \leq b$ 일 때, $ax - b < 0$ 의 해를 구하면?

① $x < 1$

② $x > 1$

③ $1 < x < 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > 3$

해설

$-6 < x + a \leq 4$ 와 $-7 < x \leq b$ 와 같으므로 $-6 - a < x \leq 4 - a$,
 $a = 1$, $b = 3$
 $ax - b = x - 3 < 0$
그러므로 $x < 3$ 이다.

7. 다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = 2x^2 + 4x + 7$

④ $y = 7x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$

해설

① $y = 2x^2$: 최솟값은 0 이다.

② $y = x^2 + 2x + 1, y = (x+1)^2$: 최솟값은 0 이다.

③ $y = 2x^2 + 4x + 7 = y = 2(x+1)^2 + 5$: 최솟값은 5 이다.

④ $y = 7x^2 - 2$: 최솟값은 -2 이다.

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$: 최솟값은 -5

8. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ 위의 임의의 점에서 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 이르는 최단거리는 얼마인지 구하면?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $2\sqrt{3} - 2$

⑤ $3\sqrt{2} + 2$

해설

원의 중심과 직선의 거리를 d , 최단거리를 l ,
원의 반지름을 r 이라고 하면
최단거리는 원 중심에서 직선에 이르는
거리에서

원 반지름을 뺀 값과 일치한다.

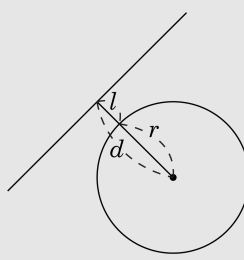
원의 방정식은 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$

이고,

직선의 방정식은 $y = x + 2$ 이다.

원의 중심은 $(1, -1)$ 이고 $r = 2$ 이므로

$$\therefore l = \frac{|1 + 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$$



9. 다항식 $f(x)$ 를 $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가 $-2x+1$ 일 때, $f(x^2+3)$ 을 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^3+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=4 \text{를 대입하면 } f(4) = -7$$

$$\textcircled{2} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } f(4) = R$$

$$\therefore R = -7$$

10. x 가 양이 아닌 정수일 때, $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

i) $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x - 30 < 5x - 3$$

$$-3x < 27$$

$$x > -9$$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x - 3 \leq 30 - 6x$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

부등식의 해는 $-9 < x \leq 3$, x 가 양이 아닌 정수이므로 $-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ 의 9 개이다.

11. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a < 1$ ② $\frac{1}{2} < a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $2 < a \leq 3$ ⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

두 근을 α, β 라 하면

$|\text{음근}| > \text{양근}$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a < 0, \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

12. 점 $(1, 2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 그은 접선 중 x 축과 평행이 아닌 접선의 기울기는?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 접선의 식을 $y - 2 = m(x - 1)$ 이라 놓으면 원의 중심 $(0, 0)$ 과 $y - 2 = m(x - 1)$ 즉, $mx - y - m + 2 = 0$ 까지의 거리는 원의 반지름 2와 같으므로

$$2 = \frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}}, \quad |-m + 2| = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하면

$$m^2 - 4m + 4 = 4m^2 + 4, \quad 3m^2 + 4m = 0$$

따라서 기울기 $m = 0, -\frac{4}{3}$ 이다.

x 축과 평행하지 않으므로 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이다.

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + 2m^2 + m - 2 = 0$ 이 두 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 를 m 에 대한 식으로 나타내고, 이 식의 최댓값과 최솟값을 구하면?

① 최댓값: 8, 최솟값: 2

② 최댓값: 10, 최솟값: 3

③ 최댓값: 12, 최솟값: $\frac{15}{8}$

④ 최댓값: 11, 최솟값: $\frac{21}{8}$

⑤ 최댓값: 13, 최솟값: $\frac{7}{8}$

해설

주어진 방정식이 실근을 가지므로

$$D/4 = m^2 - (2m^2 + m - 2) \geq 0 \text{에서 } -2 \leq m \leq 1$$

$\alpha + \beta = -2m$, $\alpha\beta = 2m^2 + m - 2$ 이므로

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$$

$$= (-2m)^2 - (2m^2 + m - 2)$$

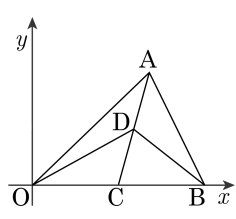
$$= 2m^2 - m + 2$$

$$= 2\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \quad (-2 \leq m \leq 1)$$

$$\therefore m = \frac{1}{4} \text{일 때, 최솟값 } \frac{15}{8}$$

$$m = -2 \text{일 때, 최댓값 } 12$$

14. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ 이있다. 선분 OB 위의 점 C 와 선분 AC 위의 점 D 에 대하여 4 개의 삼각형 OAD , OCD , ABD , BCD 의 넓이가 모두 같을 때, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.75

해설

$\triangle OCD$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{OC} : \overline{BC} = 1 : 1$$

즉, 점 C 는 선분 OB 의 중점이고,

$$C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

또, $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : 1$$

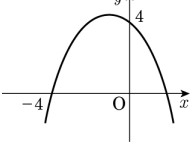
즉, 점 D 는 선분 AC 의 중점이므로,

$$D\left(\frac{7}{4}, 1\right)$$

따라서, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합은

$$\frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4} = 2.75$$

15. 다음 그림은 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 4)$ 를 지나므로

$$0 = -\frac{1}{2} \times (-4)^2 + a \times (-4) + b$$

$$0 = -8 - 4a + b$$

$$4 = -\frac{1}{2} \times 0^2 + a \times 0 + b$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1$, $b = 4$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{9}{2}$ 이므로

$x = -1$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{2}$ 를 갖는다.

16. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } f(2) = 11$$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(2) = R$$

$$\therefore R = 11$$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 < x+3 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4-x < 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b-a$

의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\textcircled{㉠} : x < 2$

$\textcircled{㉡} : x > -1$

공통범위를 구하면, $-1 < x < 2$

따라서 $a = -1$, $b = 2$ 이므로

$b-a = 2 - (-1) = 3$ 이다.

18. x 에 관한 방정식 $\frac{x^2 - bx}{ax - c} = \frac{m - 1}{m + 1}$ 에서 두 근의 절대값은 같고 부호만 다를 때, m 의 값은? (단, $a \neq \pm b$)

- ① ab ② $\frac{a+b}{a-b}$ ③ $\frac{a-b}{a+b}$ ④ $a+b$ ⑤ $a-b$

해설

$$(m+1)(x^2 - bx) = (m-1)(ax - c)$$

$$mx^2 - bmx + x^2 - bx = amx - cm - ax + c$$

$(m+1)x^2 + (a-b-am-bm)x + cm - c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면,

$$\alpha + \beta = 0$$

$$\therefore \frac{a-b-am-bm}{m+1} = 0, \quad am + bm = a - b$$

$$m(a+b) = a - b, \quad a \neq -b \text{ 이므로 } a + b \neq 0$$

$$\therefore m = \frac{a-b}{a+b}$$

19. (1, 2)에서 원 $x^2+y^2=1$ 에 그은 접선 중 y 축에 평행하지 않는 직선의 방정식은?

① $3x+4y+5=0$

② $3x+4y-5=0$

③ $3x-4y+5=0$

④ $3x-4y-5=0$

⑤ $3x+y+1=0$

해설

점(1,2)를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면

$$y=m(x-1)+2 \cdots \textcircled{1}$$

①과 원 중심사이 거리는 반지름과 같으므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=1$$

$$(m-2)^2=m^2+1$$

$$m=\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}, 3x-4y+5=0$$

20. 세 양수 a, b, c 가 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 를 만족시킬 때 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이라고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$ 에서
 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $a + b + c \neq 0$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$
 $\therefore \frac{1}{2}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$
 $\therefore a = b = c$ ($\because a, b, c$ 는 실수)
따라서 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그
넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$,
 $a^2 = 1$
 $\therefore a = b = c = 1$
 $\therefore a + b + c = 3$

21. 점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 $2 : 1$ 로 내분하는 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = -6, b = 5$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = -6, b = 3$
④ $a = 5, b = 3$ ⑤ $a = 3, b = 5$

해설

점 $(2, a)$, $(b, 3)$ 을 이은 선분을 $2 : 1$ 로 내분하는 점의 좌표 (x, y) 는

$$x = \frac{2 \cdot b + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{2b + 2}{3},$$

$$y = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot a}{2 + 1} = \frac{6 + a}{3}$$

이 점의 좌표가 $(b - 1, a + 6)$ 이므로

$$\frac{2b + 2}{3} = b - 1, \quad \frac{6 + a}{3} = a + 6$$

이 식을 풀면, $a = -6, b = 5$

22. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m , $y = -x^2 - 6x - 5$ 의 최댓값을 M 이라 했을 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 6x - 5 \\&= (x + 3)^2 - 14\end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $m = -14$

$$\begin{aligned}y &= -x^2 - 6x - 5 \\&= -(x + 3)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $M = 4$

$$\therefore M + m = 4 + (-14) = -10$$

23. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 위의 점에서 직선 $4x - 3y + 5 = 0$ 에 이르는 거리의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최댓값은 원 중심에서 직선까지 거리 더하기 반지름이고, 최솟값은 원 중심에서 직선까지 거리 빼기 반지름이다.

$$\text{원의 방정식 : } (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \text{최대 : } \frac{|4 \times 1 - 3 \times (-2) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} + 2 = 5$$

$$\Rightarrow \text{최소 : } \frac{|4 \times 1 - 3 \times (-2) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} - 2 = 1$$

$$\therefore \text{최댓값} + \text{최솟값} = 6$$

24. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에 대하여 $(a^2 + b^2)c + (a + b)c^2 = (a + b)(a^2 + b^2) + c^3$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형 ② a 가 빗변인 직각삼각형
③ $a = c$ 인 이등변 삼각형 ④ c 가 빗변인 직각삼각형
⑤ 정삼각형

해설

준식을 c 에 관한 내림차순으로 정리하면
 $c^3 - (a + b)c^2 - (a^2 + b^2)c + (a + b)(a^2 + b^2)$ 에서
 $c^2\{c - (a + b)\} - (a^2 + b^2)\{c - (a + b)\}$
 $= \{c - (a + b)\}[c^2 - (a^2 + b^2)]$
 $= (c - a - b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$
 a, b, c 는 삼각형의 세변이므로
 $c - a - b \neq 0$ 이고 $c^2 - a^2 - b^2 = 0$
즉 $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로 c 가 빗변인 직각 삼각형이다.

25. $x + 3y = 5$, $4y + 3z = 6$ 일 때, 부등식 $x < 3y < 5z$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $\frac{5}{6} < x < \frac{10}{9}$
- ② $\frac{30}{29} < x < \frac{5}{3}$
- ③ $\frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$
- ④ $\frac{5}{2} < x < \frac{90}{29}$
- ⑤ $-\frac{90}{29} < x < -\frac{5}{2}$

해설

$x + 3y = 5$ 를 y 에 관하여 풀면

$$y = \frac{5 - x}{3}$$

$4y + 3z = 6$ 을 z 에 관하여 풀면

$$z = \frac{6 - 4y}{3} = 2 - \frac{4}{3}y$$

$y = \frac{5 - x}{3}$ 을 대입하면

$$z = 2 - \frac{4}{3} \times \frac{5 - x}{3} = 2 - \frac{20 - 4x}{9} = \frac{4x - 2}{9}$$

$y = \frac{5 - x}{3}$, $z = \frac{4x - 2}{9}$ 를 부등식에 대입하면

$$x < 5 - x < 5 \times \frac{4x - 2}{9}$$

$$x < 5 - x, 2x < 5$$

$$x < \frac{5}{2} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$5 - x < \frac{5(4x - 2)}{9}, 45 - 9x < 20x - 10,$$

$$\frac{55}{29} < x \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } \frac{55}{29} < x < \frac{5}{2}$$

26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - k(k+3)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k 의 조건은?

- ① $-1 < k \leq 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k \leq 2$
④ $-1 \leq k \leq 0$ ⑤ $-1 \leq k \leq 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β 라 하자.
(i) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
 $\alpha\beta = k^2 - 1 < 0, (k+1)(k-1) < 0$
 $\therefore -1 < k < 1$
(ii) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
 $\alpha + \beta = k(k+3) > 0 \quad \therefore k > 0, k < -3$
 $\alpha\beta = k^2 - 1 = 0 \quad \therefore k = \pm 1$
따라서, $k = 1$
그러므로, (i)과 (ii)에서 $-1 < k \leq 1$

27. 원 $x^2+y^2+4x+2y+4=0$ 위를 움직이는 점 P 에서 직선 $3x+4y=10$ 까지의 거리를 $d(p)$ 라 할 때 $d(p)$ 의 최소값은 ?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x^2+y^2+4x+2y+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=1$
 $d(p)$ 의 최소값은 원의 중심 $(-2,-1)$ 에서
직선 $3x+4y=10$ 까지 거리에서 반지름을 뺀 값이므로
 $\frac{|3 \times (-2) + 4(-1) - 10|}{\sqrt{3^2+4^2}} - 1 = \frac{20}{5} - 1 = 3$

28. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)(x-q)+a(x-q)+b(x-p)=0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. $ab \neq 0, p \neq q$ 일 때, $\frac{a(q-\alpha)(q-\beta)}{b(p-\alpha)(p-\beta)}$ 의 값을 구하면?

- ① -5
- ② -4
- ③ -3
- ④ -2
- ⑤ -1

해설

$(x-p)(x-q)+a(x-q)+b(x-p)=(x-\alpha)(x-\beta)$

양변에 x 대신에 p, q 를 각각 대입하면

$a(p-q)=(p-\alpha)(p-\beta)$

$b(q-p)=(q-\alpha)(q-\beta)$ 이므로

$\frac{a(q-\alpha)(q-\beta)}{b(p-\alpha)(p-\beta)}=\frac{a \cdot b(q-p)}{b \cdot a(p-q)}=-1$

29. 두 점 $A(-1, -2)$, $B(3, 1)$ 에 대하여 점 A 의 방향으로 그은 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $3\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 가 되게 하는 점 C 의 좌표를 구하면?

- ① $C\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ ② $C\left(-2, -\frac{5}{2}\right)$ ③ $C(-2, -3)$
 ④ $C\left(-3, -\frac{5}{2}\right)$ ⑤ $C\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$

해설

$3\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$
 이므로, 다음 그림에서 점 A 는 $\overline{CB}$ 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점이다.

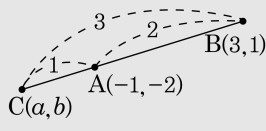
이 때, 점 C 의 좌표를 $C(a, b)$ 라 하면

$$A\left(\frac{1 \cdot 3 + 2a}{1 + 2}, \frac{1 \cdot 1 + 2b}{1 + 2}\right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{3 + 2a}{3} = -1 \text{ 에서 } a = -3$$

$$\frac{1 + 2b}{3} = -2 \text{ 에서 } b = -\frac{7}{2}$$

따라서 점 C 의 좌표는 $C\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$ 이다.



30. 다음을 연립부등식으로 나타내어라.

어떤 정수의 3 배에 5 를 더한 수는 15 이하이고, 10 보다 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10 < 3x + 5 \leq 15$

해설

$$10 < 3x + 5 \leq 15$$