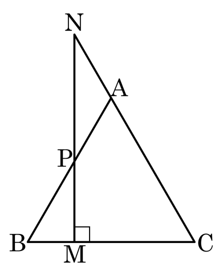
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

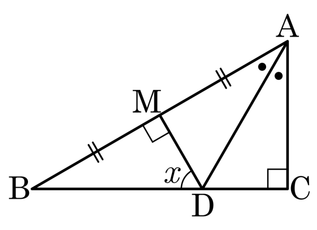


① $\overline{AP} = \overline{BP}$
② $\overline{AP} = \overline{AN}$
③ $\angle BAC = 2\angle ANP$
④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$
⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$
$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)
$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로
$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$
$\angle ANP = 90° - \angle x$
$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$
$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

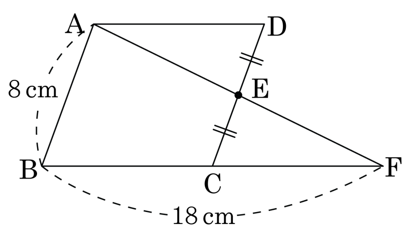


① $45°$　② $50°$　③ $55°$　④ $60°$　⑤ $65°$

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

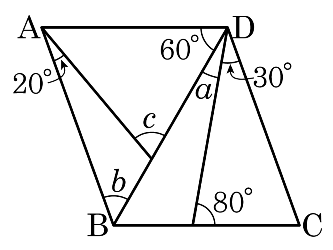
해설

$\triangle\mathrm{ADE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서
$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{EC}}$
$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{FCE}$(엇각)
$\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{FEC}$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이고, 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$

즉, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 2\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로
$2\overline{\mathrm{AD}} = 18$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AD}} = 9(\mathrm{cm})$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ 의 크기를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : $\angle a = 20\ \underline{^\circ}$

▷ 정답 : $\angle b = 50\underline{^\circ}$

▷ 정답 : $\angle c = 70\underline{^\circ}$

해설

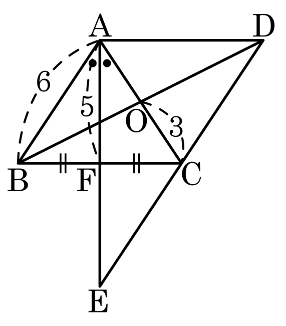
$\angle \mathrm{BCD} = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 70^\circ$

$\angle \mathrm{ADC} + \angle \mathrm{BCD} = 180^\circ$, $60^\circ + \angle a + 30^\circ + 70^\circ = 180^\circ$, $\angle a = 20^\circ$

$\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD}$, $\triangle \mathrm{ABD}$ 에서 $70^\circ + 60^\circ + \angle b = 180^\circ$, $\angle b = 50^\circ$

$\angle c = \angle b + 20^\circ$, $\angle c = 70^\circ$

5. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle\mathrm{BAC}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점을 지나고, $\overline{\mathrm{AF}}=5$, $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{OC}}=3$일 때, $\triangle\mathrm{ACE}$의 둘레를 구하면?

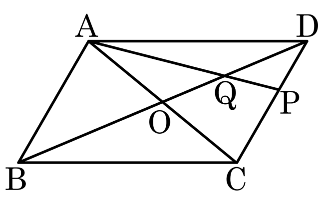


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle\mathrm{AFB}=\angle\mathrm{CFE}$, $\angle\mathrm{BAF}=\angle\mathrm{FEC}$이고, $\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{FC}}$이므로 $\triangle\mathrm{ABF}\equiv\triangle\mathrm{ECF}$이다.
따라서 $\triangle\mathrm{ACE}$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

6. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $140\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2$, $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 2$ 일 때, □OCPQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $27\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2$

$\triangle\mathrm{ACP} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$

$\square\mathrm{ABCD} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times 140 = 42(\mathrm{cm}^2)$

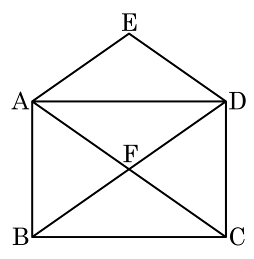
$\triangle\mathrm{OCP} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ACP} = \frac{1}{2} \times 42 = 21(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 2$

$\triangle\mathrm{QOP} = \frac{2}{7}\triangle\mathrm{AOP} = \frac{2}{7} \times 21 = 6(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square\mathrm{OCPQ} = 21 + 6 = 27(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x$cm, $\overline{AE} = (3x+2y)$cm, $\overline{CF} = (14-x)$cm 일 때, $x+y$ 의 값은?

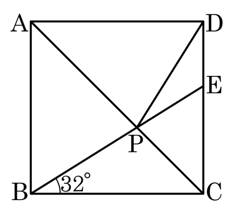


① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

8. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 32°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

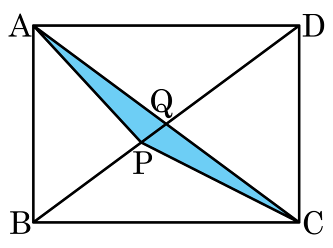
▷ 정답: 77 °

해설

$\triangle DPC \equiv \triangle BPC$(SAS합동) 이므로 $\angle PDC = 32°$ 이다.

$\angle APD = 32° + 45°$
$= 77°$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle PCD$, $\triangle BCP$ 의 넓이는 각각 $10cm^2$, $6cm^2$ 가 된다. 이 때, $\triangle PAC$ 의 넓이를 구하여라.



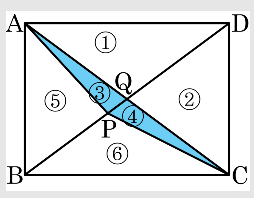
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 4 $\underline{cm^2}$

해설

$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ACD = \triangle APD + \triangle BPC$ 이므로

각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



① + ② = ① + ③ + ⑥ 에서

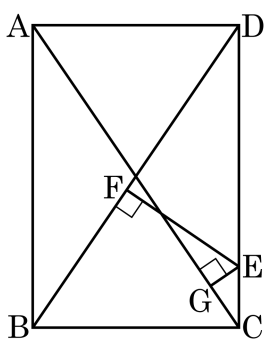
② = ③ + ⑥ 이다.

② = $\triangle DPC$ − ④ 라 하면

$\triangle DPC$ − ④ = ③ + ⑥ 이므로

③ + ④ = $\triangle DPC$ − ⑥ = $10 - 6 = 4\ (cm^2)$

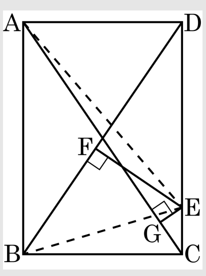
10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}=a$, $\overline{\mathrm{DC}}=b$, $\overline{\mathrm{BD}}=c$ 이다. $\overline{\mathrm{CD}}$ 위에 임의의 한 점 E 를 잡고 점 E 에서 대각선 BD 와 AC 위에 내린 수선의 발을 각각 F, G 라 할 때, $\overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}}$ 를 a, b, c 를 사용하여 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{ab}{c}$

해설



$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DC}}$ 이고

밑변이 $\overline{\mathrm{EC}}$ 로 공통이므로 $\triangle\mathrm{ECA}=\triangle\mathrm{ECB}$

$\triangle\mathrm{ECA}+\triangle\mathrm{EDB}=\triangle\mathrm{ECB}+\triangle\mathrm{EDB}=\triangle\mathrm{BCD}$

$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{EG}}+\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{EF}}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

$\dfrac{1}{2}\times c\times\overline{\mathrm{EG}}+\dfrac{1}{2}\times c\times\overline{\mathrm{EF}}=\dfrac{1}{2}\times a\times b$

$c\times\overline{\mathrm{EG}}+c\times\overline{\mathrm{EF}}=a\times b$

$c\times(\overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}})=ab$

$\therefore\ \overline{\mathrm{EG}}+\overline{\mathrm{EF}}=\dfrac{ab}{c}$