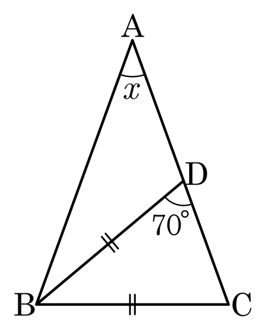
1. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$가 되도록 점 D 를 변 AC 위에 잡았다. $\angle x$ 의 크기는?

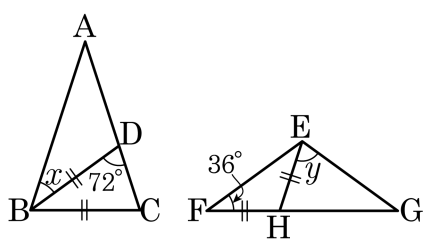


① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

해설

$\triangle BCD$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle BCD = 70°$
또한 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
$\therefore \angle x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EFG$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{EF} = \overline{EG}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는 ?

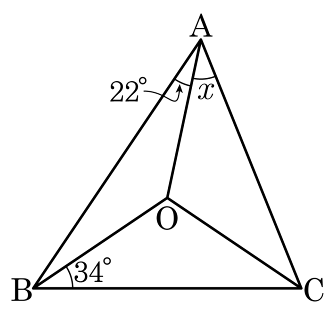


① $104°$　② $105°$　③ $106°$　④ $107°$　⑤ $108°$

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 72°$
$\therefore \angle x = 72° - 36° = 36°$
$\triangle EFG$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle FGE = 36°, \angle FEG = 108°$
또 $\triangle EFH$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle EFH = \angle FEH = 36°$
$\therefore \angle y = 108° - 36° = 72°$
따라서 $\angle x + \angle y = 36° + 72° = 108°$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22°$, $\angle OBC = 34°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



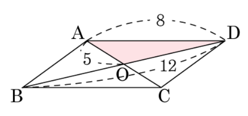
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 34 °

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 22° - 34° = 34°$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 8$, $\overline{\mathrm{AO}} = 5$, $\overline{\mathrm{BD}} = 12$ 일 때, $\triangle\mathrm{OAD}$ 의 둘레의 길이는?

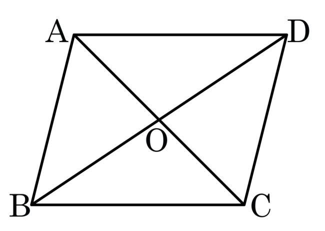


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}} = 6$ 이므로 $\triangle\mathrm{OAD} = 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

5. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형이 아닌 것은? (단, O 는 두 대각선이 만나는 점이다.)



① $\overline{OA} = 5\text{cm},\ \overline{OB} = 7\text{cm},\ \overline{OC} = 5\text{cm},\ \overline{OD} = 7\text{cm}$

② $\angle A = 77°,\ \angle B = 103°,\ \angle C = 77°$

③ $\overline{AB} = 5\text{cm},\ \overline{BC} = 7\text{cm},\ \overline{CD} = 5\text{cm},\ \overline{DA} = 7\text{cm}$

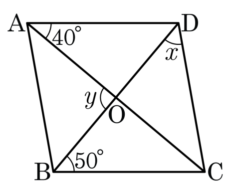
④ $\angle OAB = 30°, \angle OCD = 30°,\ \overline{AB} = 5\text{cm},\ \overline{CD} = 5\text{cm}$

⑤ $\overline{AB}//\overline{CD},\ \overline{AD} = 7\text{cm}, \overline{BC} = 7\text{cm}$

해설

① 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{DAO} = 40°$ 이고, $\angle \mathrm{OBC} = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad°}$

▷ 정답 : $140\underline{°}$

해설

평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이고, $\angle \mathrm{DAO} = \angle \mathrm{OCB} = 40°$ 이고,
$\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{OBC} = 50°$ 이므로 $\angle \mathrm{AOD} = 90°$ 이다.
$\angle \mathrm{AOD} = 90°$ 이므로 $\square \mathrm{ABCD}$ 는 마름모이고 $\triangle \mathrm{BCD}$ 는 이등변 삼각형이고, $\angle x = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 50° + 90° = 140°$ 이다.

7. 다음 설명하는 사각형은 어떤 사각형인가?

㉠ 네 변의 길이가 모두 같다. ㉡ 네 내각의 크기가 모두 같다. ㉢ 두 대각선의 길이가 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형
④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이와 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분한다.

8. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 사다리꼴이다.

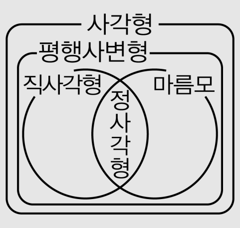
② 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

③ 직사각형은 평행사변형이다.

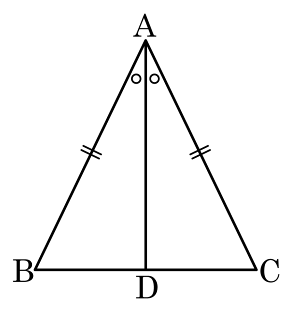
④ 직사각형은 마름모이다.

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

해설



9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점 을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면 ?



① $\angle B = \angle C$　　② $\overline{AD} = \overline{BC}$

③ $\angle A = \angle B$　　④ $\overline{BD} = \overline{CD}$

⑤ $\angle ADB = \angle ADC$

해설

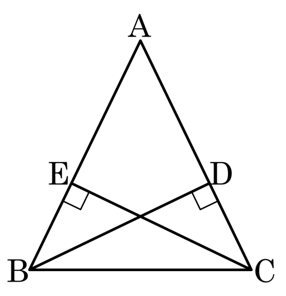
$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle C$

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



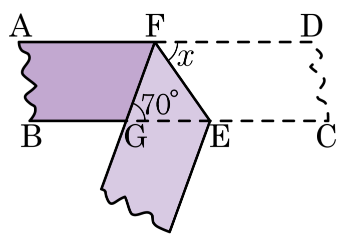
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)$\triangle$EBC 와$\triangle$DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{(다)} = 90^\circ$) $\cdots$㉠
($\angle B = \boxed{(라)}$) $\cdots$㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 $\cdots$㉢
$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$　② (나) $\overline{CE}$　③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$　⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)$\triangle$EBC 와$\triangle$DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{\angle CEB} = 90^\circ$) $\cdots$㉠
($\angle B = \boxed{\angle C}$) $\cdots$㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 $\cdots$㉢
$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

11. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 70°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $70°$ ② $65°$ ③ $60°$ ④ $55°$ ⑤ $50°$

해설

종이 테이프를 접으면

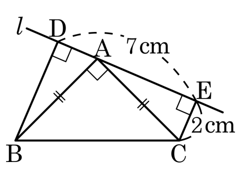
$\angle DFE = \angle EFG = \angle x$이고

$\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)

$\triangle EFG$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore \angle x = \dfrac{180° - 70°}{2} = 55°$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE} = 2\text{cm}$, $\overline{DE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

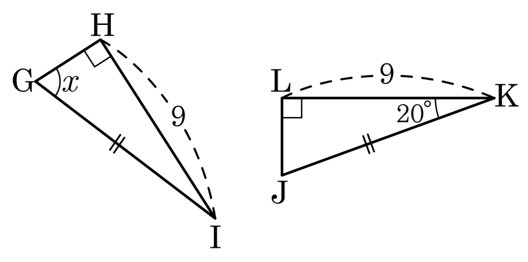


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서
$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡
$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢
$(\because\ \angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°)$
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE} = 2(\text{cm}), \overline{AE} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE} = 7 - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

13. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



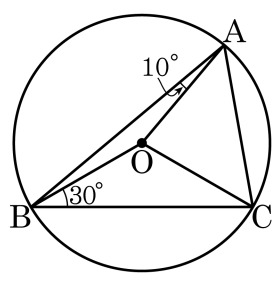
① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180° - 90° - 20° = 70°$

14. 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?

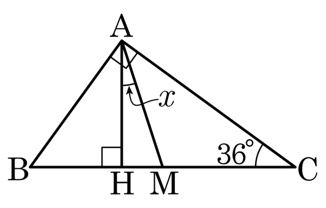


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$,
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

15. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

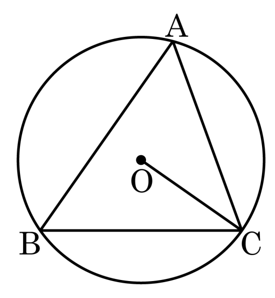


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

16. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 외접원이다. $\angle OCB = 35°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



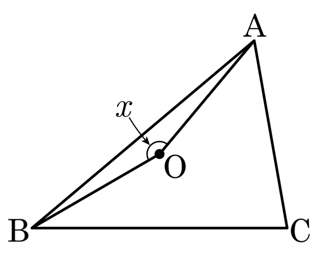
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 55_°

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 35°$
$\angle BOC = 110°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 55°$

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

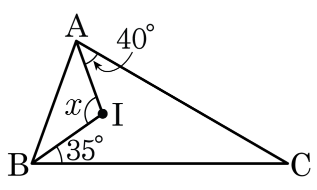
▷ 정답: 160 °

해설

$\angle C = 180° \times \dfrac{4}{2+3+4} = 80°$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$

18. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

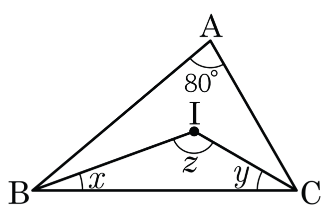


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

19. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=(\qquad)^{\circ}$이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

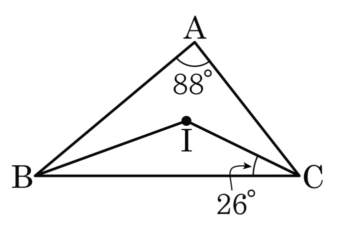
해설

$2\angle x+2\angle y+80^{\circ}=180^{\circ},\ \angle x+\angle y=50^{\circ}$

$\angle z=180^{\circ}-50^{\circ}=130^{\circ}$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^{\circ}-50^{\circ}=80^{\circ}$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A = 88°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



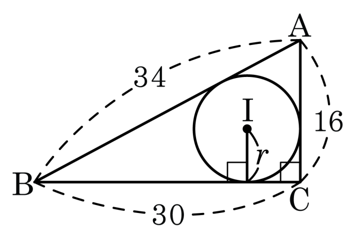
① $44°$ ② $67°$ ③ $84°$ ④ $134°$ ⑤ $176°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 88° = 134°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



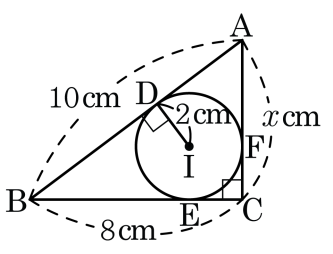
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

($\triangle$ABC 의 넓이)$= 30 \times 16 \times \dfrac{1}{2} = 240$

$240 = \dfrac{1}{2} \times r \times 80$ 이므로 따라서 $r = 6$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



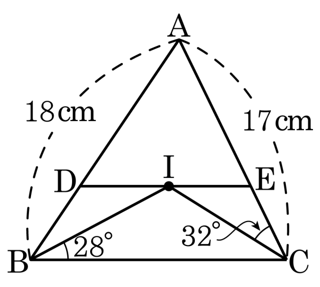
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.
$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

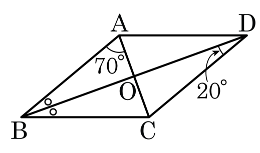
⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.

④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



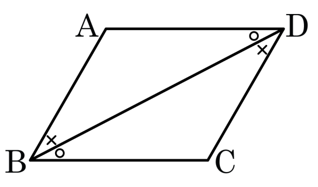
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답 : $70°$

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

25. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



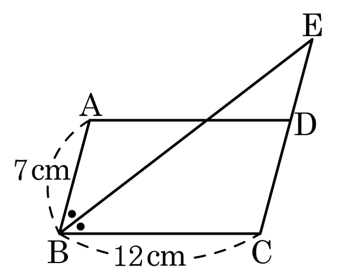
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동)이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 평행사변형이다.)

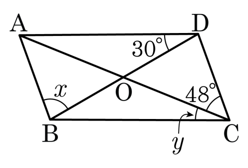


① 14 cm ② 15 cm ③ 17 cm ④ 19 cm ⑤ 36 cm

해설

$\angle\mathrm{ABE}$ 와 $\angle\mathrm{BEC}$ 는 엇각이므로 $\triangle\mathrm{BCE}$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{\mathrm{CE}}=12\,\mathrm{cm}$ 이다.
이때 $\overline{\mathrm{CD}}=7\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DE}}=5\,\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DE}}=12+5=17(\mathrm{cm})$

27. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADO = 30°$, $\angle DCO = 48°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 102°

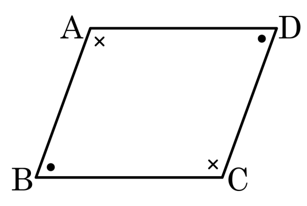
해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

$\angle x + 30° + 48° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 48°) = 102°$

28. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$

$\angle A = \angle C = a$

$\boxed{㉠} = b$라 하면

$2a + 2b = \boxed{㉡}$

$\therefore a + b = \boxed{㉢}$

$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

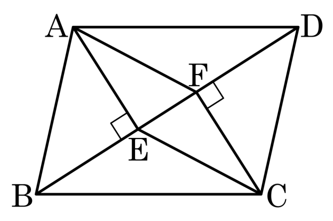
① ㉠ : $\angle B = \angle D$　② ㉡ : $360°$　③ ㉢ : $180°$

④ ㉣ : 엇각　⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

동측내각의 합이 $180°$이다.

29. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

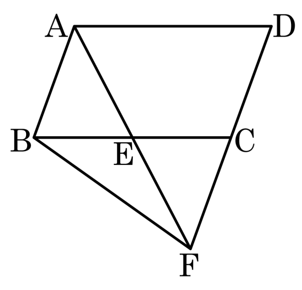
④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

30. 평행사변형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 이다. $\triangle\text{ABE} = 8\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle\text{BFE}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 10 cm^2

해설

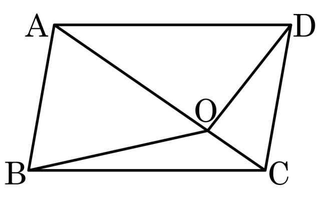
$\triangle\text{ABF} = \triangle\text{ABC} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$= \frac{1}{2} \times 36 = 18\ (\text{cm}^2)$

$\triangle\text{BFE} = \triangle\text{ABF} - \triangle\text{ABE}$

$= 18 - 8 = 10\ (\text{cm}^2)$

31. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O에 대하여 $\triangle OAD = 8cm^2$, $\triangle OCD = 3cm^2$일 때, $\triangle OAB$의 넓이를 구하면?

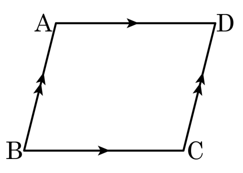


① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$ ④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(cm^2)$이다.
$\triangle OAB = x$라고 하면
$\triangle OBC = 11 - x$
또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(cm^2)$

32. $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사각형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = 90°$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

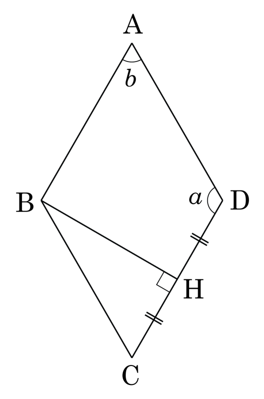
④ 점 M이 $\overline{AD}$ 의 중점일 때, $\overline{MB} = \overline{MC}$

⑤ 점 O가 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
하지만 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.

33. 마름모 ABCD의 점 B에서 변 CD에 내린 수선의 발을 H라고 하자. $\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{HD}}$일 때, $\angle a - \angle b$의 크기를 구하여라.

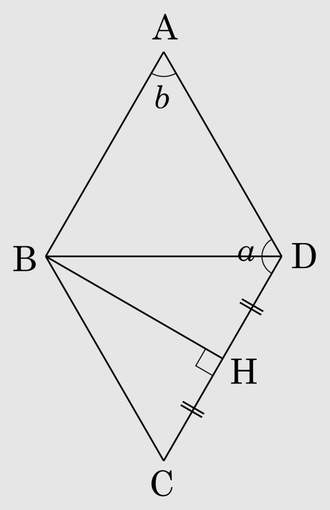


▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 60°

해설

다음 그림과 같이 보조선 BD를 그으면 $\overline{\mathrm{BH}}$는 $\overline{\mathrm{CD}}$의 수직이등분선이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}}$이고 마름모이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}}$



따라서 $\triangle$BCD는 정삼각형이므로
$\angle \mathrm{BCD} = \angle b = 60^\circ$

마름모에서 $\angle a + \angle b = 180^\circ$이므로 $\angle a = 120^\circ$
$\therefore\ \angle a - \angle b = 60^\circ$

34. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

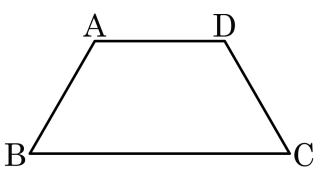
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

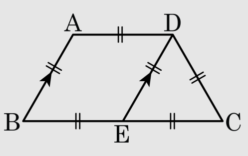
35. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, $\angle B$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 70°

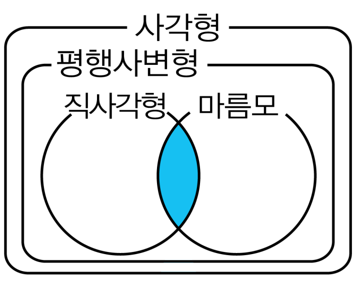
해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$
$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 $\angle B = \angle DEC = 60°$이다.

36. 다음 그림에서 색칠한 부분에 속하는 사각형의 정의로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

② 네 각의 크기가 모두 같은 사각형

③ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

④ 네 각의 크기가 모두 같고, 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

⑤ 한 쌍의 대변이 평행한 사각형

해설

색칠한 부분은 직사각형과 마름모의 공통된 부분으로 정사각형이다.

37. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

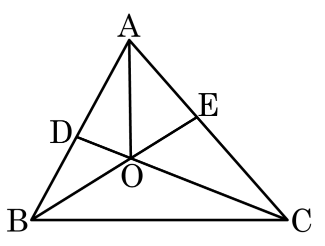
사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
평행사변형, 직사각형, 마름모,
정사각형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

38. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$ 이다. $\triangle EOC$ 의 넓이가 $8 cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20 cm^2$　② $24 cm^2$　③ $28 cm^2$
④ $32 cm^2$　⑤ $35 cm^2$

해설

$\triangle EOC$ 와 $\triangle COB$ 에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$ 이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \frac{2}{2+3} = 8(cm^2)$

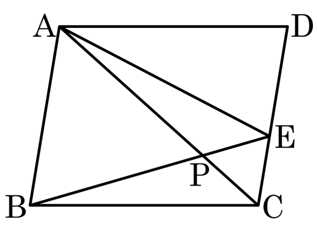
$\therefore \triangle CBE = 20(cm^2)$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle BCE$ 에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$ 이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \frac{4}{3+4} = 20(cm^2)$

$\therefore \ \triangle ABC = 35 cm^2$

39. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC = \triangle ACD$

② $\triangle ACE = \triangle BCE$

③ $\triangle PAE = \triangle PBC$

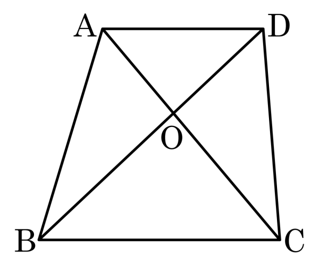
④ $\triangle ABP = \triangle AED + \triangle PCE$

⑤ $\triangle PAB + \triangle PCE = \triangle PAE + \triangle PBC$

해설

① $\overline{AC}$ 가 대각선이므로 $\triangle ABC = \triangle ACD$
② $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle BCE$
③ $\triangle PCE$ 가 공통이므로 ②에서 $\triangle PAE = \triangle PBC$
④ ①과 ③에 의해 $\triangle ABP = \triangle AED + \triangle PCE$

40. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고, $\overline{BO} : \overline{OD} = 3 : 2$ 이다. $\triangle ODC = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?

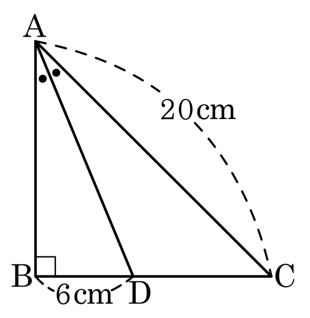


① 9cm^2
② 18cm^2
③ 27cm^2
④ 36cm^2
⑤ 45cm^2

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.
$3 : 2 = \triangle OBC : 18\text{cm}^2 \qquad \therefore \triangle OBC = 27\text{cm}^2$

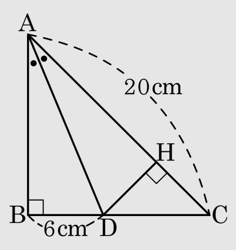
41. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56　② 57　③ 58　④ 59　⑤ 60

해설

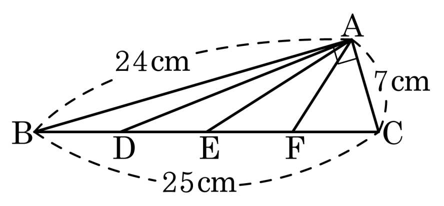
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

42. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

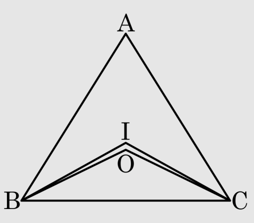
$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm})$

43. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 3°

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58°\end{aligned}$$

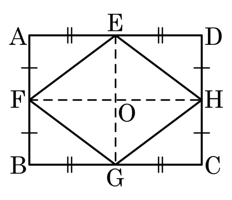
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

44. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



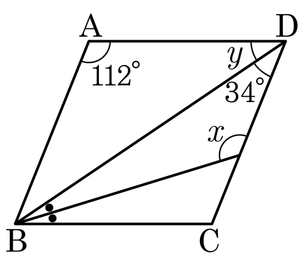
▶ 답: ________ cm^2

▷ 정답: $6\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ 이다.
직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 △EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

45. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}°$

▶ 답: $\underline{\quad}°$

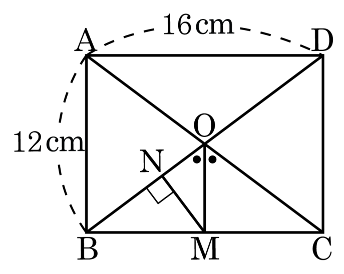
▷ 정답: $\angle x = 129°$

▷ 정답: $\angle y = 34°$

해설

주어진 조건에 의해서 □ABCD 가 평행사변형이 되려면 $112° + \angle y + 34° = 180°$ 가 성립해야 한다.
따라서 $\angle y = 34°$ 이다.
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\bullet = \dfrac{34°}{2} = 17°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle x = 17° + 112° = 129°$ 이다.
따라서 $\angle x = 129°$, $\angle y = 34°$ 이다.

46. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = 20\,\mathrm{cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 4.8 cm

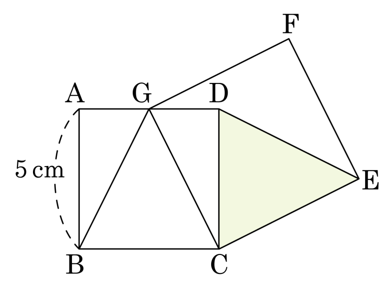
해설

$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10\,(\mathrm{cm})$

$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN} = 4.8\,(\mathrm{cm})$

47. 다음 그림에서 □ABCD 와 □CEFG 가 정사각형이고, $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$ 일 때 $\triangle DCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

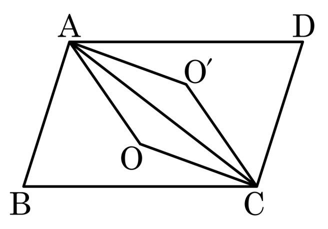
▷ 정답 : $\frac{25}{2}$ cm^2

해설

$\triangle BCG$ 와 $\triangle DCE$ 에서
$\overline{BC} = \overline{DC}$ (□ABCD 가 정사각형)
$\overline{CG} = \overline{CE}$ (□CEFG 가 정사각형)
$\angle BCG = 90° - \angle GCD = \angle DCE$
$\therefore \triangle BCG \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

$\triangle DCE$ 의 넓이가 $\triangle BCG$ 의 넓이가 같으므로
$\triangle DCE = \triangle BCG = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$

48. 평행사변형 ABCD 에서 점 O, O' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이다. $\square\mathrm{AOCO}'$ 은 어떤 사각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

점 O, O' 가 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이므로

$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{AO'C} = 2\angle\mathrm{D}$

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}, \angle\mathrm{O'AC} = \angle\mathrm{O'CA}$

$\angle\mathrm{O'AO} = \angle\mathrm{O'CO}$

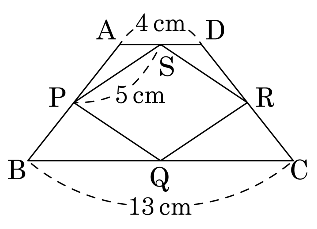
두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 $\square\mathrm{AOCO}'$ 는 평행사변형이다.

$\overline{\mathrm{AO'}} // \overline{\mathrm{OC}}, \overline{\mathrm{AO}} // \overline{\mathrm{O'C}}$ 이고

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{AO'}} = \overline{\mathrm{O'C}}$ 이므로

$\square\mathrm{AOCO}'$ 는 마름모이다.

49. 다음과 같은 등변사다리꼴 ABCD의 각 변의 중점을 S, P, Q, R이라 할 때, □SPQR의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

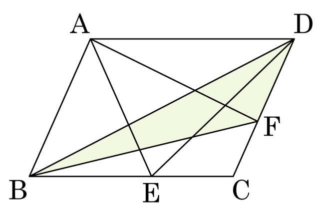
▷ 정답 : 20 cm

해설

등변사다리꼴의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모가 된다.

따라서 마름모는 네 변의 길이가 같으므로
□SPQR의 둘레의 길이는 $5 \times 4 = 20(\mathrm{cm})$

50. 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BD} \,/\!/\, \overline{EF}$이고, $\triangle ABE = 30(cm^2)$일 때, $\triangle BDF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $30\,cm^2$

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\triangle ABE = \triangle DBE$

$\overline{BD} \,/\!/\, \overline{EF}$이므로 $\triangle DBE = \triangle BDF$

$\therefore \triangle BDF = \triangle ABE = 30(cm^2)$