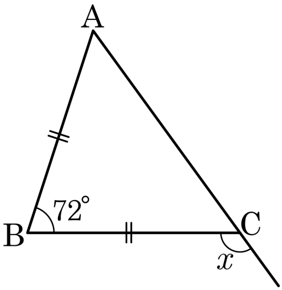
1. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



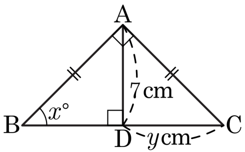
① 122° ② 123° ③ 124° ④ 125° ⑤ 126°

해설

$$\angle BCA = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$$

$$\therefore \angle x = 180° - 54° = 126°$$

2. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형이다. 이때, x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 45$

▷ 정답 : $y = 7$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$이므로 $x = 45$

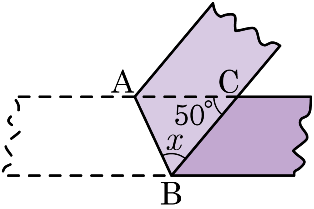
$\triangle ADB \equiv \triangle ADC$ (RHS 합동)이므로

$\overline{BD} = \overline{CD} = y$이다.

$\triangle ADB$, $\triangle CDA$가 직각이등변삼각형이므로

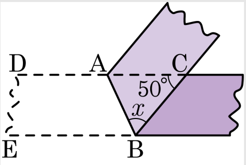
$\overline{CD} = \overline{BD} = \overline{AD} = 7$ (cm)이므로 $y = 7$이다.

3. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

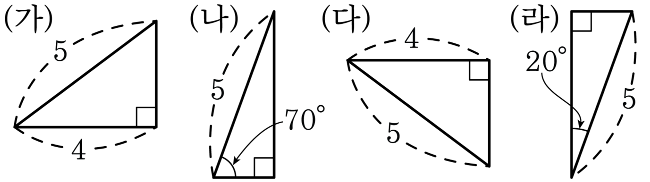
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore \ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

4. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



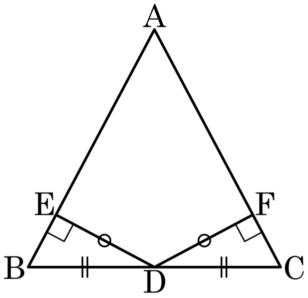
① (가)와 (라) ② (가)와 (다) ③ (나)와 (라)

④ (가)와 (나) ⑤ (나)와 (다)

해설

(가)와 (다) ⇒ RHS 합동
(나)와 (라) ⇒ RHA 합동

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $56\underline{°}$

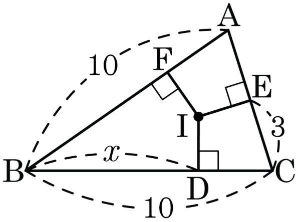
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 62°$

$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

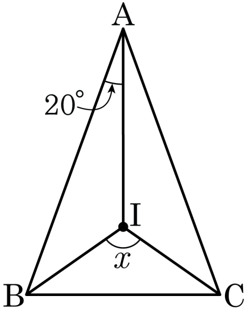
해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$이다.

$\overline{BC} = x + \overline{CD}$

$\therefore\ x = 10 - 3 = 7$

7. 다음 그림에서 점 I가 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle\mathrm{BAI} = 20°$일 때, $\angle\mathrm{BIC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 110°

해설

점 I가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내심이므로 $\angle\mathrm{IAB} = \angle\mathrm{IAC}$이므로 $\angle\mathrm{BAC} = 40°$이다.

$\triangle\mathrm{ABC}$가 이등변삼각형이므로

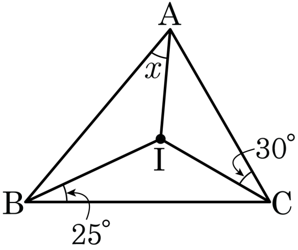
$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{C} = 70°$이다.

$\angle\mathrm{IBC} = \angle\mathrm{IBA} = \angle\mathrm{ICB} = \angle\mathrm{ICA} = 35°$

$\triangle\mathrm{IBC}$에서 $\angle x + 35° + 35° = 180°$

$\therefore\ \angle x = 110°$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

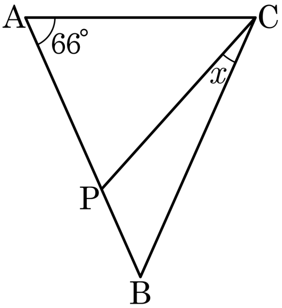
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \ \angle x = 35°$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{CA} = \overline{CP}$ 이고, $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 16° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

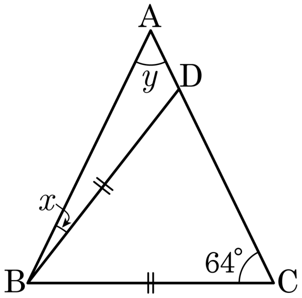
$\angle BCA = 66°$

또 $\triangle ACP$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle ACP = 180° - 2 \times 66° = 48°$

$\therefore \angle x = 66° - 48° = 18°$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BD}$이고 $\angle C = 64°$일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① 61° ② 62° ③ 63° ④ 64° ⑤ 65°

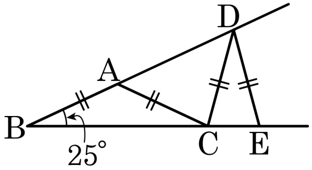
해설

$\triangle BCD$는 $\overline{BC} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BDC = 64°$

$\therefore \angle x + \angle y = 64°$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DE}$ 이다. $\angle B=25°$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 30°

해설

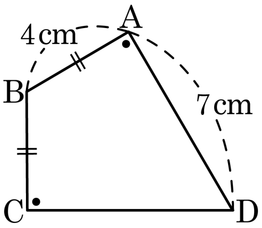
$\angle CAD=50°$

$\angle ACD=180°-(50°\times2)=80°$

$\angle DCE=180°-(25°+80°)=75°$

$\angle CDE=180°-(75°\times2)=30°$

12. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} =$ 4cm, $\overline{AD} = 7$cm 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 22 cm

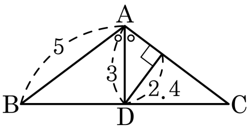
해설

△ABC 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로

$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 7$cm

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (4 + 7) \times 2 = 22$(cm)

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



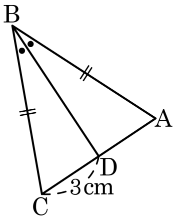
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2.4 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 3$, $\overline{DC} = 4$이므로 $\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 8$이다.

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}$ 와 길이가 같은 것은?



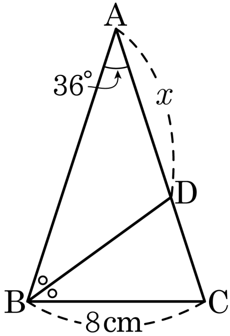
① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{AD}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{AC}$

해설

이등변삼각형에서 꼭지각을 이등분하는 선분은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{CD} = \overline{AD}$

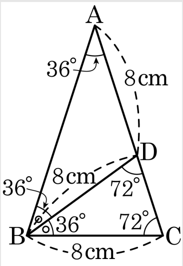
15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

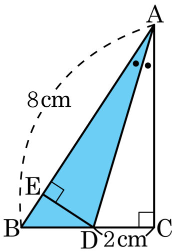


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

16. 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overline{CD} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 8 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

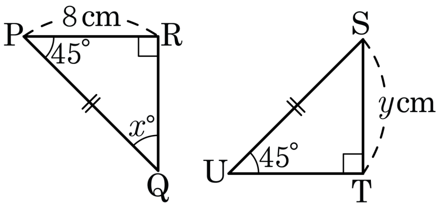
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{ED} = \overline{DC} = 2(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35　　② 37　　③ 40　　④ 45　　⑤ 48

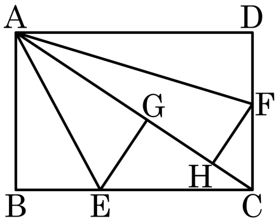
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y$ cm

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

18. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 6 , 세로의 길이가 4 인 직사각형 ABCD 에서 선분 AE, AF 는 각각 $\angle \mathrm{BAC}$, $\angle \mathrm{CAD}$ 의 이등분선이고, 점 E, F 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 G, H 라 한다. 이때 $\overline{\mathrm{GH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

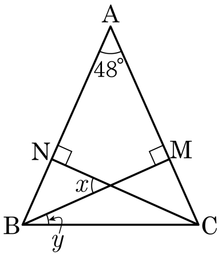
$\triangle \mathrm{ABE} \equiv \triangle \mathrm{AGE}$ (RHA 합동)

$\triangle \mathrm{ADF} \equiv \triangle \mathrm{AHF}$ (RHA 합동)

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AG}} = 4,\ \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AH}} = 6$

$\therefore \overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = 6 - 4 = 2$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 48°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 72° ② 76° ③ 80°

④ 84° ⑤ 88°

해설

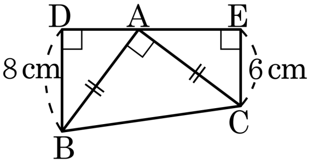
$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$(RHA 합동)

$\triangle BMC$ 에서, $\angle MCB = 66°$, $y = 24°$,

$\angle MCN = 66° - 24° = 42°$ $\therefore x = 180° - (42° + 90°) = 48°$

따라서 $\angle x + \angle y = 48° + 28° = 72°$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC=90°$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 14 cm

해설

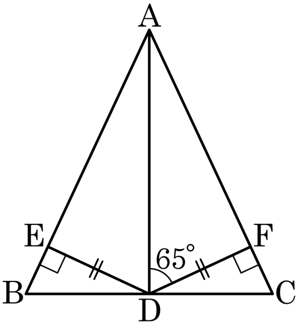
$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ 이므로

$\overline{DA}=\overline{EC}=6\,\text{cm}$

$\overline{AE}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=6+8=14(\,\text{cm})$

21. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$이다. $\angle ADF = 65°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

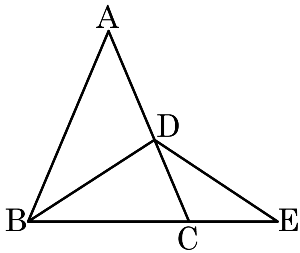
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ADF$(RHS 합동)

$\angle DAF = 180° - (90° + 65°) = 25° = \angle EAD$

$\therefore\ \angle BAC = 25° \times 2 = 50°$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=7\text{cm}$, $\overline{DC}=3\text{cm}$, $\overline{DE}=5\text{cm}$, $\angle ABD=\angle CBD$, $\overline{CD}=\overline{CE}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 5 cm

해설

$\overline{CD}=\overline{CE}$ 이므로

$\angle CDE=\angle CED$, $\angle CED=\angle a$ 라 하면

$\therefore\ \angle DCB=\angle CDE+\angle CED=2\angle a$

$\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC=\angle DCB=2\angle a$

$\angle CBD=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\angle a=\angle a$

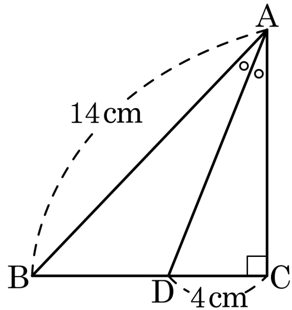
$\angle CBD=\angle CED=\angle a$ 이므로

$\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $\overline{DE}$의 길이와 같다.

$\therefore\ 5\text{cm}$

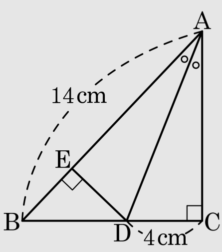
23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하면?



① 20cm^2 ② 22cm^2 ③ 24cm^2
④ 26cm^2 ⑤ 28cm^2

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 긋고 E 라고 하면
$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)



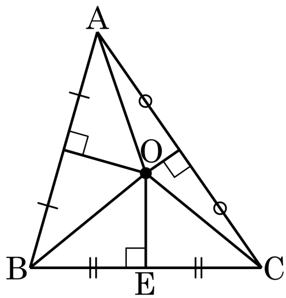
$\overline{DE} = 4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD = 14 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 28(\text{cm}^2)$

24. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),

$\overline{OA} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\overline{OB} =$ (ㄴ),

$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,

(ㄷ)는 공통인 변

$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)

$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)

즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

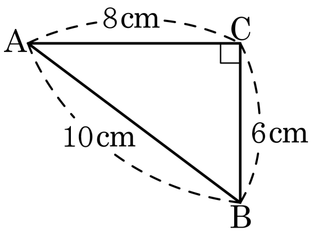
① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$

④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$ ② $25\pi\text{cm}^2$ ③ $22\pi\text{cm}^2$

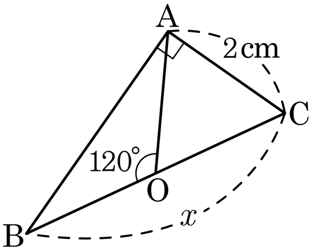
④ $20\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

26. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

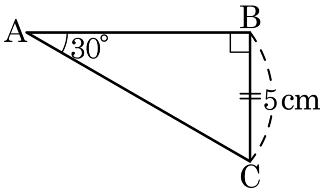
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°(\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

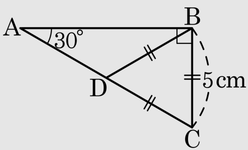
27. 다음 그림은 $\angle A = 30°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

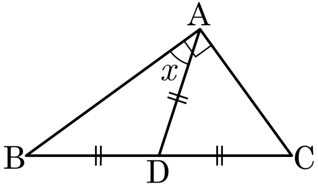
▷ 정답 : $25\pi \,\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\angle BCA = 90° - 30° = 60°$
$\overline{AC}$ 의 중점을 D 라 할 때 $\overline{BD}$ 를 그으면
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ ($\because$ 점 D는 $\triangle ABC$의 외심)
즉, $\triangle BDC$ 에서
$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BCD = 60°$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 정삼각형이 된다.
그러므로 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5(\text{cm})$ 이므로 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

28. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$

$\triangle ABD=\angle BAD=\angle B$

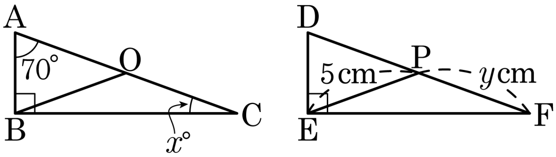
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$

$\angle DAC=\angle DCA=\angle C$

$\angle B:\angle C=2:3 \leftrightarrow \angle BAD:\angle CAD=2:3$

$$\angle BAD=\frac{2}{2+3}\times 90^\circ=\frac{2}{5}\times 90^\circ=36^\circ$$

29. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



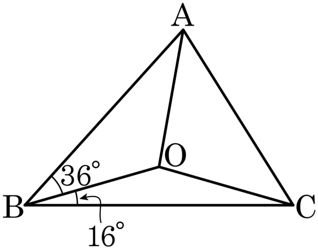
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

30. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle$OAC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

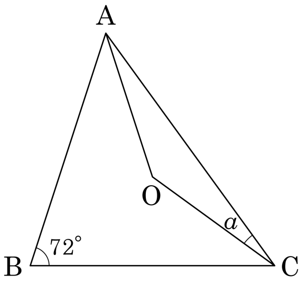
▷ 정답 : 38$\underline{\circ}$

해설

$\angle\mathrm{OAC} + \angle\mathrm{OBA} + \angle\mathrm{OCB} = 90°$

$\angle\mathrm{OAC} = 90° - (36° + 16°) = 38°$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABC = 72°$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18°$

해설

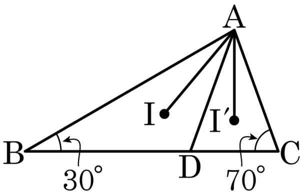
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOC = 2\angle ABC$

$\therefore \ \angle AOC = 2 \times 72° = 144°$

$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\angle a = \frac{1}{2}(180° - 144°) = 18°$

32. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$, $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 40°

해설

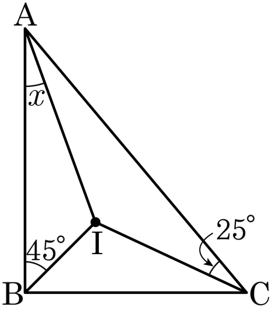
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 80°$이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \dfrac{1}{2}\angle A = 40°$

33. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = ($　　　　$)^\circ$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

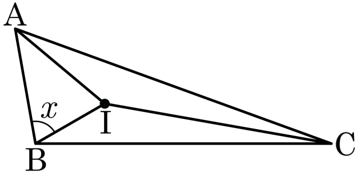
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 45^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 20^\circ$

34. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$이므로

$\angle AIB = 360° \times \dfrac{5}{5+6+7} = 100°$,

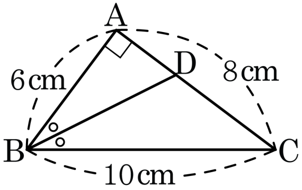
$\angle BIC = 360° \times \dfrac{6}{5+6+7} = 120°$, $\angle AIC = 360° \times \dfrac{7}{5+6+7} = 140°$이다.

점 I가 삼각형의 내심일 때,

$\angle AIC = 140° = 90° + \dfrac{1}{2}\angle B$이므로

$\angle B = 100°$, $\angle x = \dfrac{1}{2}\angle B = 50°$이다.

35. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=10\text{cm}$, $\overline{AC}=8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

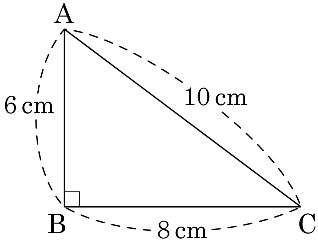
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$(RHA합동) 이므로 $\overline{AD}=\overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD}=\overline{ED}=x\text{cm}$ 라 하면

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times 6\times x+\frac{1}{2}\times 10\times x$ 이다.

따라서 $\overline{AD}=x=3\text{cm}$ 이다.

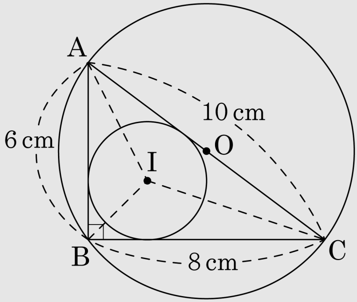
36. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm 인 직각삼각형 ABC에서 외접원과 내접원의 반지름의 길이를 각각 R cm, r cm라고 할 때, $R+r$의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

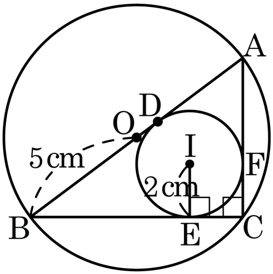
해설



(1) 단계
다음 그림과 같이 직각 삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외접원의 반지름 R은 5 cm

$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$ 이므로
$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2}(6r + 8r + 10r)$, $24 = 12r$, $r = 2$
즉, 내접원의 반지름 r은 2 cm
$\therefore\ R + r = 5 + 2 = 7(\text{ cm})$

37. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 △ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, △ABC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

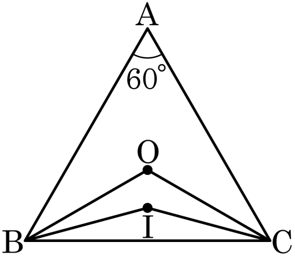
④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 △ABC 는 직각삼각형이다.
$\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = a\text{cm}$ 라 하면
$\overline{\text{BD}} = \overline{\text{BE}} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.
따라서

$$\triangle\text{ABC} = \frac{1}{2} \times \overline{\text{IE}} \times (\overline{\text{AB}} + \overline{\text{BC}} + \overline{\text{AC}})$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}$$

38. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



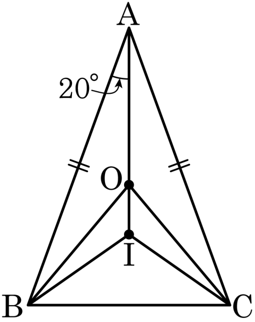
① 0°　② 10°　③ 20°　④ 30°　⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

39. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40°$ 이므로

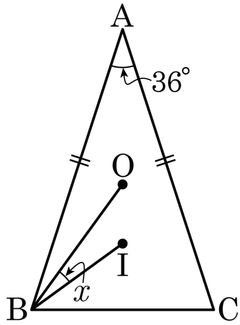
$\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110° - 80° = 30°$ 이다.

40. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

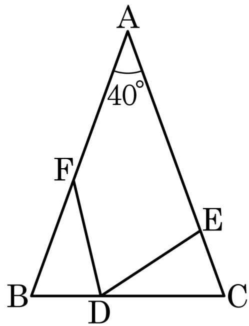
$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC=\angle A$ 이므로 $\angle A=36°$, $\angle BOC=72°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A+90°=\angle BIC$ 이므로 $\angle BIC=\frac{1}{2}\times 36°+90°=108°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC=54°$ 이다.

또, $\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 72°=36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=54°-36°=18°$ 이다.

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

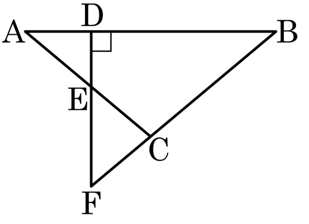
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

42. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로

$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

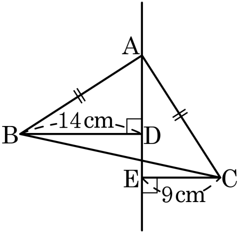
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

43. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14\mathrm{cm}$, $\overline{CE} = 9\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

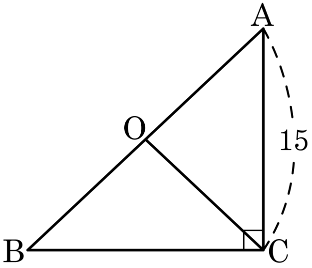
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(\mathrm{cm})$

44. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



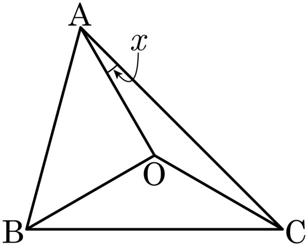
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

45. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

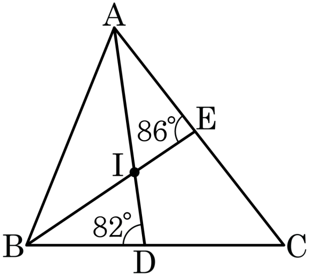
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \dfrac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \dfrac{1}{2} = 15°$

46. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\qquad)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{52°}$

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서

$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots$ ㉠

$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$

$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.

$\therefore\ \angle C = 52°$

47. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 185π cm^2

해설

외접원의 반지름 : $\dfrac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

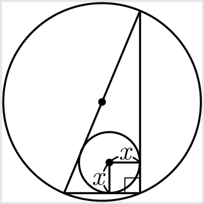
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

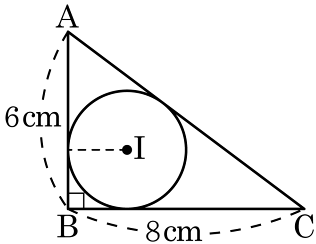
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

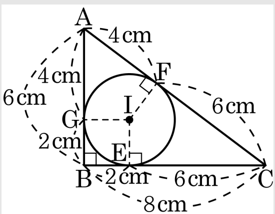
$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

48. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



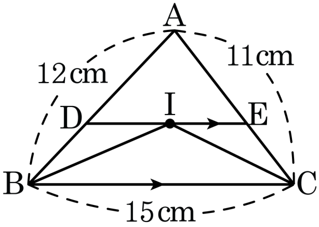
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2 cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{ cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\text{ cm}, \overline{EC} = 6\text{ cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{ cm})$ 이다.

49. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{BC} = 15cm$, $\overline{AC} = 11cm$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

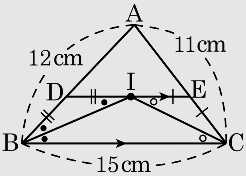
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

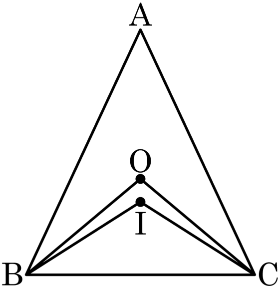
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(cm)$



50. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100°$ 이고, $\angle A = a°$, $\angle BIC = b°$ 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50° \Rightarrow a = 50$$

$$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + 25° = 115° \Rightarrow b = 115$$

따라서 $b - a = 115 - 50 = 65$ 이다.