

1. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개했을 때 x 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-2)(x+3) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ & \quad x^2+x=t \text{라 하면} \\ & (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (t-2)(t-6) \\ &= t^2-8t+12 \\ &= (x^2+x)^2-8(x^2+x)+12 \\ &= x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12 \\ &= x^4+2x^3-7x^2-8x+12 \\ & \Rightarrow x \text{의 계수} : -8 \end{aligned}$$

2. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?

① -30

② -24

③ -18

④ -12

⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24\end{aligned}$$

3. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

4. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3

② 6

③ 9

④ 15

⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$ 라 하면

$$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$$

$$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$$

$$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$$

$$= (x - y)^2 + 5(x - y) + 6 - (x + 2y)^2 + 6(x + 2y) - 9$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$$

$$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$$

∴ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

5. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6$ 일 때, $a^3 - b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{125}$

해설

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4, \frac{b-a}{ab} = 4, a-b = -4ab \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6, \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} = 6, a^2 + b^2 = 6a^2 b^2$$

$$(a-b)^2 + 2ab = 6a^2 b^2 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$(a-b)^2 + 2ab = (-4ab)^2 + 2ab = 6a^2 b^2$$

$$2ab(5ab + 1) = 0$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{5} (\because ab \neq 0) \dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } a-b = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 - b^3 &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ &= \left(\frac{4}{5}\right)^3 + 3 \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{4}{125} \end{aligned}$$