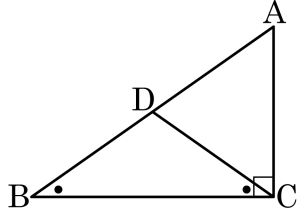


1. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



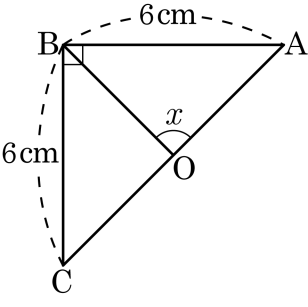
$\angle B = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
 $\angle ACD + \boxed{\text{(다)}}$ $= \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로
 $\angle ACD = 90^\circ - \boxed{\text{(라)}}$ 이다.
 그런데 $\angle B = \boxed{\text{(마)}}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

- ① (가) : $\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$
 ④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

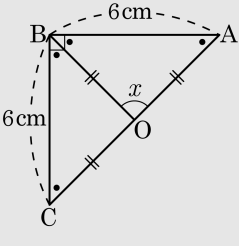
$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 90^\circ - \angle B$ 이다.
 $\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 90° 이므로 $\angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ 이다.
 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



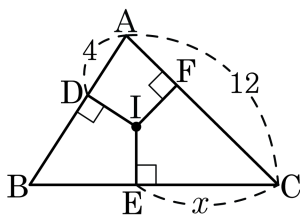
- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
 $\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$
직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore OC = OB = OA$
 $\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because OA = OB$)
 $\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$
따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



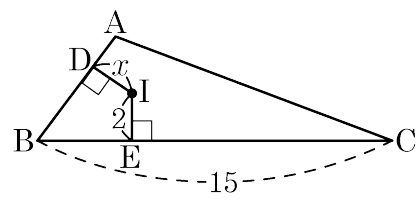
▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $4 + x = 12$ 이므로 $x = 8$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, x 의 값을 구하여라.



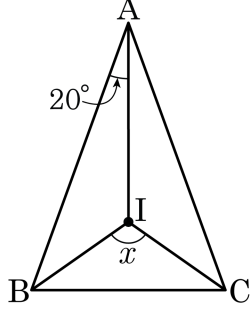
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IE} = 2$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle BAI = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 110_°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로 $\angle BAC = 40^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

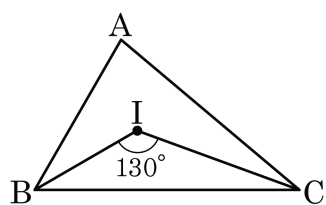
$\angle B = \angle C = 70^\circ$ 이다.

$\angle IBC = \angle IBA = \angle ICB = \angle ICA = 35^\circ$

$\triangle IBC$ 에서 $\angle x + 35^\circ + 35^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 110^\circ$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 80° ② 70° ③ 60° ④ 50° ⑤ 75°

해설

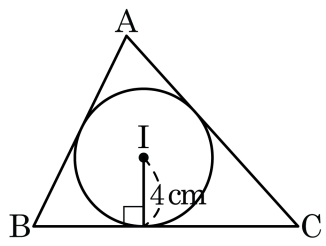
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle BIC = 130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ$$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 40cm^2 이다. 이 때, $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$ 의 값을 구하면?



- ① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 40 \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.

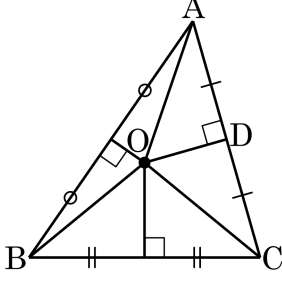
8. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

9. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



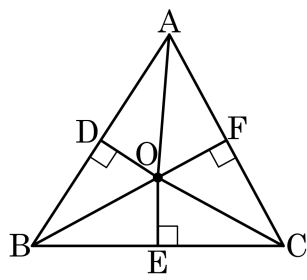
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
 점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
 점 O 는 AB 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠
 또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡
 ㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
 $\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$
 $\overline{OA} = \square$
 $\overline{OD}$ 는 공통
 $\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
 따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
 즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

- ① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

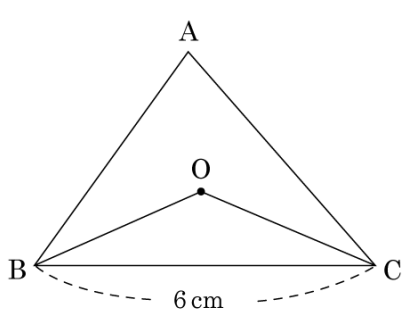


- ① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$
- ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
- ③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
- ④ $\angle DAO = \angle DBO$
- ⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$$\angle FOA = \angle FOC$$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



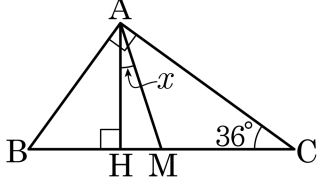
▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 이고
 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{OB} = \overline{OC} = 4\text{ cm}$
 따라서 외접원의 반지름의 길이는 4 cm 이므로
 넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이고 $\angle C = 36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

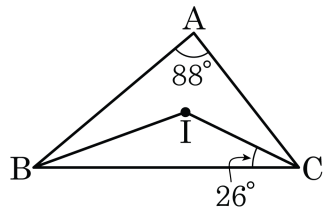


- ① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36^\circ \dots \text{㉠}$
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ 이다.
 $\angle BAH = 180^\circ - \angle ABC - 90^\circ = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ \dots \text{㉡}$
 $\angle A = 90^\circ$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$
따라서 $x = 18^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 88^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



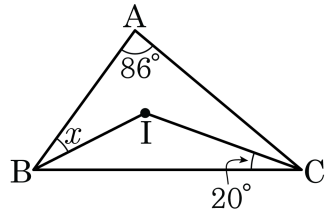
- ① 44° ② 67° ③ 84° ④ 134° ⑤ 176°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 88^\circ = 134^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle A = 86^\circ$ 일 때, $\angle ABI =$ () $^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

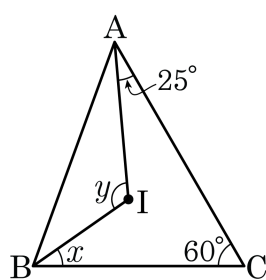
$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 86^\circ = 133^\circ$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle IBC = 180^\circ - 20^\circ - 133^\circ = 27^\circ$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ABI = 27^\circ$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 120° ② 125° ③ 145° ④ 155° ⑤ 165°

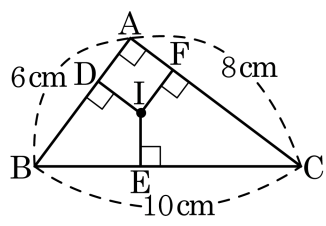
해설

i) $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$

ii) $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ \therefore \angle x = 35^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 155^\circ$

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?

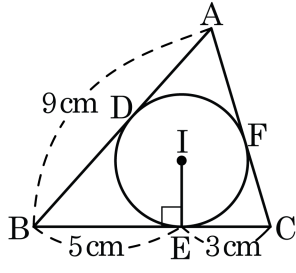


- ① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
 ④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면
 $\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$ 이고,
 $\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$ 이다.
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로
 $10 = (6 - x) + (8 - x)$
 $\therefore x = 2(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



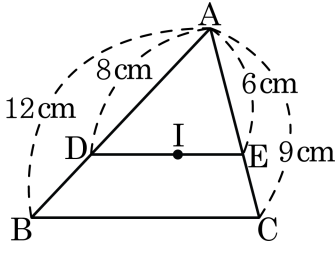
- ① 22cm^2 ② 23cm^2 ③ 24cm^2
 ④ 25cm^2 ⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI} + \overline{IE}$ 를 고르면?

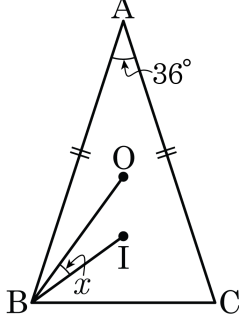


- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다. 따라서 $x = \overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DE} = (12 - 8) + (9 - 6) = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I와 점 O는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

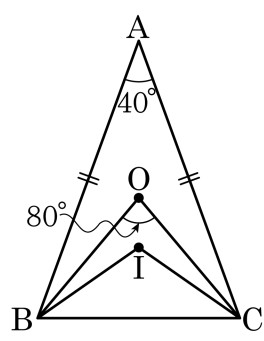
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36^\circ$, $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.

20. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 10

▶ 정답 : 15 _

해설

$$\angle \text{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle \text{BAC} = 110^\circ$$

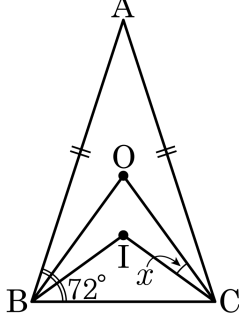
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기= () $^\circ$ 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ \text{ 이므로 } \angle BOC = 2\angle BAC = 72^\circ$$

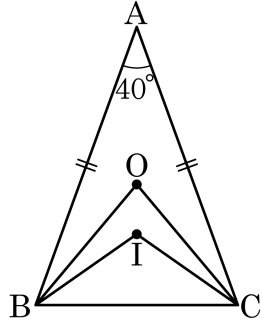
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle x = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

22. 다음 그림에서 점 O는 이등변삼각형 ABC의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 40^\circ$ 일 때, $\angle IBC$ 의 크기를 구하여라.



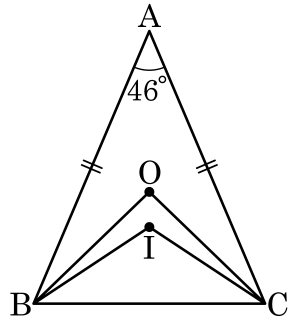
▶ 답 : °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로
 $\angle OBC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$
점 I가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로
 $\angle OBI = \angle IBC = 25^\circ$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle A = 46^\circ$ 인 이등변삼각형이다. 점 O와 I가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



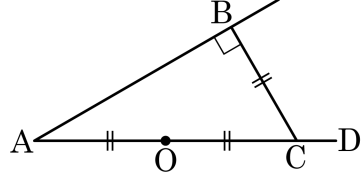
▶ 답 :

▷ 정답 : 10.5°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때,
 $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 46^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 67^\circ$, $\angle BOC = 92^\circ$ 이다.
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44^\circ$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67^\circ = 33.5^\circ$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44^\circ - 33.5^\circ = 10.5^\circ$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



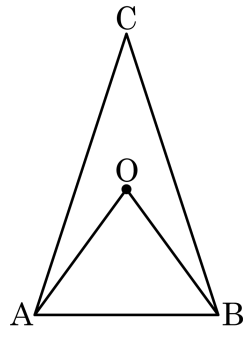
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$ 의 중점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $\angle AOB = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$ 는 이등변삼각형
 $\angle BAO = \angle ABO = 30^\circ \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4$

25. $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 72°

해설

 $\angle OAB = \angle OBA = x, \angle OBC = \angle OCB = y, \angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \dots \textcircled{7}$$

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots \textcircled{L}$$

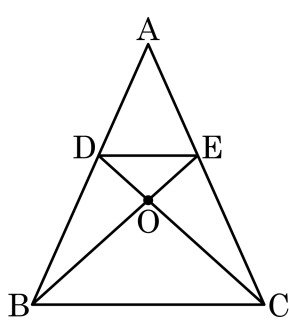
$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$$

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$

⑦, ④을 연립하면 $x = 54^\circ$
 $\angle AOB$ 는 $\overline{OA} - \overline{OB}$ 이 이등변삼각형이므로

$$\triangle AOB \cong \triangle AOB \text{ (SSS)} \Rightarrow \angle AOB = \angle AOB = 72^\circ$$

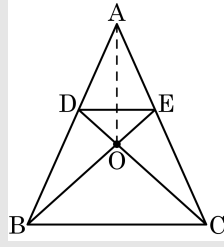
26. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 120°

해설



$\angle DBE = x$, $\angle ECD = y$ 라 하면 $\triangle DBE$, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DEB = \angle DBE = x, \angle ECD = \angle EDC = y$$

점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

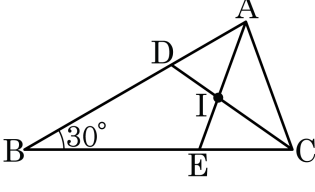
즉, $\triangle OAB$, $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = x, \angle OAC = \angle OCA = y$$

한편 외심의 성질에 의해 $\angle BOC = 2\angle A$ 이므로

$$\angle DOE = \angle BOC(\text{맞꼭지각}) = 2(x + y)$$
따라서 $\triangle ODE$ 에서 $y + x + 2(x + y) = 180^\circ$, $x + y = \angle A = 60^\circ$
$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$$

27. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?

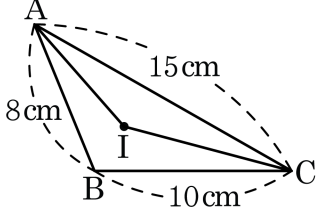


- ① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = 105^\circ$
 $\angle AIC = \angle DIE = 105^\circ$.
 $\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360^\circ$.
 $\angle BDI + \angle BEI = 360^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 225^\circ$.
 $\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360^\circ$, $\angle ADI + \angle CEI = 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$

28. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

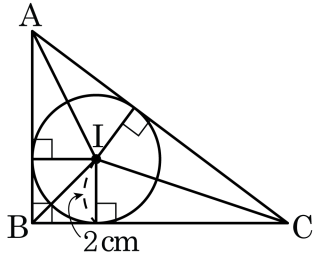
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15 \text{ 이다.}$$

29. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

30. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

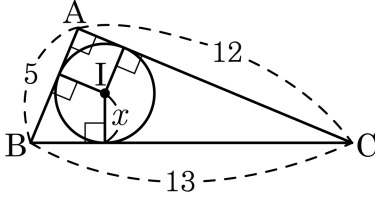
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

31. $\triangle ABC$ 의 넓이가 30일 때, x 의 길이를 구하여라.(단, 점 I는 내심)



▶ 답 :

▶ 정답 : 2

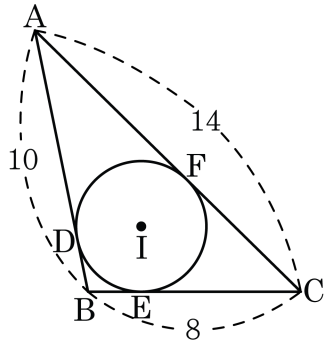
해설

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times x \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 30$$

$$\frac{1}{2} \times x \times 30 = 30$$

따라서 $x = 2$ 이다.

32. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $AB = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

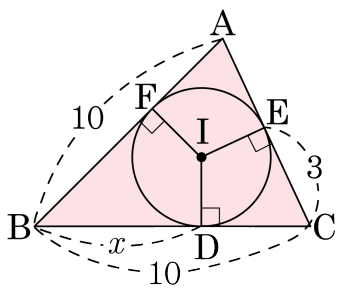


- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$,
 $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.
 $\therefore x = 6(\text{cm})$

33. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



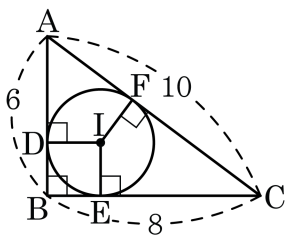
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$ 이다.
 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
 $\therefore x = \overline{BD} = 7$

34. 다음 그림에서 원 I는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

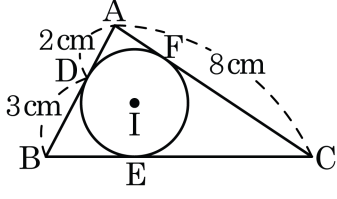
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

$$\frac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) \times r = 24 \therefore r = 2$$

35. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. $AD = 2\text{cm}$, $BD = 3\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

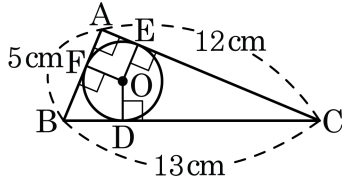


- ① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
 따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

36. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



- ① 0.5 cm
- ② 1 cm
- ③ 2 cm
- ④ 2.5 cm
- ⑤ 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이는

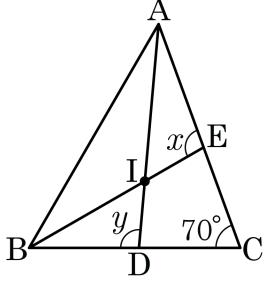
$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a + b + c)$$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a + b + c) = 30$,

$$\frac{1}{2}r(5 + 12 + 13) = 30$$

따라서 $r = 2$ cm

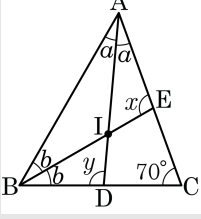
37. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

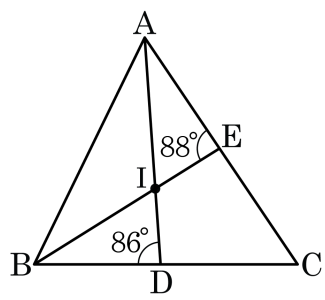
해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$
 $\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70^\circ$, $\triangle ADC$ 에서
 $\angle y = \angle a + 70^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70^\circ) + (\angle a + 70^\circ)$
 $= \angle a + \angle b + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$

38. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A$ 의 내각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D, $\angle B$ 의 내각의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 E라고 할 때, $\angle AEB = 88^\circ$, $\angle ADB = 86^\circ$ 이다. $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

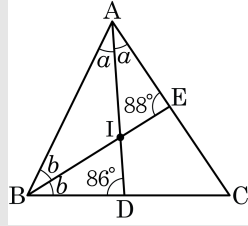


▶ 답: ○ —

▷ 정답 : 56°

해설

$\angle A = 2\angle a$, $\angle B = 2\angle b$ 라고 하면,

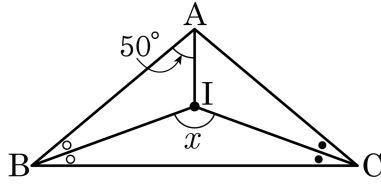

$$\begin{aligned} \triangle ABE \text{에서 } 2\angle a + \angle b + 88^\circ &= 180^\circ, \quad 2\angle a + \angle b = 92^\circ \dots \textcircled{1} \\ \triangle ABD \text{에서 } \angle a + 2\angle b + 86^\circ &= 180^\circ \quad \angle a + 2\angle b = 94^\circ \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$
$$\triangle ABD \text{ 에서 } \angle a + 2\angle b + 86^\circ = 180^\circ, \angle a + 2\angle b = 94^\circ \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립방정식으로 풀면, $\angle a = 30^\circ$, $\angle b = 32^\circ$

$\therefore \angle A = 60^\circ, \angle B = 64^\circ$ 이므로,

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (60^\circ + 64^\circ) = 56^\circ$$

39. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 내각의 이등분선의 교점이다.
 $\angle IAB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

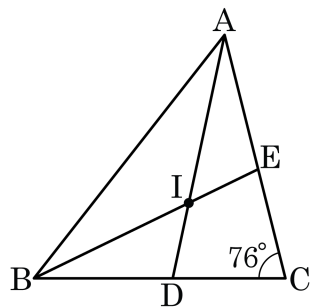


- ① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로 $\angle BAC = 100^\circ$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle BAC + 2\bullet + 2x = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \bullet + x = 40^\circ$
 $\triangle IBC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + \bullet + x = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle x = 140^\circ$

40. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76^\circ$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?

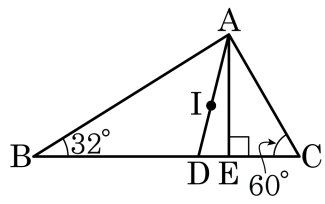


- ① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B &= 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ \\ \therefore \angle ADB + \angle AEB &= \frac{1}{2}\angle A + 76^\circ + \frac{1}{2}\angle B + 76^\circ \\ &= 52^\circ + 152^\circ = 204^\circ\end{aligned}$$

41. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 14°

해설

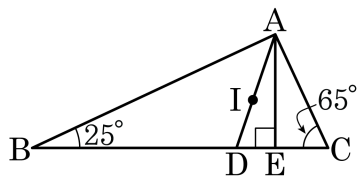
$$\angle A = 180^\circ - (32^\circ + 60^\circ) = 88^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 88^\circ = 44^\circ$$

$\angle EAC = 30^\circ$ 이므로

$$\therefore \angle DAE = 44^\circ - 30^\circ = 14^\circ$$

42. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



- ① 15° ② 17° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

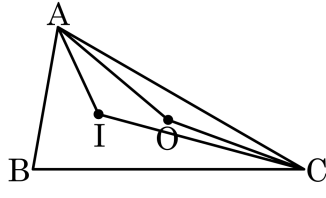
$$\angle A = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle EAC = 25^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

43. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



- ① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

해설

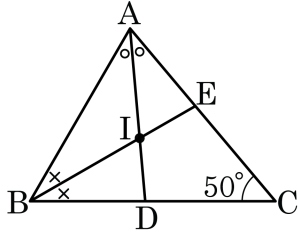
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이

점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

44. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합을 구하여라.



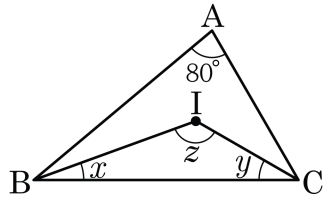
▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 165°

해설

점 I는 내심이므로
 $\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 50^\circ = 180^\circ$,
 $\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$
 $\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50^\circ + \angle x$
 $\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50^\circ + \angle y$
 $\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100^\circ + \angle x + \angle y = 165^\circ$

45. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle z - (\angle x + \angle y) = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ, \angle x + \angle y = 50^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$