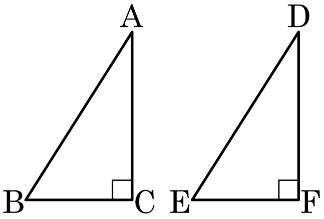
**1.** 다음 그림의 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동이 되는 경우를 보기에서 모두 찾아라.




**보기**

㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$

㉤ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$

㉥ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle C = \angle F$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

**해설**

삼각형이 합동이 될 조건 SAS, ASA
직각삼각형이 합동이 될 조건 RHA, RHS
㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ RHS 합동
㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ ASA 합동
㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ SAS 합동
㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$ $\Rightarrow$ RHA 합동

**2.** 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

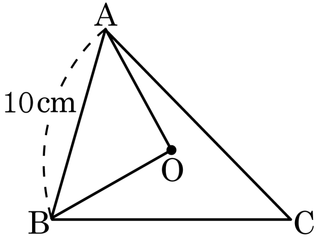
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA = (①)$ ······ ㉠
> (②) 는 공통 ······ ㉡
> $(③) = \angle OBP = 90°$ ······ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore (⑤) = \overline{PB}$

① $\angle POB$　　② $\overline{OP}$　　③ $\angle OAP$
④ RHS　　⑤ $\overline{PA}$

**해설**

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA = (\ \angle POB\ )$ ······ ㉠
$(\ \overline{OP}\ )$ 는 공통 ······ ㉡
$(\ \angle OAP\ ) = \angle OBP = 90°$ ······ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ( RHA ) 합동
$\therefore\ (\ \overline{PA}\ ) = \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

**3.** 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?




① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

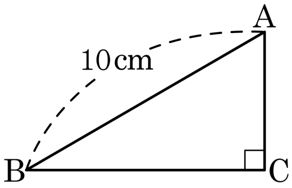
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore OA = 7(\mathrm{cm})$

**4.** 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

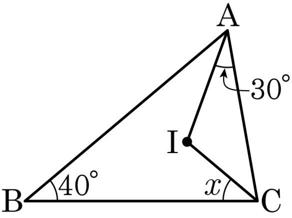



① $18\pi$ ② $25\pi$ ③ $36\pi$ ④ $49\pi$ ⑤ $63\pi$

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5 이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 이다.

**5.** 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40°$, $\angle CAI = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.




▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$

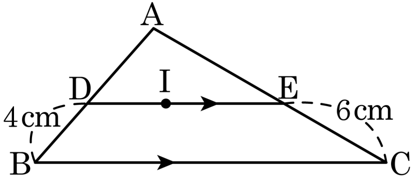
$\angle IBA = 20°$

$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로

$\angle x + 20° + 30° = 90°$

$\therefore x = 40°$

**6.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$ , $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



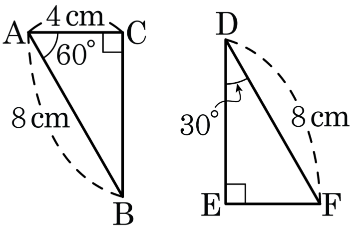

① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

**7.** 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?




① 5cm ② 4.5cm ③ 4cm

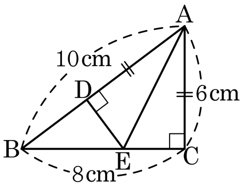
④ 3.5cm ⑤ 3cm

해설

$\triangle ABC, \triangle FDE$ 는 RHA 합동

$\therefore \overline{EF} = \overline{CA} = 4\text{cm}$

**8.** 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$ 이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=8\text{cm}$, $\overline{AC}=6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레는 삼각형 ABC 의 몇 배인가?




① $\frac{1}{3}$ 배 ② $\frac{1}{2}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배
④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{6}$ 배

해설

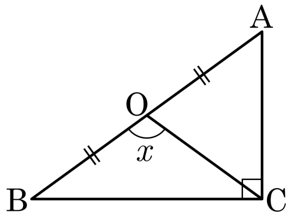
$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\overline{BD}=4\text{cm}$

$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{BC}=8\text{cm}$ 이므로

$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$=4+8=12(\text{cm})$

$\triangle ABC=10+8+6=24(\text{cm})$ 이므로 $\frac{1}{2}$ 배이다.

**9.** 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.




① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

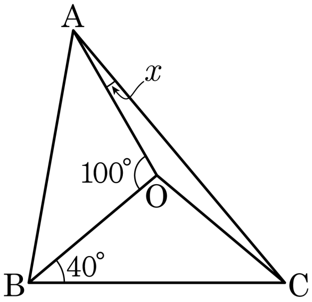
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because$ $\overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 $180^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

**10.** 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



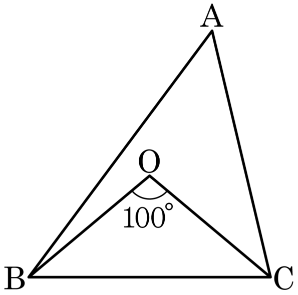

① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$ , $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$ , $\angle OBA = 40°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$ , $x + 40° + 40° = 90°$ , $\therefore\ \angle x = 10°$ .

**11.** 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



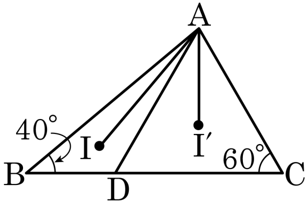

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{50°}$

해설

$$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$$

**12.** 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

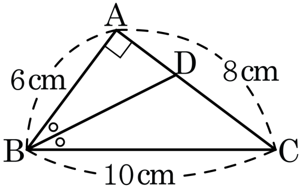



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$$

**13.** 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=10\text{cm}$, $\overline{AC}=8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)




▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

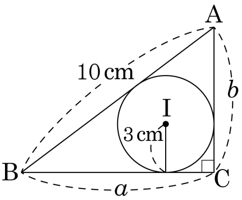
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$(RHA합동) 이므로 $\overline{AD}=\overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD}=\overline{ED}=x\text{cm}$ 라 하면

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times 6\times x+\frac{1}{2}\times 10\times x$ 이다.

따라서 $\overline{AD}=x=3\text{cm}$ 이다.

**14.** 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle C = 90°$이고 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름이 $3\,\text{cm}$일 때, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$이면 $\triangle ABC$의 넓이는 얼마인가?




▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $39\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F라 하면

$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$

$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$

$\therefore\ a + b = 16$

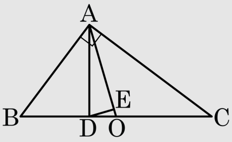
$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3 \\ &= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\text{cm}^2)\ \therefore\end{aligned}$$

**15.** $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 $a$ 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$　　② $3 + a$　　③ $3 - \dfrac{a}{2}$

④ $\dfrac{2a}{5} - 3$　　⑤ $\dfrac{6a}{5} - 3$

해설




점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \dfrac{5}{2}$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = \dfrac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore \ \overline{AD} = \dfrac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \dfrac{1}{2} \times \left(a - \dfrac{5}{2}\right) \times \dfrac{12}{5} = \dfrac{6}{5}a - 3$ 이다.