

1. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 3 차방정식

2. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 삼차방정식

3. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

5. 이차방정식 $5x^2 - bx + 20 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $5a^2 - ab + 1$ 의 값은?

① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

해설

$5x^2 - bx + 20 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$5a^2 - ab + 20 = 0$, $5a^2 - ab = -20$

$\therefore 5a^2 - ab + 1 = (-20) + 1 = -19$

6. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-3$

② $x=-2$ 또는 $x=3$

③ $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

⑤ $x=2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

$$3x-2=0 \text{ 또는 } 2x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{2}{3} \text{ 또는 } x=-\frac{3}{2}$$

7. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + 7 = 0$ 의 두 근의 곱이 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2k = 0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{63}{2}$

해설

$x^2 - 8x + 7 = 0, (x - 1)(x - 7) = 0$ 이므로 $x = 1$ 또는 $x = 7$

두 근의 곱은 7 이므로

이차방정식 $2x^2 - 5x + 2k = 0$ 에 $x = 7$ 을 대입하면

$98 - 35 + 2k = 0, 2k = -63$

따라서 k 는 $-\frac{63}{2}$ 이다.

9. 이차방정식 $2(x+5)^2 - 14 = 0$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$2(x+5)^2 - 14 = 0, 2(x+5)^2 = 14, (x+5)^2 = 7$$

$$\therefore x = -5 \pm \sqrt{7}$$

$$A = -5, B = 7$$

$$\therefore A + B = -5 + 7 = 2$$

10. 이차방정식 $x^2 + 8x - 4 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

11. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

12. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.

㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.

㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$

㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.

㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.

㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

14. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

15. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

16. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

19. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

20. 직선 $(p+3)x+2=6y$ 가 점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 지나고, 제 4 사분면을 지나지 않을 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

점 $\left(p, \frac{p^2+6p+9}{2}\right)$ 를 $(p+3)x+2=6y$ 의 x, y 에 각각 대입하면

$$(p+3)p+2=6\times\frac{p^2+6p+9}{2}, 2p^2+15p+25=0$$

$$(2p+5)(p+5)=0$$

$$\therefore p=-\frac{5}{2} \text{ 또는 } p=-5 \cdots \textcircled{\text{A}}$$

주어진 직선 $(p+3)x+2=6y$ 에서

$$y=\left(\frac{p+3}{6}\right)x+\frac{1}{3}$$

제 4 사분면을 지나지 않을 조건은

(기울기) > 0 , (y절편) ≥ 0 이므로

$$\left(\frac{p+3}{6}\right) > 0, p > -3 \cdots \textcircled{\text{B}}$$

따라서 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서 $p=-\frac{5}{2}$ 이다.

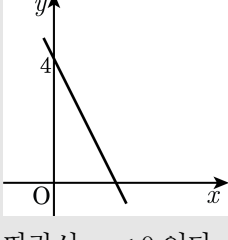
21. 직선 $px - y + 4 = 0$ 이 점 $(p - 2, 3p^2)$ 을 지나고 제3 사분면을 지나지 않을 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = px + 4$ 가 제3 사분면을 지나지 않으려면 다음 그림과 같이 그려져야 한다.



따라서, $p \leq 0$ 이다.

점 $(p - 2, 3p^2)$ 을 지나므로, 대입해주면

$$y = px + 4$$

$$3p^2 = p(p - 2) + 4$$

$$2p^2 + 2p - 4 = 0$$

$$2(p + 2)(p - 1) = 0$$

따라서 $p \leq 0$ 이므로 $p = -2$ 이다.

22. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[x^2 - 5x]_1^a = 0$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$\begin{aligned} [x^2 - 5x]_1^a &= 0 \\ (a^2 - 5a) - (1 - 5) &= 0 \\ a^2 - 5a + 4 &= 0 \\ (a - 1)(a - 4) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 4 \\ \therefore a = 4 \quad (\because a > 1) \end{aligned}$$

23. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

- ① $x = 2, a = -3$
- ② $x = 2, a = 3$
- ③ $x = 1, a = 3$
- ④ $x = -1, a = -3$
- ⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{A}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$(\alpha + 2)\alpha + (\alpha + 2) = 0, (\alpha + 2)(\alpha + 1) = 0$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면

$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 계수를 정하는데, 안이 보이지 않는 상자에 0 ~ 9 까지의 숫자가 적힌 공을 넣어 첫 번째 뽑힌 숫자를 a , 두 번째 뽑힌 숫자를 b 로 정했다고 한다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 1 개일 확률이 $\frac{t}{s}$ 라고 할 때, $t + s$ 의 값을 구하여라. (단, t, s 는 서로소이고, 첫 번째 뽑은 공은 다시 상자 안에 넣고 두 번째 공을 뽑는다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

증근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b, a^2 = 4b$$

이를 만족하는 (a, b) 를 구하면

$(a, b) = (0, 0), (2, 1), (4, 4), (6, 9)$ 의 네 가지이고 모든 경우의 수는 100 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ 이다.

$\therefore t = 1, s = 25$ 이므로 $t + s = 26$ 이다.

25. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$