

1. 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다
평행사변형은 직사각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답 : 조건

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

2. 다음에서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ $p : a = 1, b = 1, q : a + b = 2, ab = 1$
- ㉡ $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수
- ㉢ $p : a = b, q : ac = bc$
- ㉣ $p : a - 1 = 0, q : a^2 - 1 = 0$
- ㉤ $p : ab > 0, q : |a + b| = |a| + |b|$

해설

- ㉠ 충분조건 ㉡ 충분조건 ㉢ 충분조건
- ㉣ 충분조건 $|a + b| = |a| + |b| \Leftrightarrow ab \geq 0$

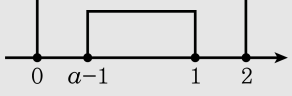
3. $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이고, 필요조건이 $b + 3 \leq x \leq 3$ 이다. a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m + M = -2$

해설

$0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a - 1 \leq x \leq 1$ 이므로
 $\{x \mid a - 1 \leq x \leq 1\} \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$



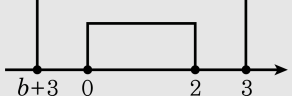
위의 그림에서 $0 \leq a - 1 \leq 1$

$\therefore 1 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

또, $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 필요조건이

$b + 3 \leq x \leq 3$ 이므로

$\{x \mid 0 \leq x \leq 2\} \subset \{x \mid b + 3 \leq x \leq 3\}$



위의 그림에서 $b + 3 \leq 0$

$\therefore b \leq -3 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 에서 a 의 최솟값 $m = 1$,

$\textcircled{㉡}$ 에서 b 의 최댓값 $M = -3$

$\therefore m + M = 1 + (-3) = -2$

4. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \cup (Q - P) = P$ 인 관계가 성립한다면 q 는 p 이기 위한 무슨 조건인가?
- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 - ② q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
 - ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 - ④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.
 - ⑤ q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

$$\begin{aligned} P \cup (Q - P) &= P \cup (Q \cap P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap U \\ &= P \cup Q \end{aligned}$$

에서 $P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$
따라서, q 는 p 이기 위한 충분조건이다.

5. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 필요조건

해설

$$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q \text{ 이므로 } P \subset Q$$

$$\therefore q \text{ 는 } p \text{ 이기 위한 필요조건}$$

6. 집합 A, B, C 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : (A \cap B) \subset (A \cup B), q : A = B$

② $p : A \cap (B \cap C) = A, q : A \cup (B \cup C) = B \cup C$

③ $p : A \cup (B \cap C) = A, q : A \cap (B \cup C) = B \cup C$

④ $p : A \cup B = A, q : B = \phi$

⑤ $p : A \cup (B - A) = B, q : A \subset B$

해설

① $(A \cap B) \subset (A \cup B) \Leftarrow A = B$: 필요조건

② $p : A \cap (B \cap C) = A \subset (B \cap C)$

$q : A \cup (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow A \subset (B \cup C)$

$A \subset (B \cap C) \Rightarrow A \subset (B \cup C)$: 충분조건

③ $p : A \cup (B \cap C) = A \Leftrightarrow (B \cap C) \subset A$

$q : A \cap (B \cup C) = B \cup C \Leftrightarrow (B \cup C) \subset A$

$(B \cap C) \subset A \Leftarrow (B \cup C) \subset A$: 필요조건

④ $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$

$B \subset A \Leftarrow B = \emptyset$: 필요조건

⑤ $p : A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A^c) = A \cup B = B$

$q : A \cup (B - A) = B \Leftrightarrow (A \cup B) = B$

$\Leftrightarrow A \subset B \therefore P \Leftrightarrow Q$: 필요충분조건

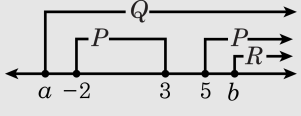
7. 실수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 다음과 같을 때, 두 명제 $p \Rightarrow q$ 와 $r \Rightarrow p$ 일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은?

$p : -2 \leq x \leq 3 \text{ or } x \geq 5$
 $q : x \geq a$
 $r : x \geq b$

- ① 5
- ② 3
- ③ 0
- ④ -3
- ⑤ -5

해설

$r \Rightarrow p, p \Rightarrow q$ 에서 $r \Rightarrow q$ 이므로 $R \subset P \subset Q$



$a \leq -2, 5 \leq b$
 a 의 최댓값 $-2, b$ 의 최솟값 5
 $\therefore -2 + 5 = 3$

8. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $Q^c \cap P^c = Q^c$
- ② $P - Q = \emptyset$
- ③ $P \cup Q = Q$
- ④ $Q - P = \emptyset$
- ⑤ $P \cap Q = P$

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 p 가 q 이기 위한 필요조건이 아니므로 $Q \not\subset P$
 $\therefore Q - P \neq \emptyset$

9. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, s 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$

② $q \rightarrow \sim p$

③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

$$p \rightarrow q \quad s \rightarrow \sim r \quad q \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r \text{의 대우} : \sim r \rightarrow \sim q$$

$$\therefore s \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim q \text{ 이므로 } s \rightarrow \sim q$$

10. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.
- ㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.
- ㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

- ① 필요, 충분, 필요충분
- ② 충분, 필요충분, 충분
- ③ 필요, 필요충분, 충분
- ④ 충분, 필요, 필요충분
- ⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면, $a-1, b-1, c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이므로 필요조건 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉡ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면 a, b, c 중 하나 또는 셋이 1보다 크므로 최댓값은 1보다 크다. 역으로 $a=2, b=2, c=-3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.
∴ 필요조건

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이므로 충분조건 역으로 $a=2, b=0, c=0$ 이면 최솟값은 0이므로 필요조건은 아니다.
∴ 충분조건