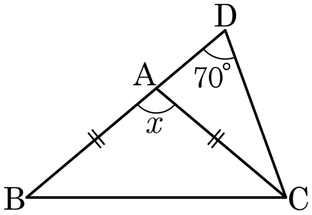
1. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

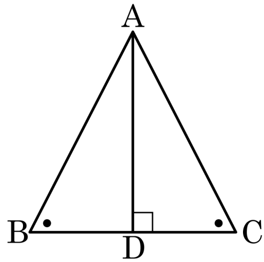


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

2. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

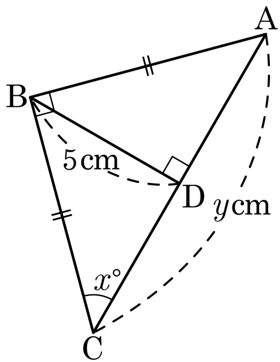
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.

⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x - y$의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

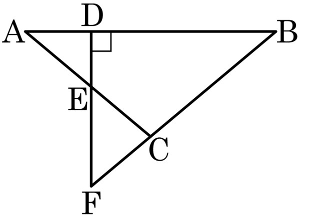
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a$, $\angle BDF = 90°$ 이므로

$\angle BFD = 90° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

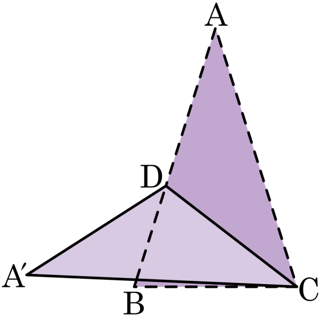
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

5. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : 37.5 $\underline{°}$

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로

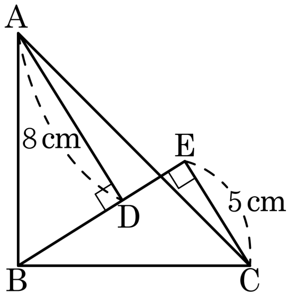
$\angle A = \angle ACD = 35°$

$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$

$(\because\ \triangle ABC$는 이등변삼각형$)$

$\therefore\ \angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서

$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle ABD = \angle BCE$

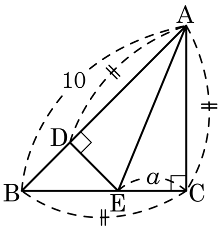
$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)

$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

7. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$ ② $a+2$ ③ $\dfrac{a+10}{2}$

④ $10-2a$ ⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

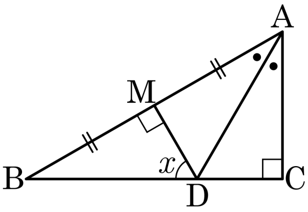
$\therefore \angle BAC = \angle B = 45°$

$\angle BDE = 90°, \angle B = 45°$ 이므로 $\angle BED = 180° - (90° + 45°) = 45°$

$\angle B = \angle BED$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{CE} = a$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - a$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

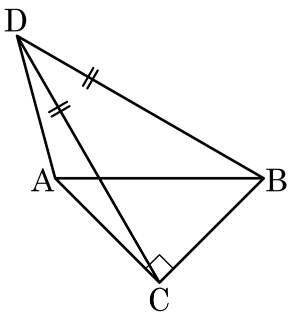


① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동)이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았다. $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.

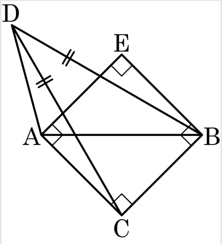


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 30 °

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 $\angle CBE = 90°$ 이 되도록 정사각형 ACBE 를 그리고 $\overline{DE}$ 를 긋는다.



$\triangle BCD$ 가 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle DCB = \angle BCD$

$\triangle DCB$ 와 $\square ACBE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AC} = \overline{BE}$,

$\angle ACD = 90° - \angle DCB = 90° - \angle DBC = \angle EBD$ 이므로 $\triangle DAC \equiv \triangle DBE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{DA} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다.

이때, $\angle CDB = x$ 라 하면 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DBC = \frac{1}{2}(180 - x) = 90 - \frac{x}{2}$

$\therefore\ \angle DBE = 90 - \angle DBC = 90 - \left(90 - \frac{x}{2}\right) = \frac{x}{2}$

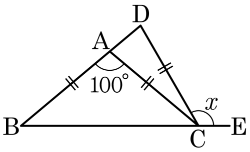
$\triangle DBE$ 에서 $\angle EDB = \angle EBD = \frac{x}{2}$ 이므로

$\angle ADC = \angle EDB = \frac{x}{2}$

$\angle ADE = 60$ 이므로 $\frac{x}{2} + x + \frac{x}{2} = 60$

$\therefore\ x = \angle BDC = 30°$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$이고 $\angle BAC = 100°$일 때, $\angle DCE$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 120 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

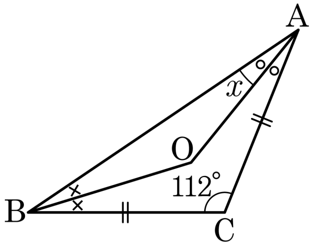
$\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 100°) = 40°$이다.

$\overline{AC} = \overline{DC}$이므로

$\angle D = \angle CAD = 180° - 100° = 80°$이다.

따라서 $\angle DCE = \angle B + \angle D = 40° + 80° = 120°$

11. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 112°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15° ② 16° ③ 17° ④ 18° ⑤ 19°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAB = \angle CBA$

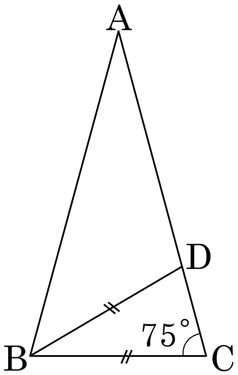
그런데 $\angle CAB$ 와 $\angle CBA$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로

$\angle CAO = \angle OAB = \angle OBA = \angle CBO$

따라서 $4 \times \angle x = 180° - 112° = 68°$

$\therefore \angle x = 17°$

12. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 75°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

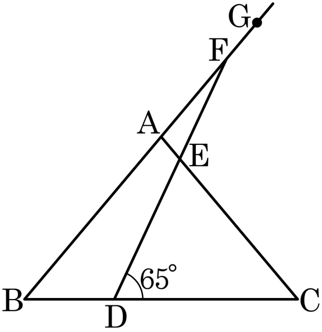
▷ 정답 : $45°$

해설

$\angle DBC = 180° - 75° \times 2 = 30°$

$\angle ABD = 75° - 30° = 45°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 65°$ 일 때, $\angle EFG$ 의 크기는?



① 155° ② 158° ③ 162° ④ 165° ⑤ 168°

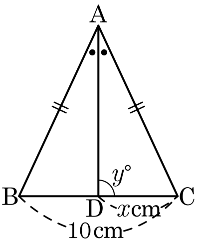
해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle ECD = 180° - 65° \times 2 = 50°$

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle B = \angle C = 50°$

$\therefore \angle EFG = \angle B + \angle BDE = 50° + (180° - 65°) = 165°$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선일 때, $y - x$의 값은?



① 80 ② 85 ③ 90
④ 95 ⑤ 100

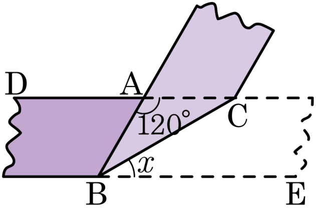
해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$x = \dfrac{10}{2} = 5 \quad \angle ADC = \angle y = 90°$이다.

따라서 $y - x = 90 - 5 = 85$이다.

15. 폭이 일정한 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



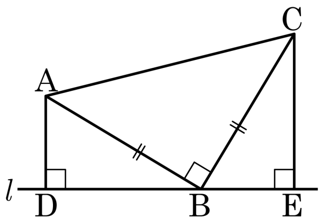
▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\;\;°}$

▷ **정답 :** $30\ \underline{°}$

해설

$\angle EBC = \angle ACB = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle EBC = \angle ACB = \angle ABC = \angle x$ 가 된다. 따라서 $\triangle ABC$ 가 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $120° + \angle x + \angle x = 180°$, $\angle x = 30°$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 기호로 써라.



△ADB 와 △BEC 에서 $\angle ADB =$ ㉠$\underline{\angle BEC = 90°}$ ⋯ ⓐ $\overline{AB} =$ ㉡$\underline{\overline{CB}}$ ⋯ ⓑ $\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 또, △ADB 에서 ㉢$\underline{\angle ABD + \angle BAD = 90°}$ ㉣ $\underline{\therefore\ \angle BAD = \angle BCE}$ ⋯ ⓒ ⓐ, ⓑ, ⓒ 에 의하여 △ADB ≡ BEC(㉤$\underline{\text{RHA 합동}}$)

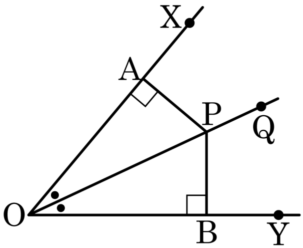
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

△ADB 와 △BEC 에서 $\angle ADB =$ ㉠$\underline{\angle BEC = 90°}$ ⋯ ⓐ $\overline{AB} =$ ㉡$\underline{\overline{CB}}$ ⋯ ⓑ $\angle ABC = 90°$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 또, △ADB 에서 ㉢$\underline{\angle ABD + \angle BAD = 90°}$ ㉣ $\underline{\therefore\ \angle BAD = \angle CBE}$ ⋯ ⓒ ⓐ, ⓑ, ⓒ 에 의하여 △ADB ≡ BEC(㉤$\underline{\text{RHA 합동}}$)

17. 다음은 $\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?



① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

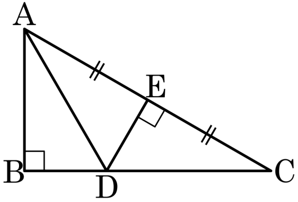
해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ 이므로

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$

$\therefore$ RHA 합동

18. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이 될 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로

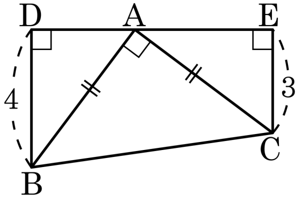
$\angle C = \angle DAE = \angle DAB$

$\angle C = a$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2a + a + 90° = 180°$

$\therefore\ \angle C = a = 30°$

19. 다음 그림에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHS 합동이다.

② $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은 RHA 합동이다.

③ $\angle DAB = \angle ECA$

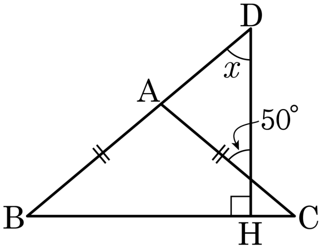
④ $\angle DAB + \angle EAC = 90°$

⑤ $\overline{DE} = 7$

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ 일 합동조건은
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle D = \angle E = 90°$, $\angle DAB = \angle ECA$ 이므로 RHA 합동이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 값은?



① 40° ② 42° ③ 45° ④ 48° ⑤ 50°

해설

$\angle CPH$와 $\angle APD$는 맞꼭지각이므로
$\angle CPH=\angle APD=50^\circ$
이때, $\triangle CPH$에서 $\angle PCH=40^\circ$
또, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=40^\circ$
$\triangle BHD$의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle x+40^\circ+90^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=50^\circ$