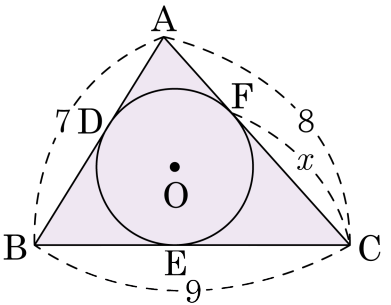
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. 다음은 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CA}=8$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



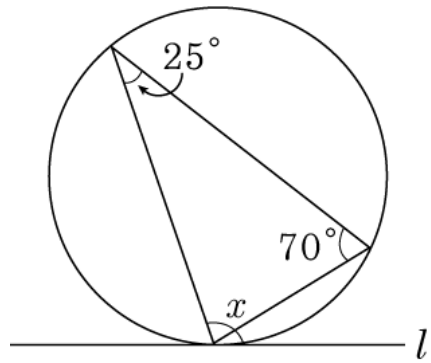
$\overline{CF}=x$ 라 하면 $\overline{CE}=x$ 이고
$\overline{AF}=(\text{㉠})$, $\overline{BE}=(\text{㉡})$
$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB}=(\text{㉠})+(\text{㉡})=7$
$\therefore x=(\text{㉢})$

① ㉠ $8-x$ ② ㉡ $9-x$ ③ ㉢ 5
④ $\overline{BD}=3$ ⑤ $\overline{BE}=4$

해설

$\overline{AF}=\overline{AD}=3, \overline{BD}=7-\overline{AD}=7-\overline{AF}=7-3=4$

2. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

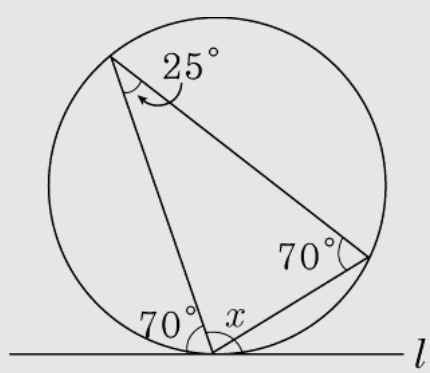


▶ 답 : ____°

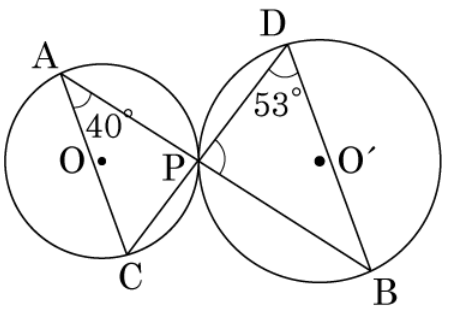
▷ 정답 : 110°

해설

$\angle x = 180° - 70° = 110°$



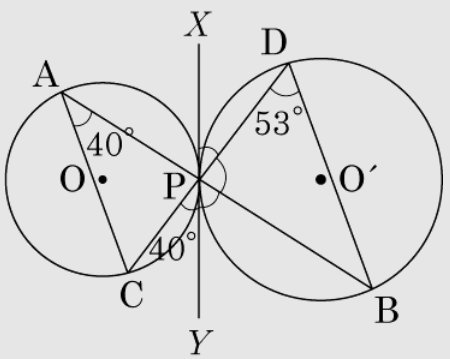
3. 다음 그림에서 두 원 O, O′ 은 점 P 에서 외접하고, 이 점 P 를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 A, B, C, D 라 할 때, ∠DPB 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 87°

해설



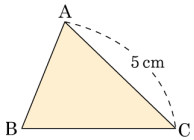
점 P 에서 두 원의 공통인 접선 XY 를 그으면

$\angle XPD = \angle CPY = \angle PAC = 40°$

$\angle BPY = \angle PDB = 53°$

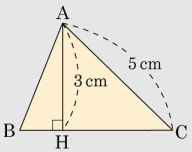
$\angle DPB = 180° - (53° + 40°) = 87°$

4. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\sin B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{3}{5}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{21}{4}\text{cm}$ ② $\frac{23}{4}\text{cm}$ ③ $\frac{25}{4}\text{cm}$
④ $\frac{27}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{31}{4}\text{cm}$

해설



$\sin C = \frac{3}{5}$ 에서 $\overline{AH} = 3(\text{cm})$

$\sin B = \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{15}{4}$

$\overline{BH}^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2 = \frac{81}{16}$

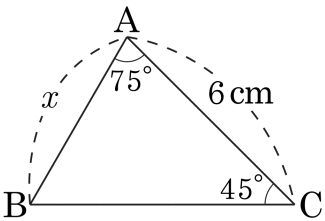
$\therefore \overline{BH} = \frac{9}{4}(\text{cm})$

$\overline{HC}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$

$\therefore \overline{HC} = 4(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}(\text{cm})$

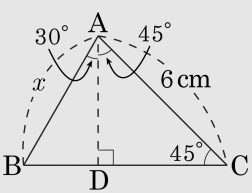
5. 다음 그림과 같은 $\angle C = 45°$, $\angle A = 75°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = x$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 라 할 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$ cm

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고하면

$\sin 45° = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{6} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

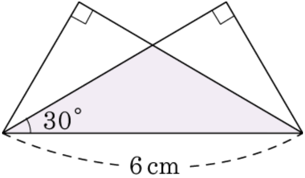
$\overline{AD} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\sin 60 = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{x}$

$\therefore x = \dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 합동인 두 직각삼각형의 빗변을 겹쳐 놓았을 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\overline{AE} = \overline{BE}$ 이므로

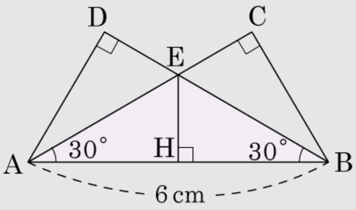
$\overline{AH} = \overline{BH} = 3\,(cm)$

$\overline{EH} = 3\tan 30° = \sqrt{3}\ (cm)$

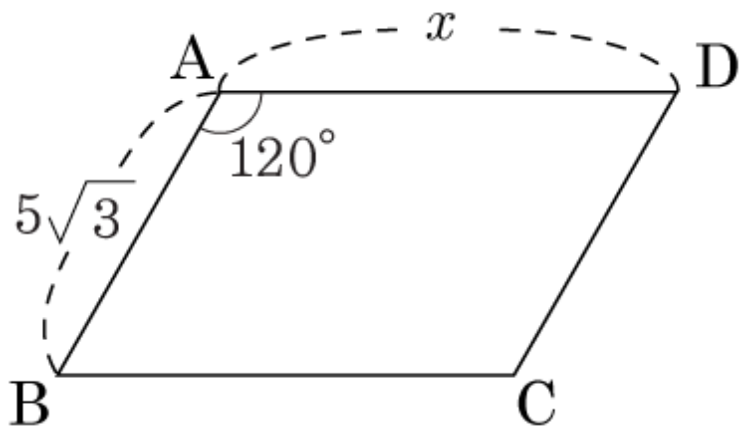
$\therefore\ \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{EH}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}\ (cm^2)$



7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

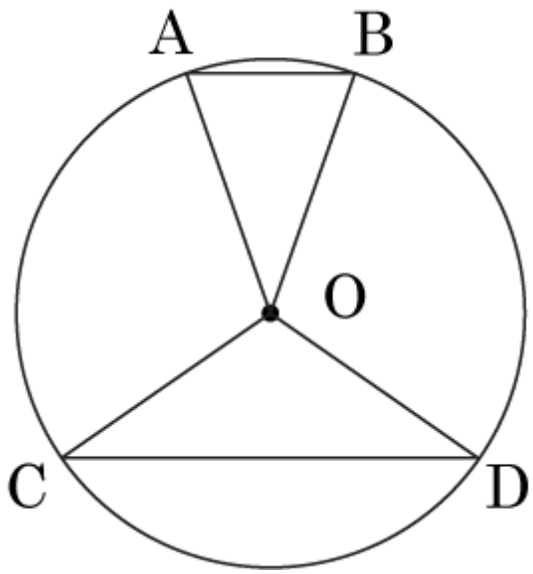
해설

$5\sqrt{3} \times x \times \sin 60° = 30$

$5\sqrt{3} \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30$

$\frac{15}{2}x = 30 \quad \therefore x = 4$

8. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle COD = 2\angle AOB$ 일 때, 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $25.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$

② $2\overline{AB} = \overline{CD}$

③ $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$

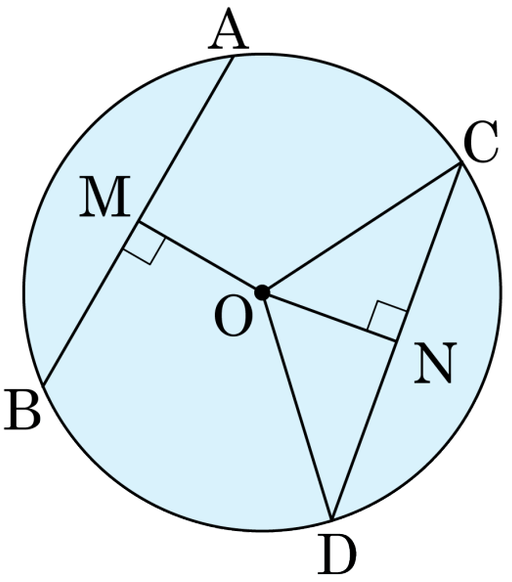
④ $2\triangle AOB = \triangle COD$

⑤ 2× (부채꼴 AOB 의 넓이)= (부채꼴 COD 의 넓이)

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

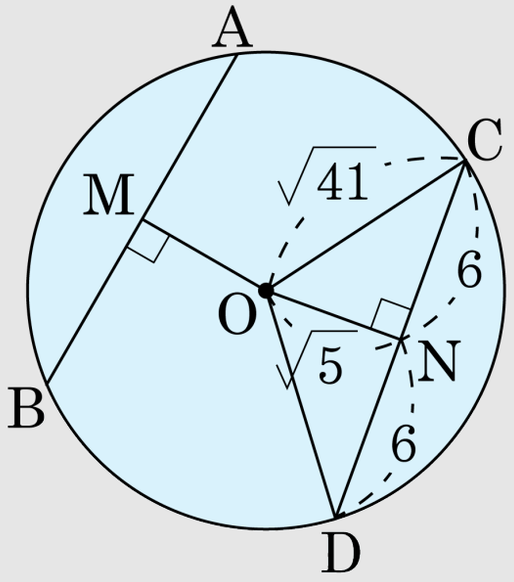
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

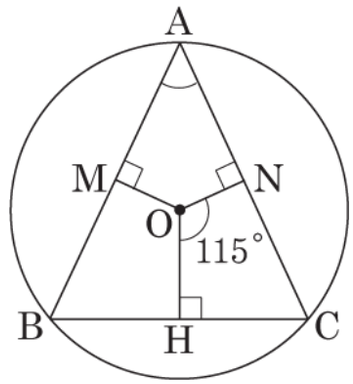
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



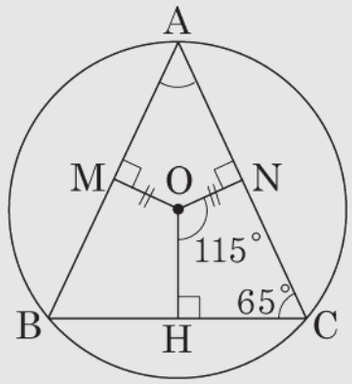
10. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle NOH = 115°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

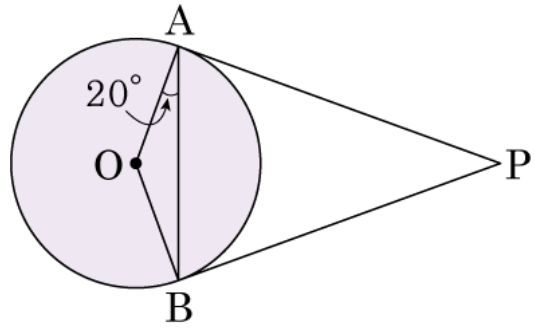
▷ 정답 : 50 °

해설



$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 65°$ $\therefore \angle A = 180° - 65° \times 2 = 50°$

11. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A, B 은 접점이다. $\angle OAB = 20°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



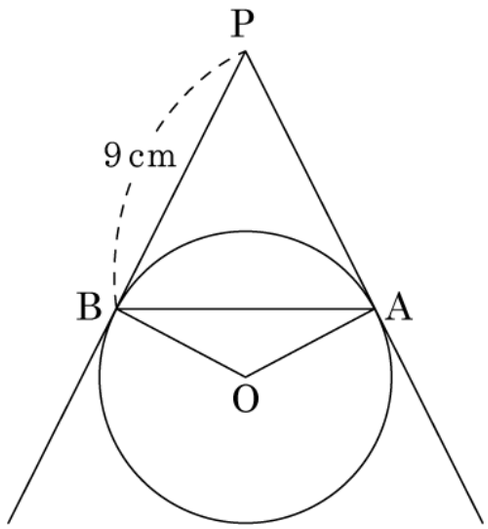
① 30° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 20°

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\angle PAB = 90° - 20° = 70°$

$\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180° - (70° \times 2) = 40°$

12. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle AOB = 120°$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $16\pi cm^2$ ② $24\pi cm^2$ ③ $27\pi cm^2$

④ $27cm^2$ ⑤ $44\pi cm^2$

해설

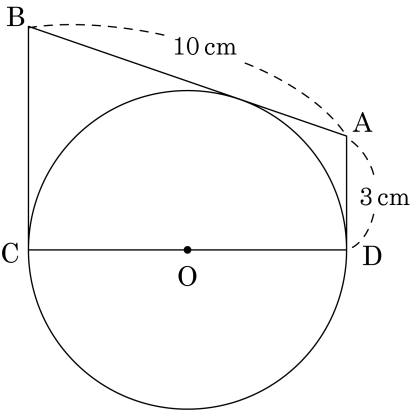
$\angle APB + \angle AOB = 180°$ 이므로 $\angle APB = 60°$ 이다.

$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle PBO$ 는 직각삼각형의 특수각의 비에 의하여

$\overline{BO} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(cm)$ 이다.

따라서 원의 넓이는 $\pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi(cm^2)$ 이다.

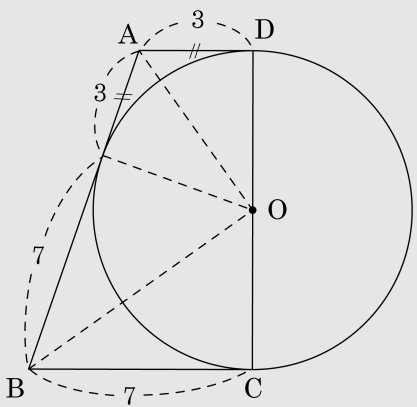
13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$ 이고 원 O 가 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 각각 접할 때, 선분 BC 의 길이로 알맞은 것은?



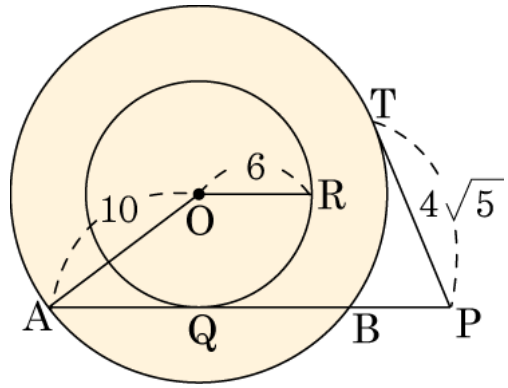
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

그림과 같이 이으면 $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$



14. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이가 각각 6cm , 10cm 이고 점 Q, T 는 작은 원과 큰 원의 접점이다. 이 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{OQ} = 6$ 이므로 $\overline{AQ} = 8$

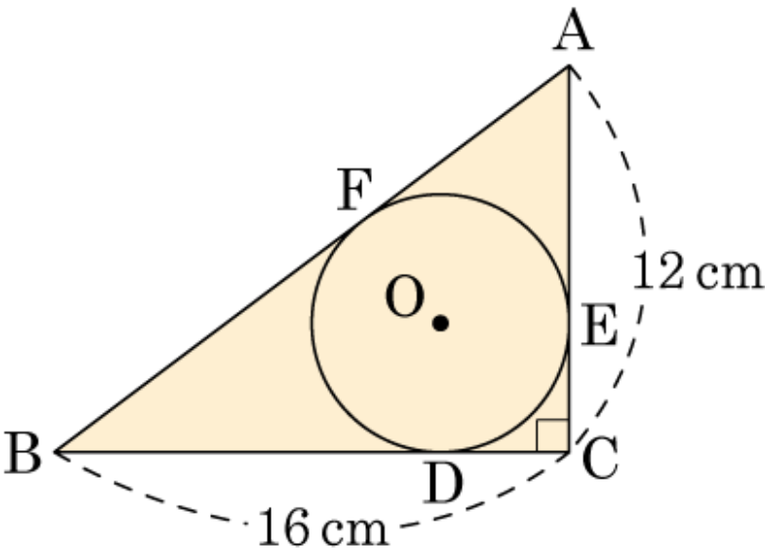
$\overline{BQ} = \overline{AQ} = 8$

$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$

$80 = x(x+16)$

$\therefore x = 4$

15. 다음 그림에서 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이다. $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm

④ 3cm ⑤ 4cm

해설

□ODCE 는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$\overline{AE} = \overline{AF} = 12-x$

$\overline{BD} = \overline{BF} = 16 - x \therefore \overline{AB} = 28 - 2x \cdots ①$

△ABC 에서 $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{CA^2}$

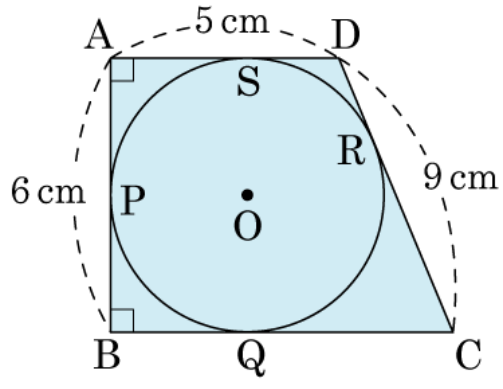
$\overline{AB^2} = 16^2 + 12^2 = 400$

$\therefore \overline{AB} = 20\,\text{cm}(\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$

①, ②에 의해 $28 - 2x = 20$

$\therefore x = 4$

16. 다음 그림에서 □ABCD 가 원 O 의 외접사각형이고, 네 점 P, Q, R, S 는 각각 원 O 의 접점이다. 이 때, $\overline{CQ}$ 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

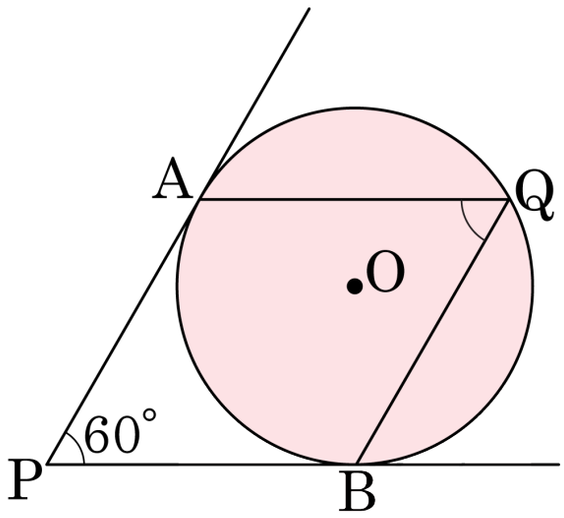
해설

$6+9=5+\overline{BC}\ \therefore\ \overline{BC}=10\text{cm}$

$\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{AS}=\overline{BQ}=3\text{cm}(\because \overline{OQ}\perp\overline{BC},\ \ \overline{OP}\perp\overline{AB})$

$\overline{CQ}=10-3=7\,(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

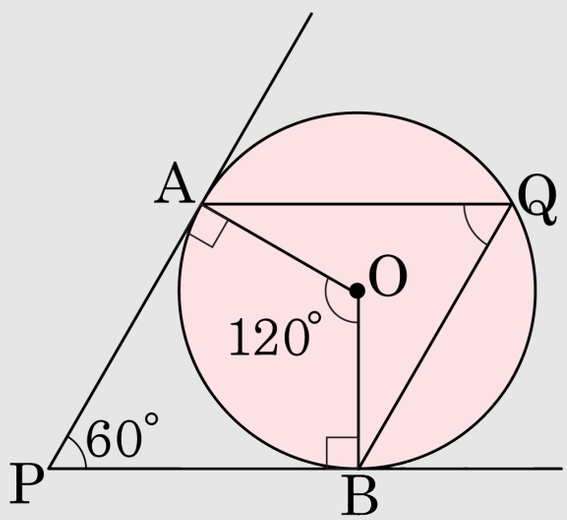
▷ 정답 : 60 °

해설

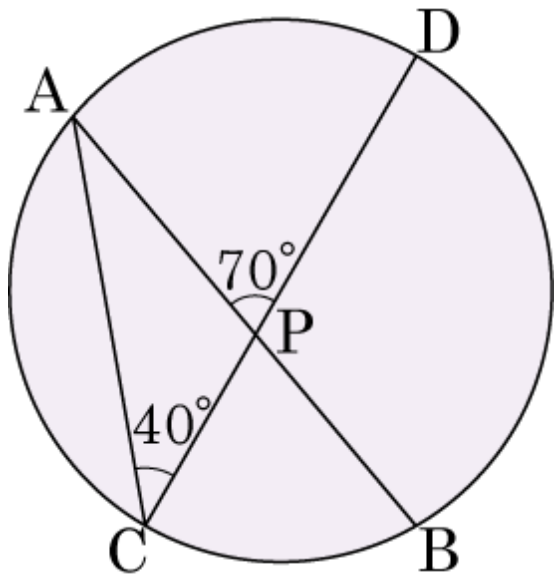
점 O 와 A, B 를 연결하면

$\angle PAD = \angle PBO = 90°$, $\angle AOB = 120°$

$\therefore \angle AQB = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$



18. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고, 호 BC 의 길이가 3π 일 때, 이 원의 원주를 구하면?



① 15π ② 16π ③ 17π

④ 18π ⑤ 19π

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$의 원주각

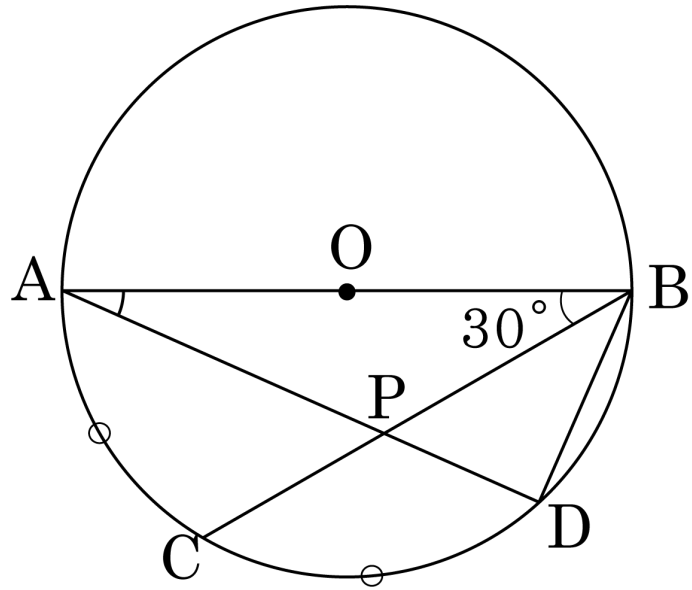
$\angle \text{CAB} = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

$(5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}\text{의 중심각}) = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$

$60^\circ : 360^\circ = 3\pi : (\text{원주})$

$\therefore\ (\text{원주}) = 3\pi \times 6 = 18\pi$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $5.0pt\overset{\frown}{AC} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

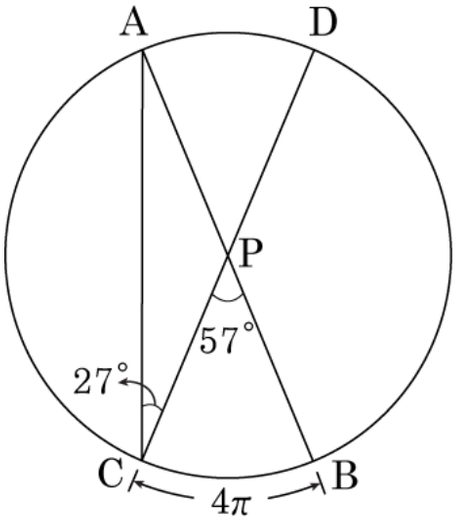
해설

$5.0pt\overset{\frown}{AC} = 5.0pt\overset{\frown}{CD} \Rightarrow \angle ABC = \angle CBD = 30°$

또한 반원에 대한 원주각 $\angle ADB = 90°$ 이므로

$\therefore\ \angle BAD = 180° - 90° - 60° = 30°$

20. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이고 호 BC 의 길이는 4πcm 이다. $\angle ACD = 27°$, $\angle BPC = 57°$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이는?



① 8πcm ② 12πcm ③ 16πcm

④ 20πcm ⑤ 24πcm

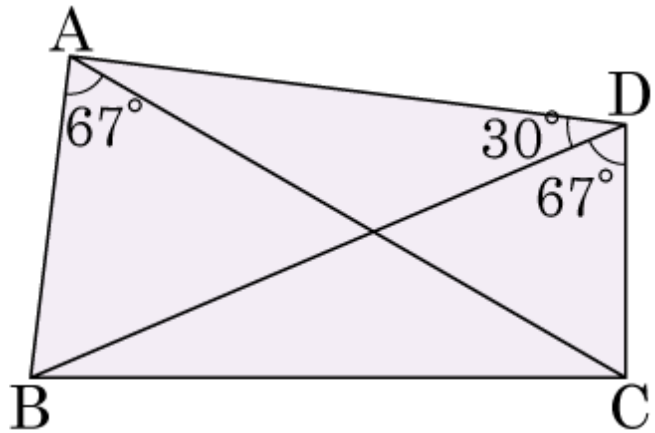
해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle PAC = 30°$

5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 중심각은 $60°$

$\therefore$ 원의 둘레의 길이는 $4\pi \times 6 = 24\pi$

21. 다음 사각형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC = 67°$, $\angle ADB = 30°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라. (단, $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.)



▶ 답 : ____°

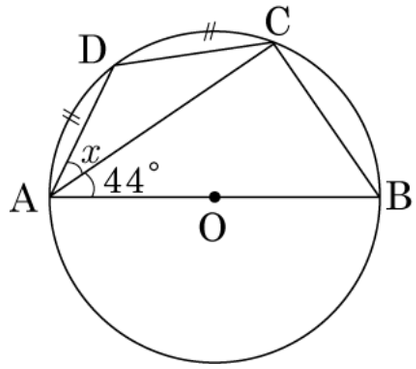
▷ 정답 : 83 °

해설

$\angle ADB = \angle ACB = 30°$

$\triangle ABC$에서 $\angle ABC = 180° - 67° - 30° = 83°$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$, $\angle BAC = 44°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 21° ② 23° ③ 25° ④ 27° ⑤ 29°

해설

$\angle DAC = \angle DCA = \angle x$

$\angle ACB = 90°$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

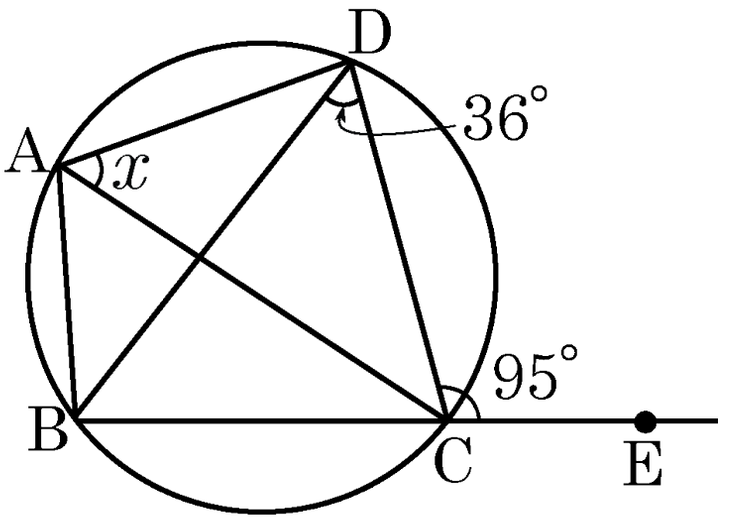
$\angle x + 44° + \angle x + 90° = 180°$

$2\angle x = 180° - 134°$

$2\angle x = 46°$

$\therefore \angle x = 23°$

23. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36°$ (호 BC 의 원주각)

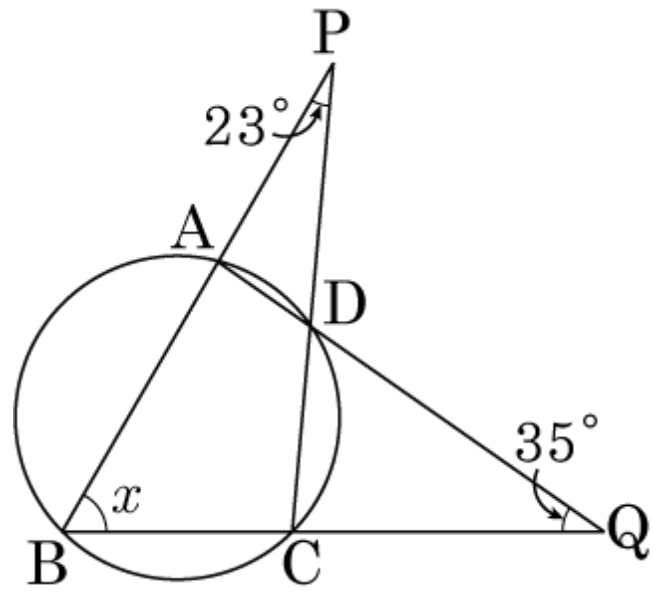
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCE$

$36° + \angle x = 95°$

$\therefore \ \angle x = 59°$

24. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 23°$, $\angle BQA = 35°$, $\angle ABC = x°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 61°

해설

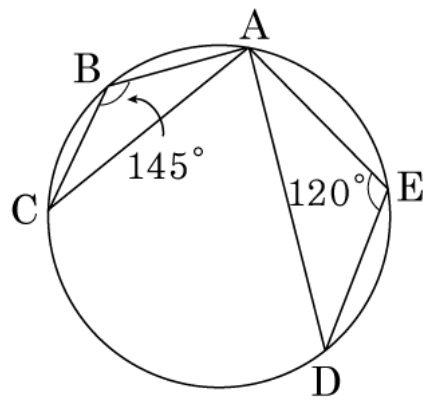
$\angle ABC = x$ 라 하면

$\angle PCQ = x° + 23°$, $\angle PBC = \angle CDQ = x°$ 이고,

$\triangle DCQ$ 의 세 내각의 크기의 합은 $x° + (x° + 23°) + 35° = 180°$

따라서 $x° = 61°$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\angle ABC = 145^\circ$ 이고 $\angle AED = 120^\circ$ 라 할 때, $\angle CAD$ 의 크기는?



① 50° ② 60° ③ 65° ④ 75° ⑤ 85°

해설

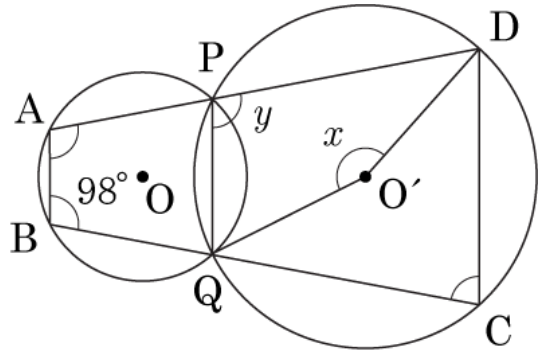
점 C 와 E 를 연결하면 $\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$

$\angle AEC = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

$\angle CED = 120^\circ - 35^\circ = 85^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{CD}$ 의 원주각은 $\angle CAD = \angle CED = 85^\circ$ 이다.

26. 다음 그림에서 $\angle ABQ = 98^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 156° ② 164° ③ 196° ④ 262° ⑤ 328°

해설

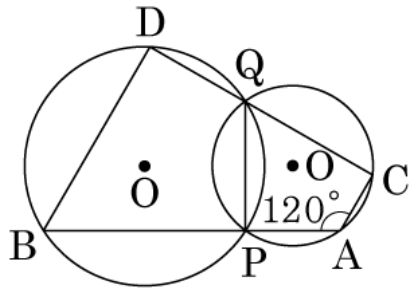
사각형 PQCD 에서 $\angle y = \angle ABQ = 98^\circ$

사각형 ABQP 에서 $\angle APQ = 82^\circ = \angle DCQ$

$\angle x = 2 \times \angle DCQ = 2 \times 82^\circ = 164^\circ$

$\therefore\ x + y = 164^\circ + 98^\circ = 262^\circ$

27. 다음 그림에서 $\angle DBP$ 의 크기를 구하면?



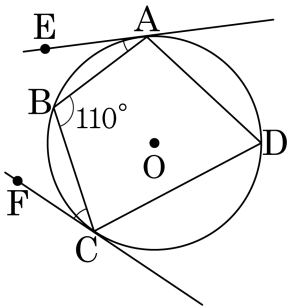
① $80°$ ② $75°$ ③ $70°$ ④ $65°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle PQD = \angle CAP = 120°$

$\angle DBP = 180° - 120° = 60°$

28. 다음 그림에서 두 점 A, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle EAB + \angle BCF$ 의 크기를 구하여라.



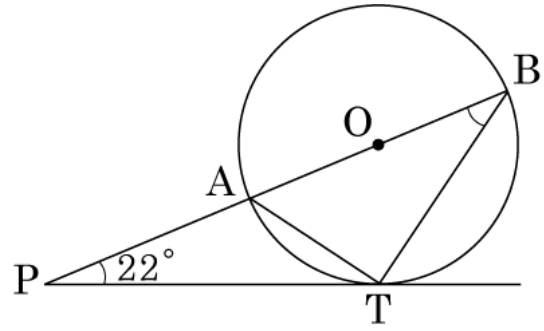
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70°

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면
$\angle EAB = \angle ADB$
$\angle BCF = \angle BDC$
$\therefore \angle EAB + \angle BCF = \angle ADC$
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ADC = 180° - 110° = 70°$
$\therefore \angle EAB + \angle BCF = 70°$

29. 다음 그림에서 $\angle BPT = 22^\circ$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하면?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\angle PTA = \angle x$ 라 하면

$\angle BAT = 22^\circ + \angle x$

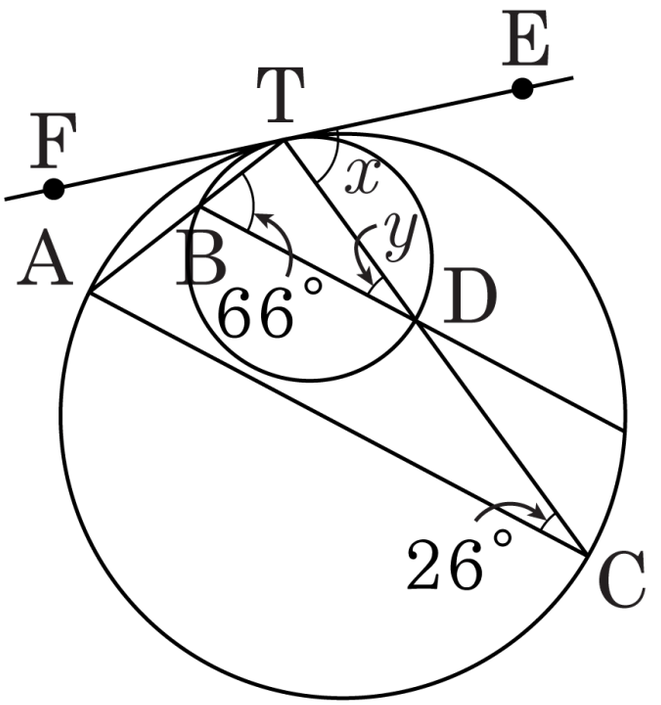
$\triangle ABT$ 에서

$22^\circ + \angle x + \angle x = 90^\circ$

$2\angle x = 68^\circ$

$\angle x = 34^\circ$

30. 다음 그림과 같이 직선 TE 는 두 원의 접선이라 할 때, $\angle ACT = 26°$, $\angle DBT = 66°$ 이다. $2\angle x + 3\angle y$ 의 크기는?



① 200° ② 210° ③ 212° ④ 215° ⑤ 220°

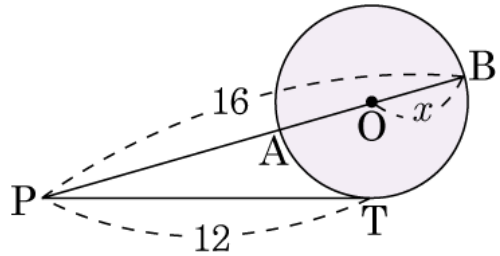
해설

$\angle x = \angle DBT = 66°$

$\angle y = \angle FTB = \angle ACT = 26°$

$\therefore 2\angle x + 3\angle y = 2 \times 66° + 3 \times 26° = 210°$

31. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름일 때, x 의 값은? (단, 점 T 는 원의 접점이다.)



① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

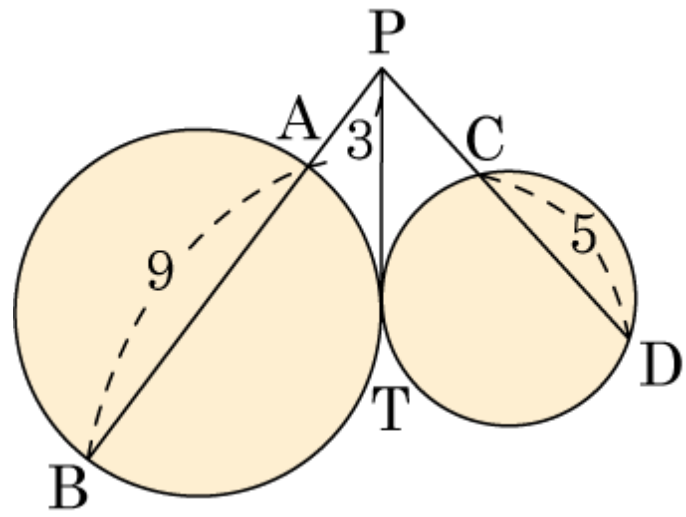
해설

$\overline{PA} = 16 - 2x$

$12^2 = (16 - 2x) \times 16$

$16 - 2x = 9,\ 2x = 7 \ \therefore \ x = \frac{7}{2}$

32. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원에 공통으로 접하고 $\overline{PA}=3$, $\overline{AB}=9$, $\overline{CD}=5$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$, $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

$\therefore \overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

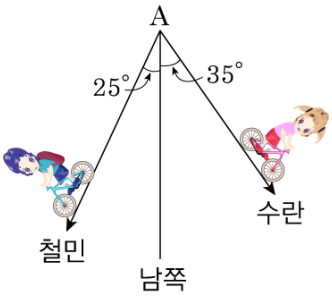
$\overline{PC}=x$ 라 하면

$3\times(3+9)=x\times(x+5)$

$(x+9)(x-4)=0$

$\therefore\ x=4$

33. A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 20 km 로 남서쪽 25° 방향으로 가고 수란이는 시속 4 km 로 남동쪽 35° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리는?

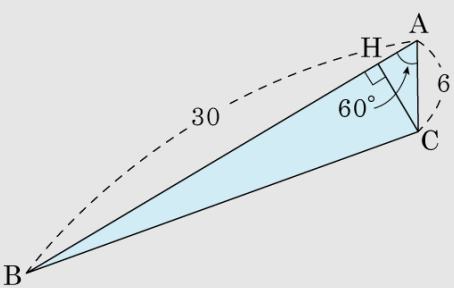


① $\sqrt{11}$ km ② $2\sqrt{13}$ km ③ $3\sqrt{15}$ km

④ $5\sqrt{21}$ km ⑤ $6\sqrt{21}$ km

해설

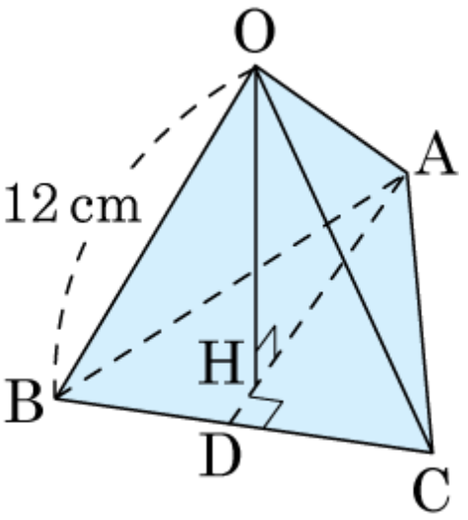
(1.5 시간 동안 철민이가 간 거리)
$= 20 \times 1.5 = 30$ (km)
(1.5 시간 동안 수란이가 간 거리)
$= 4 \times 1.5 = 6$ (km)



철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면
$\overline{AH} = 6\cos 60° = 3$ (km)
$\therefore\ \overline{HB} = 30 - 3 = 27$ (km)
$\overline{CH} = 6\sin 60° = 3\sqrt{3}$ (km)

$$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2}$$
$$= \sqrt{27^2 + (3\sqrt{3})^2}$$
$$= 6\sqrt{21}\,(\text{km})$$

34. 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\underline{\text{cm}^3}$

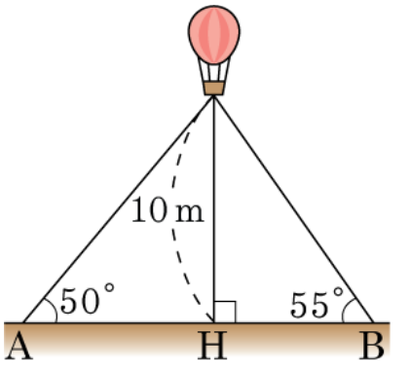
해설

$\overline{\text{AD}} = 12 \times \cos 30° = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ 이고, $\overline{\text{AH}} = \frac{2}{3} \times \overline{\text{AD}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{\text{OH}} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{144 - 48} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$

따라서 부피는 $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times 4\sqrt{6} = 144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 지면으로부터 10m 높이에 있는 기구를 두 지점 A, B 에서 올려다 본 각도가 각각 50°, 55° 일 때, 다음 삼각비 표를 이용하여 두 지점 A, B 사이의 거리는?



각도	sin	cos	tan
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391

① 7.002m ② 8.192m ③ 14.088m

④ 15.393m ⑤ 15.852m

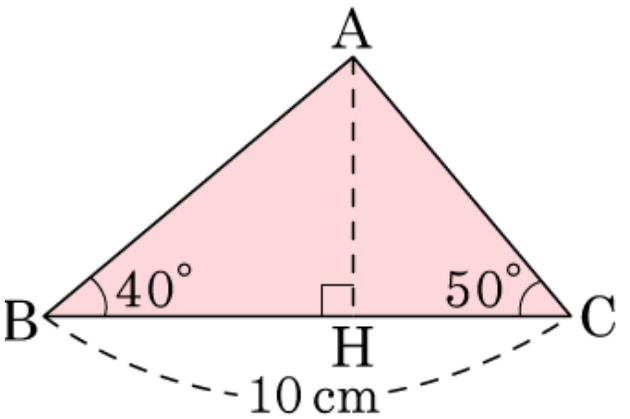
해설

$\overline{AH} = 10 \times \tan 40° = 8.391(\text{m})$

$\overline{BH} = 10 \times \tan 35° = 7.002(\text{m})$

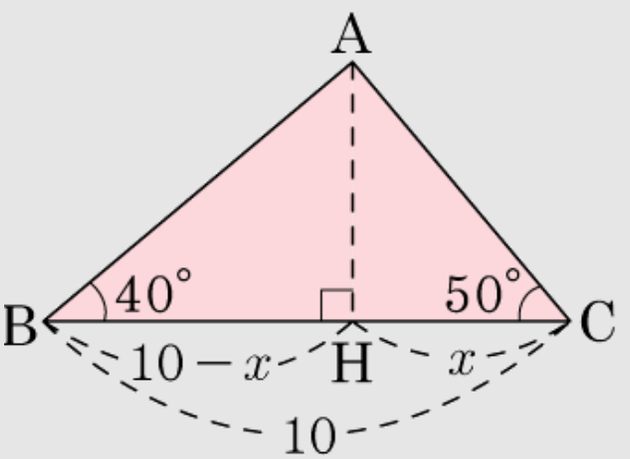
따라서 $\overline{AH} + \overline{BH} = 8.192 + 7.002 = 15.393(\text{m})$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\angle ABC = 40°$, $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는? (단, $\tan 50° = 1.2$, $\tan 40° = 0.8$)



① 2 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\overline{CH} = x\,\text{cm}$ 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = x\tan 50°$

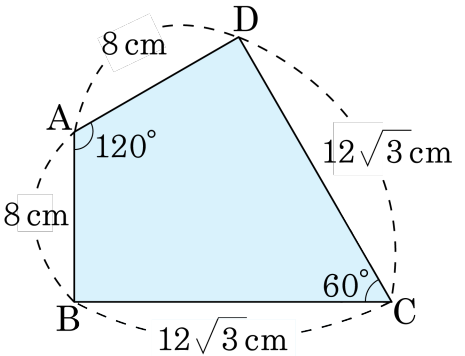
$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} = (10 - x)\tan 40°$

$x\tan 50° = 10\tan 40° - x\tan 40°$

$x(\tan 50° + \tan 40°) = 10\tan 40°$

$$\therefore x = \frac{10\tan 40°}{\tan 50° + \tan 40°} = \frac{10 \times 0.8}{1.2 + 0.8} = 4(\,\text{cm})$$

37. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

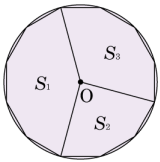
(□ABCD 의 넓이)= △ABD + △BCD

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

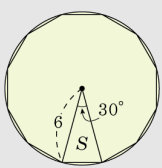
38. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_1 + S_3 - S_2$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 6 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30° = 9$

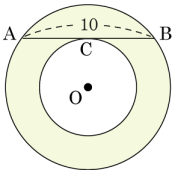
$S_1 = S \times 5 = 45$

$S_2 = S \times 3 = 27$

$S_3 = S \times 4 = 36$

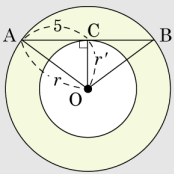
따라서 $S_1 + S_3 - S_2 = 45 + 36 - 27 = 54$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



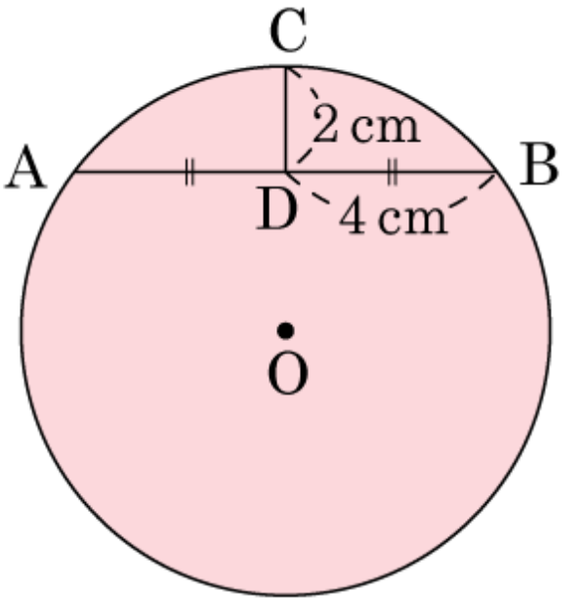
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

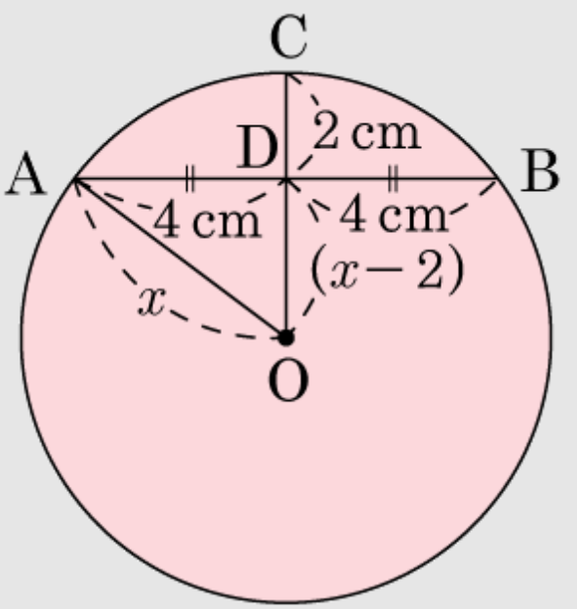
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

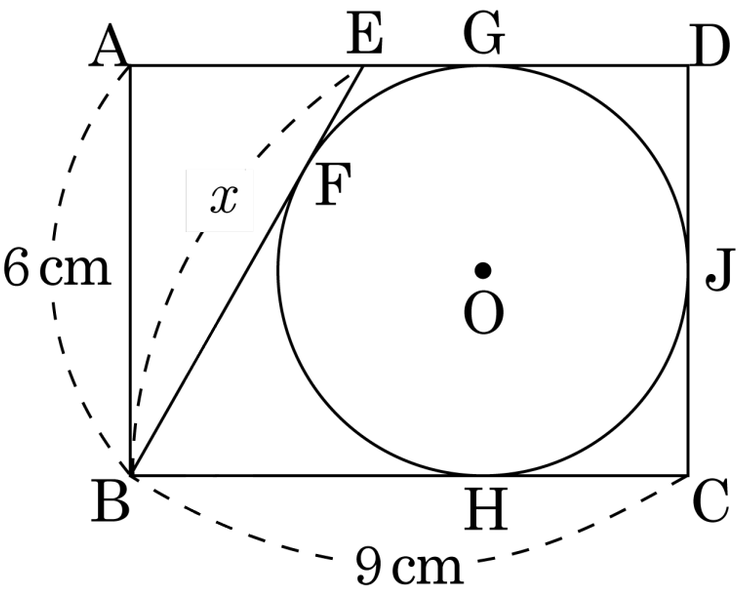
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\text{ cm})$



41. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 □ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, x 의 값을 구하여라. (단, F, G, H, I 는 접점)



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

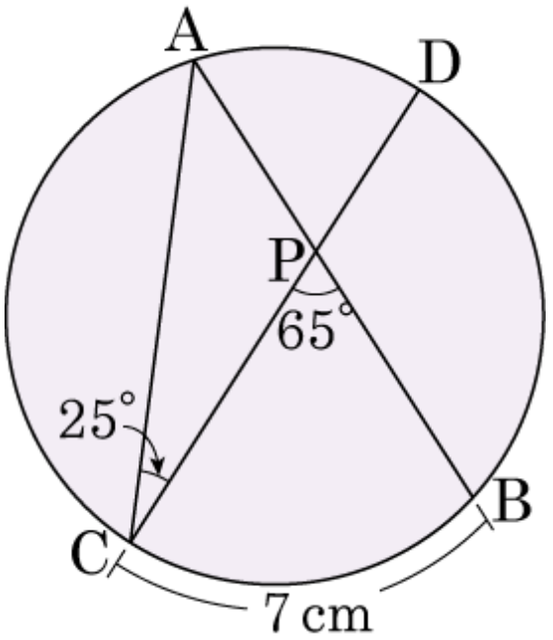
해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{EB} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 9 = x + 6$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = x - 3$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 9 - (x - 3) = 12 - x$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $x^2 = (12 - x)^2 + 6^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{15}{2}$(cm) 이다.

42. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이고 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 7\,\text{cm}$, $\angle\text{ACD} = 25°$, $\angle\text{BPC} = 65°$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

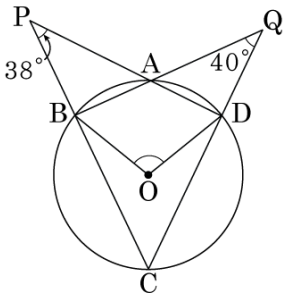
$\triangle\text{ACP}$에서 $\angle\text{CAB} = 65° - 25° = 40°$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$의 원주각이 $40°$이므로 중심각은 $80°$이다.

$80° : 360° = 7 : (\text{원주})$

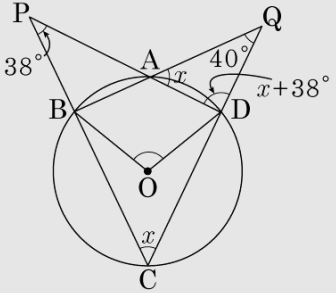
$$\therefore\ (\text{원주}) = \frac{360° \times 7}{80°} = 31.5\ (\text{cm})$$

43. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38°$, $\angle BQC = 40°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



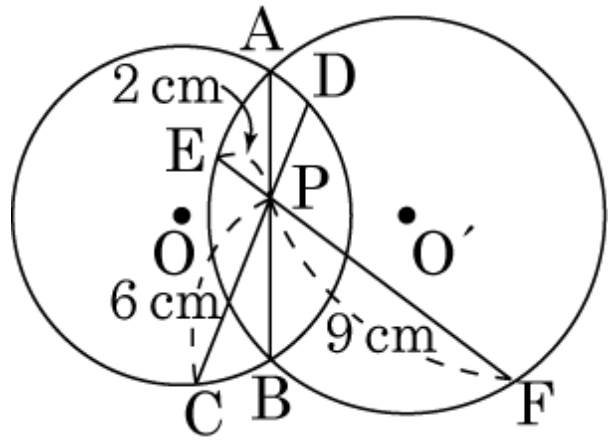
① $78°$ ② $82°$ ③ $90°$ ④ $98°$ ⑤ $102°$

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38°$,
$\angle DAQ = \angle BCD = x$
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
$\angle x + (\angle x + 38°) + 40° = 180°$
$\therefore \angle x = 51°$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51° = 102°$

44. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O′의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 2\,\text{cm}$, $\overline{PF} = 9\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

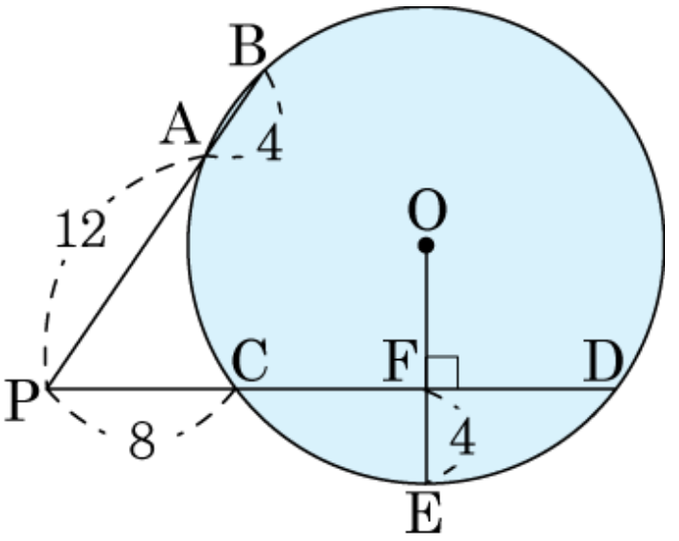
원 O에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

원 O′에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$\therefore\ \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF}$

$6 \times \overline{PD} = 2 \times 9 \qquad \therefore\ \overline{PD} = 3\,(\text{cm})$

45. 다음 그림과 같이 원 O 의 외부에 한 점 P 에서 두 직선을 그어 원 O 와 만난 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 점 O 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 F , $\overline{OF}$ 의 연장선과 원 O 와 만난 점을 E 라 한다. $\overline{PA} = 12$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{PC} = 8$, $\overline{EF} = 4$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① 100 ② 100π ③ $\frac{100}{3}\pi$

④ $\frac{100}{3}$ ⑤ $100\sqrt{3}\pi$

해설

1) $8(8+\overline{CD}) = 12(12+4)$

$\overline{CD} = 16$, $\overline{CF}=\overline{FD} = 8$

2) 반지름의 길이를 r 라 하면 $\overline{OE}=\overline{OD} = r$

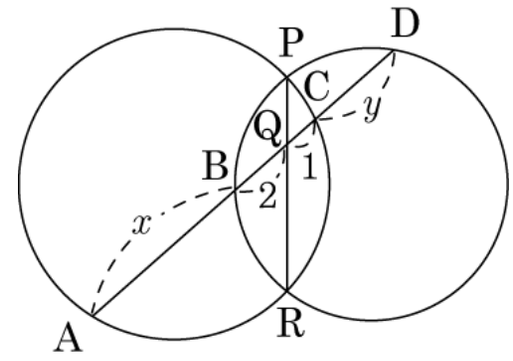
$\overline{OF}=r-4$

$r^2 = (r-4)^2 + 8^2$

$\therefore\ r = 10$

따라서 $S = 100\pi$ 이다.

46. 다음 그림에서 $\overline{BQ} = 2$, $\overline{CQ} = 1$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{CD} = y$ 라 할 때, $\dfrac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

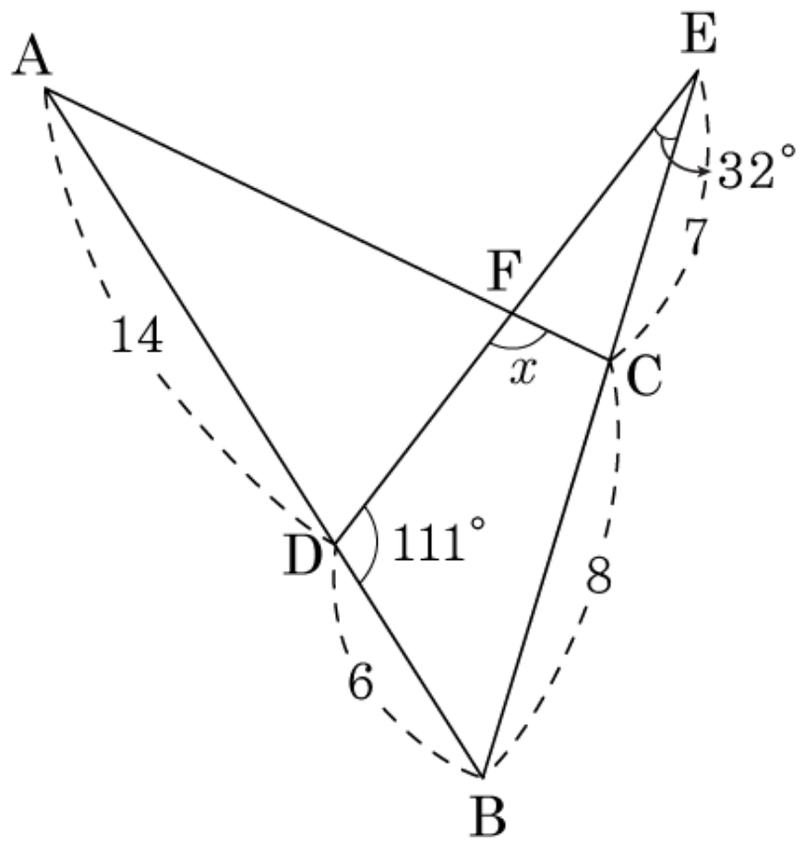
$\overline{QP} \times \overline{QR} = \overline{QA} \times \overline{QC} = \overline{QB} \times \overline{QD}$ 에서

$(x+2) \times 1 = 2 \times (1+y)$

$x + 2 = 2 + 2y$

$\therefore\ x = 2y$ $\dfrac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 에 대입하면 $\dfrac{12y^2 + 4y^2}{2y^2} = \dfrac{16y^2}{2y^2} = 8$

47. 다음 그림에서 x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 101°

해설

$\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

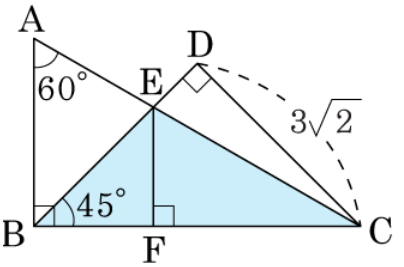
점 A, C, D, E 는 한 원 위의 점이다.

$\angle FEC = \angle FAD = 32°$

$\angle ADF = 180° - 111° = 69°$

$\therefore x = 69° + 32° = 101°$

48. 다음 그림과 같이 두 직각삼각자가 겹쳐져 있다. $\angle ABC = \angle BDC = 90°$,
$\angle DBC = 45°, \angle BAC = 60°$ 이고, $\overline{DC} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, 겹쳐진 부분인 $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $6(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$ ② $6(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

③ $9(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$ ④ $27(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

⑤ $12(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

해설

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 6(\text{cm})$

$\triangle EBC$ 에서 $\overline{EF} = x$ 라 하면

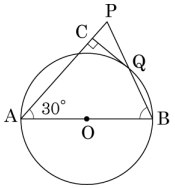
$\overline{BF} = \overline{EF} = x, \overline{FC} = \dfrac{\overline{EF}}{\tan 30°} = \sqrt{3}x$

$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC}$ 에서 $6 = x + \sqrt{3}x$

$x = \dfrac{6}{\sqrt{3}+1} = 3(\sqrt{3}-1)$

$\triangle EBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EF} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3(\sqrt{3}-1) = 9(\sqrt{3}-1)(\text{cm}^2)$

49. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\overline{CQ}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AC}$, $\overline{BQ}$ 의 연장선의 교점을 P 라 하고 $\angle ACQ = 90°$, $\angle CAO = 30°$ 일 때, $\angle OBQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

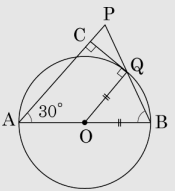
▷ 정답 : 75 °

해설

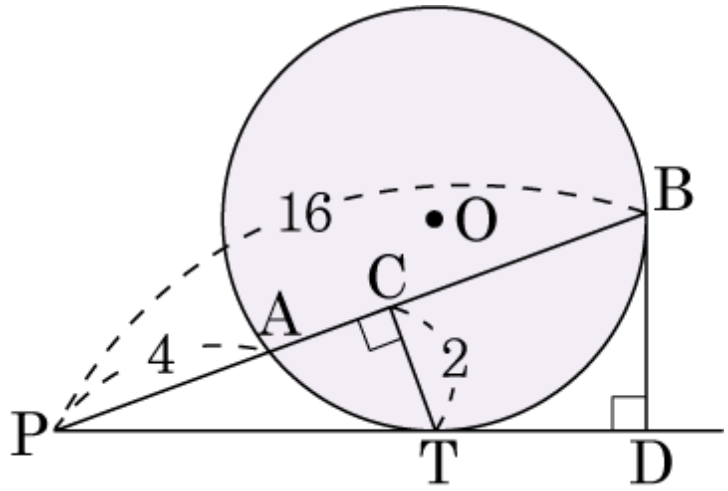
다음 그림과 같이 보조선 $\overline{OQ}$ 를 그으면 $\square AOQC$ 에서 $\angle CQO = 90°$ 이고 $\triangle QOB$ 는 $\overline{OQ} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이다. $\square AOQC$ 에서

$\angle AOQ = 360° - (30° + 90° + 90°) = 150°$

따라서 $\triangle QOB$ 에서 $\angle OBQ + \angle OQB = 150°$ 이고 $\angle OBQ = \angle OQB$ 이므로 $\angle OBQ = 75°$ 이다.



50. 다음 그림과 같이 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만난 점을 각각 T, A, B라 하고, 점 T에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 C, 점 B에서 $\overrightarrow{PT}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{PA} = 4$, $\overline{PB} = 16$, $\overline{TC} = 2$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\overline{PT}^2 = 4 \times 16 = 64$ $\therefore \overline{PT} = 8$

$\triangle TPC \backsim \triangle BPD$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{TP} : \overline{BP} = \overline{TC} : \overline{BD}$

$8 : 16 = 2 : \overline{BD}$

$\therefore \overline{BD} = 4$